XXXIII
G
17
NAPOLI
XIII
17
BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXXIII
G
17
NAPOLI
Digitized by Google

Digitized by Google

ex dono Authoris eruditi

ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ & GEOMETRICÆ
ELEMENTA.


BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

Auctore Davide Gregorio M. D.
Astronomiæ Professore Saviliano Oxoniæ,
& Regalis Societatis Sodali.



OXONIÆ,
E Theatro Sheldoniano, An. Dom. MDCCII.

Digitized by Google

Imprimatur,

ROG. MANDER

Vice-Can. OXON.

Junii 3. 1702.

Sereniſſimo Principi ac Domino

GEORGIO

PRINCIPI HEREDITARIO

DANIÆ, NORVEGIÆ, VANDALORUM & GOTHORUM;

DUCI

Sleſvici, Holſatiæ, Stormariæ, Dithmarſiæ & *Cumbriæ*;

COMITI

In OLDENBURG, DELMENHORST & KENDAL;

Baroni de WOCKENGHAM;

Summo Copiarum BRITANNICARUM Præfecto,

ET

Nobiliſſimi Ordinis PERISCELIDIS Equiti.

MEÆ huic importunitati, Sereniſſime Princeps, veniam concede, ſi Te jam, etiam in arduis Regni negotiis occupatiorem, paulo liberius interpellare audeam. Opus enim Tibi in manus offero, quod Regiæ Celſitudinis Tuæ patrocinium ſperare poſſit, & ſibi quodam quaſi jure vendicare. Danorum Principum munificentia maxime excitata, Danorum præſertim ingeniis exculta ſunt Aſtronomiæ ſtudia. Nihil iis unquam contigit felicius, quam quod indefeſſis Tychonis Brahe labori-

bus, & ampliſſimis Friderici II. præmiis, olim floruerint: & quem jam iis Patronum aut æquiorem polliceri aut majorem deligere poſſimus, quam Auguſtum & Avitæ Virtutis æmulum Friderici Nepotem? Cum vero quicquid fere incrementi ex illo tempore acceperit Aſtronomiæ pars longe nobiliſſima, jam prope ad apicem perducta, totum id Viri Angli ſolertiæ incredibili tribuendum ſit; cum hinc omnino pendeant Artis nauticæ, quam ſibi præ aliis arrogant Angli, ulteriora adhuc adjumenta; cui potius operam in hac ſcientia collocatam commendare oporteat quam ſummo Claſſium Angliæ Præfecto? Atque huic quidem ſcientiæ ſi quid forſan opis lucisque meæ curæ attulerint, id ad Te propiori jure ſpectare non diſſimulandum eſt. Hæc enim eo tempore meditabar (ignoſce mihi juſtiſſimum Tuum dolorem renovanti) quo eſſent nuper in Regio Juvene formando ſpes omnium cogitationeſque poſitæ; nec deeſſent qui exiguam aliquam tanti muneris partem mihi quoque deſtinarent. In iis enim ſtudiis & illum eſſe inſtitutum voluiſti, quibus Ipſe animum Tuum tener imbueras; quibus non modo Majorum exemplis ſtimulatus, ſed & Tuo ingenio obſecutus ſolebas favere.

Non eſt aut hujuſce loci aut meæ mediocritatis prædicare, Sereniſſime Princeps, qua conſtantia Religionem non modo Regum gratiæ ſed Regiæ etiam Dignitati prætuleris: quanta Tibi ſemper in dictis factiſque fides, quam eximius erga omnes candor, quam benevola in domeſticos lenitas fuerit. Nulla tacebit Hiſtoria aut ardentem illam pietatem pariter ac virtutem, quibus impulſus Fratrem è mediis hoſtibus eripueris; aut connubialem illum amorem, quo parem ab Illa

affectum

affectum promerueris, quæ non minus gloriatur Te Sibi, quam Se fubditis charam effe, & æque libenter audit Conjugum Amantiffima ac Reginarum Optima. Mihi jam id potius gaudere par eft, Spes noftras terra marique Illi effe concreditas, cujus fub aufpiciis fas eft fperare nova demum fubfidia & feliciora incitamenta Mathefeos difciplinis adfutura. Neque enim, Princeps Sereniffime, dum Rei militaris nauticæque gloriam & incrementum meditaris, illa interim præteribis ftudia à quibus petenda funt & ornamenta & præfidia Reipublicæ; fine quorum ope nec bellum pulchre adminiftrari poteft, nec commercium ulterius promoveri. Hæ funt artes Regio favore & Thalaffiarchæ præfertim curis digniffimæ, inter quas illa princeps eminet quæ Celfitudini Tuæ hodie commendatur Aftronomia.

REGIÆ TUÆ CELSITUDINI

Addictiffimus &

Obfequentiffimus

DAVID GREGORY.

Digitized by Google

PRÆFATIO.

Librum hunc eo consilio publicum feci, ut illa, quam subodoratus est sagacissimus Keplerus, *quamque Geometrarum Princeps* Isaacus Newtonus *ad eum, quem omnes suspiciunt, apicem perduxit, Physica Cœlestis, meis etiam curis illustrata, Philosophiæ & Astronomiæ studiosis paulo facilius innotesceret. Satis indicat ipse operis hujusce titulus omissam esse hic omnem Astronomiam Arithmeticam sive calculatoriam, posthac forte suo loco proferendam: Physicam vero à laudatis modo Authoribus depromptam Astronomiæ debite, ubi conveniebat, immiscui; pleraque Geometrica vel aliunde repetita & citata, vel in Lemmatibus demonstrata exhibui; & ita quid in quavis Sectione præstitum sit in ipsius vel titulo vel præfatione exposui, ut qui in reconditiori Geometria minus versati, aut de Physica parum solliciti sunt, possint ea præterire, & solam Astronomiam ab iis distinctam evolvere.*

Est autem Astronomia Physica inter disquisitiones naturales non tantum dignitate, sed & ordine prima, quippe facillima. Sol enim & Planetæ tam immensâ distantiâ à se invicem separantur, ut vires plerasque, quibus corpora in se mutuo agunt, minime possint ad tantum intervallum exercere; adeoque his præter universalem Gravitatis vim alia nulla, quâ se invicem afficere valeant, virtus supersit: At in illis, quæcunque apud Terram *occurrunt, Phænomenis exerunt sese aliæ innumeræ virtutes, quas quidem difficillimum est distinguere; quas tamen nisi probe distinguimus, frustra aliquod naturæ examen instituimus. Erit itaque quodvis problema in Terrestri Physica valde operosum & perplexum, in Cœlesti vero longe simplicius faciliusque; quanquam etiam & in hac, pro varia corporum Cœlestium distantia & magnitudine, varia sint difficultatum momenta. Fixæ enim inter se tam immane distant, ut nihil*

omnino

Google

omnino in se mutuo agant, quod à nobis Terricolis observari queat. Planetæ primarii tantum à se mutuo removentur, ut aliquam quidem in se invicem vim & effectum habeant, qualis tamen à nobis non nisi post multorum annorum observationem percipi possit. Planetæ secundarii non ita aut à primariis suis, aut à Sole distant (respectu habito ad quantitatem materiæ quæ in his est) quin utriusque virtutem satis notabilem sentiant, unde orta est multiplex eorum inæqualitas; qualis est quæ in Luna nostra manifestè se prodit, quæ tamen quasi nulla est, si cum inæqualitate Terrestrium, quæ corporum undique prementium viribus tam innumeris tamque variis agitata sunt, conferatur. Adeo ut infeliciter naturali scientiæ incumbere videantur, qui hanc Astronomiæ partem prætereunt, unde præcipuæ & simplicissimæ Naturæ leges sunt hauriendæ.

Ne cui vero Physica hìc tradita, quasi novum aliquid & insolens in Astronomia videatur, eandem vetustissimis Philosophis notam, ab iisque sedulo excultam esse ostendam. Quo in argumento diutius paulo morabor, quia nihil necesse erit plura præfari, aut de operis hujus ordine, qui ex Indice satis constat, aut de Astronomiæ usu, dignitate, historia, progressu, aut etiam de vero hoc Mundi Systemate Pythagoræ *aliisque Veteribus probato; quæ omnia ab Astronomiæ Scriptoribus jamdiu fuse tractata sunt: id, inquam, jam ostendam, quod nos adhuc in Astronomia Physica Veterum vestigiis insistamus; quod nempe norint illi corpora Cœlestia in se mutuo gravia esse, & vi Gravitatis in orbitis suis retineri; quod etiam Gravitatis hujusce Legem perspectam habuerint.*

Si enim ad ipsam Astronomiæ originem recurrimus, eamque à prima quasi infantia repetimus, nihil antiquius esse reperiemus, nihil per omnes Philosophorum sectas latius disseminatum, quam illam de corporum Cœlestium Gravitate sententiam. Notum est dictum illud quod sæpe usurparunt [a] Anaxagoras *ejusque discipuli* [b] Archelaus & [c] Euripides, *Solem nempe & Stellas esse* lapides

[a] Οὗτος ἔλεγε τὸν ἥλιον μύδρον εἶναι διάπυρον. Diog. Laert. in Anaxag. Τὸν μὲν ἥλιον λίθον φησὶν εἶναι, τὴν δὲ σελήνην γῆν. Plat. in Apol. Socr. [b] Μύδρον ἔμπυρον εἶναι τοὺς ἀστέρας, ἀστέρας δέ. Stob. Ecl. Phys. cap. 25. [c] Φασὶ Εὐριπίδην χρυσέαν βῶλον εἰπεῖν τὸν ἥλιον. Diog. Laert. in Anaxag.

canden-

candentes, *aut* aureas glebas; *idem etiam ſenſere* [d] Democritus, Metrodorus *&* [e] Diogenes. *Quibus verbis nihil aliud intelligebant quam corpora gravia, denſa & fixa (ſaxorum inſtar) ut ignem ſuſtinere poſſent: & hanc eſſe eorum mentem luculenter conſtabit, ſi hujuſce ſententiæ authores altius adhuc exquiramus. Recte enim monuit* [f] Democritus *non eſſe has de Luna Stelliſque opiniones ad* Anaxagoram *referendas, qui eas ab antiquioribus ſuffuratus eſt. Unde vero eas ſurripuerit, aut à quibus ad eum derivatæ fuerint, non eſt inveſtigatu difficile. Illas enim acceperat à Præceptore ſuo* [g] Anaximene, *qui igneam eſſe Stellarum naturam, ſed ipſis permiſta quædam terrena corpora judicavit, quæ nobis non conſpecta circum illas verſarentur: quibus verbis plane innuit Planetas terreſtres in Fixæ cujuſque Syſtemate ſuas periodos conficere. Hæc* Anaximenes *ab* Anaximandro, Anaximander *ab ipſo* [h] Thalete *habuit, qui* Ionicæ *Philoſophiæ Princeps opinionem de Syderum Gravitate per ſuam deinde ſectam diffudit. Sed nec hic conſtitit illa de Syderibus doctrina, ſed etiam in* Italicam *Philoſophiam defluxit, cujus* [i] *ſectatores Stellam quamvis Mundum eſſe, Terramque & Aſtra continere, & infinito in Æthere collocari;* [k] *Lunam vero non modo Terræ noſtræ ſimilem eſſe, ſed à pulchrioribus etiam animalibus habitatam docuerunt.*

Neque vero de Gravitatis natura ita abſurde ſenſerunt, quaſi fieret per vim puncti alicujus intra Terram, ſive centri, ad quod gravia undique tenderent; [l] *ſed per vim totius in globo Terreſtri materiæ omnia ad ſe trahentis factam eſſe: & quemadmodum vis magnetis componitur ex conjunctis ſingularium partium viribus, ſic Gravitatem ad Terram totam ex Gravitate ad ſingulas illius particulas ortam eſſe exiſtimarunt. Porro & eodem modo cenſuerunt*

d Plutarch. de Placitis Philoſ. Lib. II. cap. 20. *e* ibid. c. 13. *f* Φαβωρῖνος δέ φησιν ἐν παντοδαπῇ ἱστορίᾳ λέγειν Δημόκριτον περὶ Αναξαγόρου, ὡς οὐκ εἴησαν αὐτοῦ αἱ δόξαι αἵ τε περὶ Ἡλίου καὶ Σελήνης, ἀλλὰ ἀρχαῖαι, τὸν δὲ ὑφῃρῆσθαι. Diog. Laert. in Democr. *g* Πυρίνην μὲν Αναξιμένης ὑπάρχειν τὴν φύσιν τῶν ἄστρων, περιέχειν δέ τινα γεώδη σώματα συμπεριφερόμενα τούτοις, ἀόρατα. Stob. Ecl. Phyſ. c. 25. *h* Θαλῆς γεώδη μὲν ἔμπυρα δὲ τὰ ἄστρα. ibid. Sic etiam Plut. de Plac. Philoſ. Lib. II. c. 13. *i* Οἱ Πυθαγόρειοι ἕκαστον τῶν ἀστέρων κόσμον ὑπάρχειν γῆν περιέχοντα ἀέρα τε καὶ αἰθέρα ἐν τῷ ἀπείρῳ αἰθέρι. Plut. de Plac. Philoſ. Lib. II. c. 13. *k* Οἱ Πυθαγόρειοι γεώδη φαίνεσθαι τὴν Σελήνην διὰ τὸ περιοικεῖσθαι αὐτὴν καθάπερ τὴν παρ' ἡμῖν γῆν μείζοσι ζώοις καὶ φυτοῖς καλλίοσι. ibid. Lib. II. cap. 30. *l* Καὶ τοίνυν εἰ πᾶν σῶμα ἐμβριθὲς εἰς τὸ αὐτὸ συννεύει καὶ πρὸς τὸ αὐτοῦ μέσον ἀντερείδει πᾶσι τοῖς μορίοις, οὐχ ὡς μέσον οὖσα τοῦ παντὸς ἡ γῆ μᾶλλον ἢ ὡς ὅλον οἰκειώσεται μέρη αὐτῆς ὄντα τὰ βάρη. Plut. de facie in Orbe Lunæ. Τὸ δὲ ἀσώματον ὑπονοεῖν, ὅτι βούλονται, τοιαύτην ἔχειν δύναμιν ὥστε πάντα κατατείνειν ἐφ' ἑαυτὸ καὶ περὶ αὐτὸ συνέχειν. ibid.

[m] *Gravi-*

[m] *Gravitatem fieri in Lunam, Solemque, ac in Terram facta est*; *&* [n] *Planetam quemque, tanquam lapidem in funda circumagitatum, ob hanc ipsam rationem in Orbita sua conservari, & in sublimi semper versari. Imo ex iis quæ de* Platone *memorat* [o] Diogenes Laertius, *quæque in* [p] Timæo *obscure innuuntur, inducor ut cum* [q] Galilæo *credam divinum illum Philosophum censuisse corpora mundana jam primum fabricata motu recto (Gravitate id efficiente) agitata fuisse, sed postquam ad determinata loca venissent paulatim in gyrum revolvi cœpisse, motu recto commutato cum circulari. Ex hac Gravitatis doctrina, qua nempe omnia corpora ad se mutuo gravitant,* [r] Lucretius, *ab* Epicuro *&* Democrito *doctus, contendit nullum esse Universi centrum, sive locum infimum, sed infinitos esse in spatio infinito Mundos huic nostro similes. Argumentum ejus ita se habet: Si rerum natura alicubi finiretur, corpora extima, cum nulla haberent exteriora quæ gravitatis vi appeterent, non starent in æquilibrio, sed ad inferiora necessariâ gravitatis inclinatione tenderent; adeoque in infinito tempore confluendo jam dudum in medio totius tanquam in imo loco jacuissent. Hinc itaque patet* Lucretium, *eosque quos ille secutus erat, existimasse unumquodque corpus grave esse in materiam circumquaque positam, & à gravitate præpollente ferri in regionem ubi materia est copiosior.*

Sicuti constat antiquos corporum omnium in se invicem Gravitatem deprehendisse, ita etiam quam Legem & quam pro diversa mole & distantia proportionem observaret Gravitatis actio non ignorarunt. [s] *Gravitatem enim proportionalem esse quantitati materiæ*

m Ἡ δὲ πρὸς τὴν γῆν οὐδ᾽ ἐνταῦθα συναίρεσις καὶ σύστασις ὑφηγοῦνται τῶν πίπτων, ὧν μᾶλλον τὰ ἐκεῖ συμπεσόντα πρὸς Σελήνην οἰκεῖα ἔοικεν. ibid. n Τῇ δὲ Σελήνῃ βοήθημα πρὸς τὸ μὴ πεσεῖν ἡ κίνησις αὐτή, καὶ τὸ ῥοιζῶδες τῆς περιαγωγῆς· ὥσπερ ὅσα ταῖς σφενδόναις ἐντεθέντα τῆς καταφορᾶς κώλυσιν ἔχει τὴν κύκλῳ περιδίνησιν, διὸ τὴν Σελήνην οὐκ ἄγει τὸ βάρος ὑπὸ τῆς περιφορᾶς τὴν ῥοπὴν ἐκκρουόμενον. ibid. o Ταῦτα γὰρ πρὶν μὲν ἀλόγως κινεῖσθαι καὶ ἀτάκτως, ἐπεὶ δὲ ἤρξατο συνίστασθαι τὸν κόσμον, ἐκ τοῦ ἐνδεχομένου ὑπὸ τοῦ θεοῦ συμμέτρως καὶ τεταγμένως γενέσθαι. Diog. Laert. in Plat. p Κίνησιν γὰρ ἀπένειμεν αὐτῷ τὴν τοῦ σώματος οἰκείαν (*i. e.* directum) & paulo post διὸ δὴ κατὰ ταῦτα ἐποίησε κύκλῳ κινεῖσθαι στρεφόμενον. Plat. in Timæo. q Systema Cosmic.

r Præterea spatium summai totius omne
Undique si inclusum certis consisteret oris,
Finitumque foret: &c. Lucr. Lib. I. v. 983.

s Denique cur alias aliis præstare videmus
Pondere res rebus nihilo majore figurâ? &c. ibid. v. 359.

ex qua constat grave, satis declarat Lucretius, *&* [t] *corpora quæ levia dicuntur non sponte sed vi subigente ascendere, perinde ut in aqua lignum;* [u] *omnia autem corpora, tam graviora quam minus gravia, æquali celeritate (in vacuo) descendere. Enim vero præclarissimum illud Theorema de proportione, quâ Gravitas recedendo à Sole decrescit, saltem* Pythagoræ *non ignotum fuisse ex sequentibus liquebit. Hoc enim ille & illius asseclæ adumbrarunt per Harmoniam Sphærarum: Finxere nimirum Apollinem Lyram septem chordarum pulsare, quo symbolo, ut ex* [x] Plinio, Macrobio *&* Censorino *abunde constat, intellexere Solem cum septem Planetis; illum nempe Hebdomagetam & naturæ moderatorem constituerunt, & censuerunt Vi suâ attractivâ agere in Planetas (quem ideo* [y] *Jovis Carcerem vocabant, quia nempe Planetas in Orbibus suis hâc Vi retinet ne in rectis abeant) in ratione illa Harmonica distantiarum. Vires enim quibus æquales tensiones agunt in chordas diversarum longitudinum (cætera æquales) sunt reciproce ut quadrata longitudinum chordarum.* [z] *Nam* Pythagoras, *dum præteriret officinam fabri ferrarii, occasionem reperit experiendi quod soni, quos mallei ferrei emittunt, acutiores essent vel graviores pro variis ponderibus malleorum; deinde intestina ovium vel boum nervos, variis etiam ponderibus alligatis, tendendo didicit quod soni ponderibus similiter responderent. Ubi hoc compertum habuit, deinde deprehendit etiam numeros, ex quibus soni sibi consoni nascerentur. Sive autem vera sit hæc historia sive fabula, certum est* Pythagoram *reperisse veram rationem, quæ est inter sonos chordarum & pondera appensa. Tensio eadem in chordam duplo breviorem quadruplo potentius agit: Octavam enim generat, & Octava per vim quadruplo majorem editur; nam si chorda dato pondere tensa datum tonum edit, eadem quadruplo pondere tensa Octavam edet. Similiter,*

t Nunc locus est, ut opinor, in his illud quoque rebus
Confirmare tibi, nullam rem posse suâ vi
Corpoream sursum ferri, &c. Lucr. Lib. II. v. 184.

u Omnia quapropter debent per inane quietum
Æque ponderibus non æquis concita ferri. ibid. 238.

x Plin. Lib. II. cap. 22. Macrob. Lib. I. c. 19. Censorin. c. 11. y τὴν τοῦ Διὸς φυλακήν. z Macrobius Lib. II. in Somn. Scip. cap. 1.

eadem

eadem tensio in chordam subsesquialteram agit in ratione dupla sesquiquarta: nam Quintam sive harmoniam Diapente efficit, & chorda, quæ dato pondere datum tonum edit, pondere duplo sesquiquarto tendi debet ut Quintam efficiat. Et universaliter, pondera, quibus toni omnes in chordis æqualibus audiuntur, sunt reciproce ut quadrata longitudinum chordarum æqualiter tensarum, quibus instrumentum musicum tonos eosdem emittit. Proportionem his experimentis inventam * Pythagoras *applicuit ad Cœlos, & inde didicit Harmoniam Sphærarum. Ideoque conferendo pondera illa cum ponderibus Planetarum, & intervalla tonorum cum intervallis sphærarum, atque adeo longitudines chordarum cum distantiis Planetarum ab orbium centro, intellexit per Harmoniam Cœlorum quod Gravitates Planetarum in Solem (ad cujus utique Lyram omnes saltant) essent reciproce ut quadrata distantiarum eorum à Sole.*

Hactenus ostensum est quænam fuerit de Gravitate veterum Philosophorum sententia; iisque persuasum esse constat, quod Gravitas non modo Terræ sed & corporibus Cœlestibus competat, quod corpora omnia in se mutuo gravia sunt, quodque Planetæ vi Gravitatis in Orbitis suis retineantur, quod denique Gravitates Planetarum ad Solem sint reciproce ut Quadrata distantiarum ab ipso. Quænam hisce Veterum inventis incrementa adjecerit Recentiorum solertia, sequentes paginæ fuse ostendunt.

ASTRO-

Digitized by Google

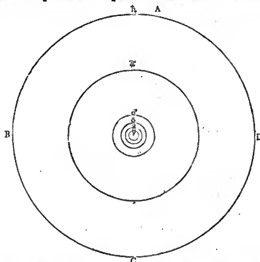
ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ & GEOMETRICÆ
ELEMENTA.

LIBER PRIMUS
De Mundi Syſtemate.

SECTIO I.
De Ordine, Diſtantiis, & Periodis Planetarum primariorum circa Solem gyrantium, & Phænomenis inſignioribus inde ortis.

PROPOSITIO I.
Ordinem & motuum Periodos Planetarum primariorum circa Solem, & eorum à Sole Diſtantias, quidque de Cometis & Stellis Fixis ſentiendum ſit, generatim exponere.

In medio immenſi hujus ſpatii, in quo Planetæ gyros ſuos complent, concipiendus eſt Sol immotus; circa quem, tanquam centrum, corpora ſex Sphærica & Opaca ab occidente verſus orientem ab



A per B, C, & D ordine ſequenti revolvuntur. Nempe Mercurius Soli proximus circulum ſuum complet ſpatio trium fere menſium: Ve-

nus huic proxima mensibus 7½ fere: Dein Terra spatio annuo: Postea Mars fere biennio: Huic ordine proximus Jupiter 12 annis: Et extimus Saturnus annis fere 30. Talis autem est horum Planetarum à Sole distantia, qualis fere hoc schemate exprimitur; nempe quarum partium distantia Telluris à Sole est 10, harum Mercurii distantia est 4 fere, Veneris 7, Martis 15, Jovis 52, & Saturni 95.

Advertendum porro est Planetarum horum Orbitas non esse in eodem plano omnes, sed ad se invicem diversimode inclinatas; ita nempe ut si planum Orbitæ Telluris intelligatur congruere cum plano hujus schematis, alterius cujusvis Orbitæ dimidium alterum supra planum hoc attollatur, alterum infra illud deprimatur; ita ut hujus planum secet planum prædictum in recta per Solem traducta.

Præter Planetas supradictos circa Solem gyrantes, sunt etiam & Cometæ; qui, si corpora sint perennia in gyros acta, in Orbitis moventur Soli admodum excentricis, & proinde se nobis spectandos tantum præbent, cum in iis suarum Orbitarum partibus versantur, quæ Soli & Terræ sunt viciniores. Cometarum aliqui ab occidente in orientem, Planetarum ritu, feruntur; aliqui vero ab oriente in occidentem; alii à septentrione ad austrum; alii ab austro ad septentrionem: Et horum Orbitæ quoad magnitudinem, situm, & ad se invicem & Planetarum Orbitas inclinationem, variæ & diversæ sunt. Cometarum Periodi ex observationibus adhuc non constant, & ne hoc quidem certo, quod in lineis moventur in se redeuntibus: Sed hæc forsan ex sequentium seculorum observationibus huc collimantibus determinabuntur.

Porro reliquum omne, quaqua patet, spatium mundanum concipiendum est in spatia descripto non absimilia divisum, in quorum cujusque centro Stella aliqua, ex illis quas nos Fixas dicimus, loco immota collocatur, quæ in dicto spatio Solis officio fungitur (quippe huic non absimilis;) circa quam forsan & sui revolvuntur Planetæ & Cometæ.

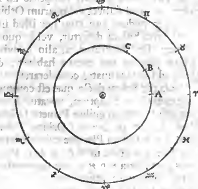
Sufficit hæc primo generatim, ut hic descripta, concipere. Nam quamvis Planetarum Periodi & à Sole Distantiæ non sint præcise illæ quas diximus; sunt tamen in numeris rotundis veris proximæ. Rursus, quamvis illorum viæ non sint perfecti circuli Soli concentrici, nec ejusdem Planetæ motus perfecte æquabilis; tantillum tamen hinc aberrant, ut sufficiat illa pro talibus habere, donec per observationes, & methodos observationibus utendi inferius propriis locis declarandas, hæc omnia præcise & exacte stabiliantur, illorumque minutiæ excutiantur; aut saltem donec hæc declarentur, ut in veras illorum causas Physicas inquiratur.

PROPOSITIO II.

Phænomena, à supra descriptis Solis situ & Telluris motu orta describere.

Primo, si Observator in Sole locatus intelligatur, patet Tellurem huic

huic visum iri ab occidente in orientem continuo deferri, sicut etiam revera fit. Porro cum, præter Tellurem, Observator noster Solaris etiam videat Fixas Stellas undique (propter oculi naturam) quasi in concava sphæra, cujus centrum est oculus, positas; clarum est illum Terram observaturum quasi inter Fixas motam, & ad Stellas magis magisque orientales appellentem; donec, completa revolutione annua, ad eundem rursus inter eas locum redeat. Cumque Tellus eâdem viâ perpetuo incedat, notabit Observator Stellas, quas pertransit Tellus; ut & planum Orbitæ Telluris, circulumque in sphæra Fixarum ab hoc plano factum, *Eclipticam* dictum; qui maximus quidem erit, quoniam transit per Solem sive oculum, qui cavæ sphæræ, qua visus terminatur, centrum est. Quod si, propter commodiorem observationem, Observator divisam intelligat hanc Eclipticam in partes æquales duodecim, sive *Signa*, quorum cuivis nomen imponat ab Asterismo vicino, sive figura rei cujusvis quam vicinæ Stellæ referre concipiuntur: in hoc inquam casu, Terra videbitur transire ab ♈ ad ♉, indeque ad ♊, atque ita denuo, ab occidente ad orientem omnia Signa peragrando, donec ad ♈ revolvatur.



Quod si, secundo, Observator in Tellurem translatus intelligatur; si Tellus sit ad A, ubi ex Sole conspicitur inter Fixas ad ♈, Sol inter Fixas conspicietur in opposito Signo ♎ è Terra, quæ nunc est sphæræ Fixarum centrum; quippe locus oculi undique visum æqualiter producentis, & Stellas omnes ad hanc superficiem sphæricam referentis. Mota vero Terra ab A per B ad C in sua Orbita, sive, ex Sole spectata, ab ♈ per ♉ ad ♊ &c. in consequentia Signorum; Sol, Observatori Terrestri locum suum (ut vulgo fit) immotum reputanti, inter Fixas moveri videbitur etiam in consequentia Signorum à ♎ per ♏ ad ♐ &c. in eodem plano Eclipticæ, eodem tempore, & versus eandem plagam, atque Tellus è Sole conspecta; sed in Eclipticæ punctis oppositis.

SCHOLIUM.

Similia Phænomena accidunt respectu Solis & alterius cujusvis Planetæ, immo prorsus eadem; nisi quod tempus, quo Planeta circa Solem revolvitur, vel quo Sol è Planeta spectatus circa hunc revolvi videtur, varium sit pro Planetæ cujusvis Periodo, præcedente propositione expositâ; quodque planum Orbitæ Planetæ istius productum aliis occurrat Fixis, quam quibus planum Orbitæ Terræ

 occurrit;

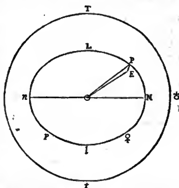
occurrit; & consequenter quod via Solis inter Fixas, spectata ex alio quovis Planeta, diversa sit ab ejus via è Tellure visa, sive Ecliptica.

PROPOSITIO III.

Phænomena Planetarum è Sole visorum, quatenus in Orbitis moventur, quarum plana ad planum Eclipticæ sunt inclinata, describere.

Cum Telluris & Planetarum Orbitæ ita disponantur, ut earum plana ad se invicem inclinentur, seque intersecent (ut Prop. I generatim expositum) in rectis per Solem traductis; in exponendis Phænomenis Planetarum è Sole visis, consideranda est inclinatio plani Orbitæ cujusque ad planum Eclipticæ sive Orbitæ Telluris. Hoc enim planum Eclipticæ ab Astronomis pro norma statuitur, ad quod scilicet reliquarum Orbitarum plana inclinata censentur; & quidem jure, cum hoc illud sit, in quo Tellus (Astronomi locus) circa Solem defertur, vel in quo Sol circa Tellurem deferri videtur: Et Observator, in alio quovis Planetarum positus, suæ Orbitæ planum pro norma haberet, & reliquorum Orbitas tanquam ad illud inclinatas consideraret.

Recta per Solem ducta, quæ est communis sectio plani Orbitæ Planetæ cum plano Eclipticæ, vocatur *Linea Nodorum* istius Planetæ, cum ipsa Puncta, in quibus Planetæ Orbita secat Eclipticam, vocentur *Nodi.* Sit *ex. gr.* ⊙ T ♉ *t* Orbitæ Telluris planum infinite productum, N P *n* Orbita Planetæ cujusvis intersecans planum prioris Orbitæ sive Eclipticæ in N & *n* dicti Planetæ Nodis; ita ut Orbitæ hujus pars altera N P *n* extare supponatur supra planum hujus schematis, altera *n p* N infra idem deprimi (unde Ellipsis apparet): Recta N *n* Nodos conjungens, communis sectio plani Orbitæ Planetæ cum plano Eclipticæ, est Linea Nodorum.



Patet Planetam in Nodorum alterutro N situm, è Sole ⊙, in Eclipticæ plano videri. Progressus vero Planeta usque ad P, è Sole visus, ab Ecliptica deviare videbitur; & (per Def. v. Elem XI.) rectæ ⊙ P, & proinde Planetæ ad P è Sole visi, inclinatio ad Eclipticam (quæ Planetæ *Latitudo Helio-Centrica* dicitur) mensuratur per angulum P ⊙ E, posita P E recta perpendiculari ad Eclipticæ planum. Latitudo autem hæc Heliocentrica continuo augebitur, donec Planeta ad L perveniat, nempe *Limitem*; ubi æqualis est inclinationi Orbis Planetæ ad Eclipticæ planum. Atque inde rursus, moto Planeta, minuitur, donec Planeta ad Nodum alterum *n* appellat,

n appellat, ubi Latitudo evanescit. Superato Nodo *n*, statim incipit Planetæ Latitudo; at mutata denominatione, quoniam nunc fit ad alteras Eclipticæ partes; augeturque usque ad Limitem *l*, unde rursus minuitur, donec in Nodo N secundo evanescat.

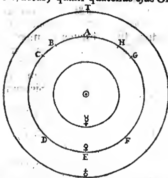
Planetarum *Orbes* (hoc est Orbitarum plana) inclinantur ad planum Eclipticæ modo sequenti. Nempe Saturni Orbis angulo 2½ graduum: Jovis 1⅓ grad. Martis paulo minus quam 2 grad. Veneris paulo majus quam 3⅓ grad. Mercurii denique fere 7 gradibus. De positione Lineæ Nodorum Planetæ cujusque alibi dicetur.

In duabus ultimis propositionibus consideravimus Planetas quasi è Sole visos: Istud enim necessarium est ad intelligendum motum illorum è Terra visorum.

PROPOSITIO IV.

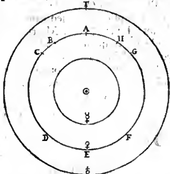
P*Hænomena, à Telluris & inferiorum Planetarum, Veneris & Mercurii, motu orta, è Tellure visa describere.*

Cum Venus & Mercurius revolvantur circa Solem in minoribus Orbitis quam Terra, ut in schemate, in quo T refert Tellurem, in propria Orbita T ♉, ab occidente in orientem delatam; A C E G Orbitam à Venere, versus easdem partes, breviori tempore percursam; patet quod, cum Venus in D E F, Orbitæ suæ parte à Tellure remotiore invenitur, hæc è Terra in T videbitur mota in consequentia Signorum; quo casu *Directa* dicitur. Cum vero Venus pervenerit ad situm respectu Solis & Telluris qualis est G; dum à G ad H movetur, æquali celeritate cum Sole ferri videbitur: Nam tunc rectà versus Terram tendit; nec aliter moveri videtur, quam quatenus ejus Orbita defertur à Sole versus ortum moto; adeoque tardior quidem est quam prius, sed etiamnum Directa.



Venus ultra H per A ad B progressa, &c, quia Soli propior est, velocius mota quam ipsa Tellus, (cujus rationem inferius reddemus,) hanc inter & Solem media transit; & proinde è Tellure visa locum, inter Fixas, mutare quidem videbitur, at contra Signorum seriem, i. e. *in Antecedentia*; unde tum temporis *Retrograda* dicitur, licet è Sole spectata etiamnum Directa videretur. Et inter Directionem & Retrogradationem, prope H scilicet, *Stationaria* apparet; rectis nempe Terram & Venerem, eodem momento, jungentibus, per tempus notabile parallelis manentibus. Similiter, post Retrogradationem, antequam rursus Directa fiat, secundo Stationaria, prope B, videbitur; & quidem *Stationaria ad Di-*

rectionem, quia mox futura est Directa in Orbitæ parte B C D E F G H. Nam prior Statio, ad H, erat *ad Retrogradationem*. Interim & progredientis Terræ habenda est ratio: Nam Directiones, Stationes & Retrogradationes supra descriptæ fiunt, cum Venus versatur in Orbitæ suæ partibus, quæ modo supradicto referuntur ad Tellurem interea motam. Ex dictis apparet Venerem Retrogradam, ut ad A, Telluri propiorem esse, & proinde majorem videri; è contra Directam, ut ad E, remotiorem ac, cæteris paribus, minorem.



Porro, quoniam Venus Solem ambit ad minorem distantiam quam Terra; patet illam è Tellure visam Solem perpetuo comitari: Cumque Cœlestia omnia locata videantur ad eandem à Spectatore distantiam; Venus nunc ad ortum, nunc ad occasum à Sole digredi videbitur. Digressio hæc, *Elongatio* dicta, quæ mensuratur per angulum comprehensum inter rectas ab oculo ad Solem & Venerem eductas, nunquam major erit quam angulus ☉ T C vel ☉ T G, si T C vel T G contingat Orbitam A D F. Et ideo, ex Orbitarum semidiametris Prop. I. positis, Venus nunquam ultra quadrantis semissem à Sole elongabitur: sed, postquam Elongationem maximam attigerit, versus Solem redibit; & inde rursus, quasi oscillando, ad alteras partes excurret.

Similia omnia & Mercurio accident: At Mercurii Directiones, Stationes & Retrogradationes sæpius occurrent; quippe Planetæ periodum suam breviore tempore absolventis, Terramque proinde sæpius assequentis. Et quoniam Mercurii Orbita minor est quam Veneris, illius Elongationes maximæ à Sole non erunt tam magnæ atque hujus, sed prope Solem perpetuo hærens, & per Prop. I. ab eo nunquam per integrum Signum elongatus, se raro conspiciendum præbebit.

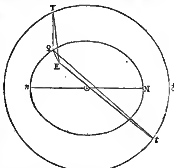
PROPOSITIO V.

Phænomena Latitudinis inferiorum Planetarum, è Tellure visorum, describere.

Sit T ♁ *t* Telluris Orbita, cujus planum idem est cum plano Eclipticæ; sitque N ♀ *n* Orbita Planetæ inferioris, (Veneris *ex. gr.*) cujus planum ad Eclipticæ planum est inclinatum, quæ propter hanc obliquitatem apparet Ellipsis, cujus major axis est planorum interfectio, sive Linea Nodorum N *n*. Atque Venere existente in ♀, sit Tellus in T; quo casu Venus erit Terræ proxima & Retrograda, ut Prop. IV. ostensum est: Patet (per Def. V. Elem. XI.) rectæ ♀ T inclinationem ad planum Eclipticæ, sive Veneris in ♀ Latitudinem è Terra

visam

visam (quæ exinde dicitur *Latitudo Geocentrica*) mensurari per angulum ♀ T E, posita recta ♀ E ad Eclipticæ planum normali. Si, Venere in ♀ manente, Terra in *t* supponatur, quo casu Venus est directa & à Terra remotissima; Latitudo Veneris Geocentrica erit angulus ♀ *t* E minor quam ♀ T E, in ratione T ♀ ad *t* ♀ fere, quamvis Latitudo Veneris Heliocentrica sit in utroque casu eadem.



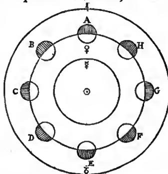
Atque hæc de Mercurio pariter vera sunt. Unde patet quod, cæteris paribus, inferiorum Planetarum Latitudo major est, dum retrogradi & Telluri proximi sunt; minor, cum directi & remotissimi.

Porro, si inferiorum aliquis sit simul & Telluri proximus sive maxime Retrogradus, & in Nodo vel prope illum; directe inter Observatorem & Solem reperietur: Sed si satis longe à Nodo distet, etiam tunc Solem præteribit ad boream vel ad austrum. Pari modo, si maxime directus sit & à Terra remotissimus, simul & in Nodo aut satis prope illum, à Sole tegetur; aliter, illum ad latus præteribit.

PROPOSITIO VI.

P*Hænomena Planetarum inferiorum, quatenus sunt corpora Sphærica, Opaca & à Sole illuminata, exponere.*

Cum Planetæ omnes, æque ac Terra, sint corpora Sphærica, Opaca & Scabra, radios Solis in se incidentes undiquaque reflectentia; patet eam Planetæ cujusvis medietatem quæ Soli obvertitur, à Sole illustrari; à Sole vero aversam in tenebris versari. Cumque medietas Telluri obversa ab Observatore videatur; si consideretur quænam Veneris facies in diverso ejusdem ad Solem situ illustretur; quænam vero à Tellure in T, in Orbita sua T ♁, videatur; palam est Venerem situm A obtinentem, hoc est maxime retrogradam & nobis proximam, minime apparere, sed ejus faciem obscuram nobis obverti: Et si simul in Eclipticæ plano, hoc est in Nodo suo versetur; tum, per præced. directe inter Terram & Solem interjectam, velut Maculam in Sole videri.



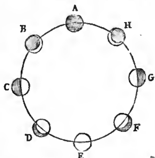
Progressâ

Progressâ Venere in situm B, (hoc est è Tellure retrogredi visâ;) tum aliqua medietatis illustratæ pars Telluri T obvertitur, at multo maxima medietatis obscuræ. Cumque Venus sit figuræ Sphæricæ, & plana videatur; pars illuminata in Cornua à Sole aversa, id est in occidentem, protendi videbitur.

Procedente vero Venere ad C, medietatis illustratæ dimidium videtur, unde Venus Dimidiata apparet: In situ vero respectu Solis & Telluris qualis est D, Gibba; cum Hemisphærii illustrati majus quam dimidium Spectatori obvertatur. Cum vero ad E pervenerit, ubi & à Terra remotissima, & in motu maxime directa est, Pleno Orbe fulget; quia integrum ejus Hemisphærium illuminatum nobis obvertitur.

Easdem phases subibit Venus, dum per F, G & H transit; sc. circa F Gibba, in G Dimidiata, ad H Corniculata, cornibus à Sole aversis, hoc est nunc in ortum protensis; adeoque in partes oppositas illis versus quas protendebantur in situ B.

Ut hæc melius intelligantur, nos Veneris phases in schemate annexo, iisdem literis quibus præcedens schema distincto, delineavimus, quales è Terra videntur; hoc est, schema hoc aspicienti eadem est phasis ad A, B, C, &c. quæ revera Veneris visæ, in punctis A, B, C, &c. schematis præcedentis, ex T puncto Terram referente. *Ex. gr.* in hujus schematis puncto A Venerem penitus obscuram delineavimus; cum in præcedente schemate Venus ad A, è Terra in T visa, obscura prorsus videatur: Ad B Venerem in cornua abeuntem, majore parte obscuram depinximus; cum in præcedente schemate Venus ad B, è Terra in T visa, eâdem phasi appareat: Atque sic de cæteris.



Similia etiam & de Mercurio apparebunt, habitâ ratione Orbitæ ejus & Periodi.

SCHOLIUM.

Quemadmodum Phænomena tribus novissimis propositionibus exposita ex Ordine & Motu Planetarum, Terræ, Veneris & Mercurii, Prop. I. descriptis manifeste consequuntur; ita, è converso, Phænomena hæcce observata, istum ordinem necessario stabiliunt; in quo nimirum Venus & Mercurius Orbitis suis, interius quam Terra, Solem cingunt.

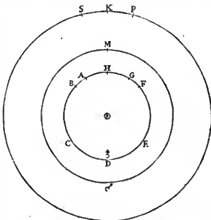
PROPOSITIO VII.

Phænomena à Telluris & superiorum Planetarum, Martis, Jovis & Saturni, motu orta describere.

Sit M ♂ Orbita cujusvis è Planetis superioribus, Martis *v. g.*

A C ♉ G

A C ♁ G Orbita Telluris Soli propior: patet primo hunc Planetam Solem perpetuo non comitari, ſed illi è diametro quandoque opponi. Cum enim Tellus citius quam ſuperiorum quivis circuitum ſuum abſolvat, patet ipſam quandoque inter Solem & dictum ſuperiorem Planetam intermediam fore; *v. g.* dum Mars eſt in M, Tellus poterit eſſe in H; & univerſaliter angulus ad Terram, quem continent lineæ inde ad Martem & Solem ductæ, poterit eſſe cuivis dato æqualis.



Ponatur, Marte in M poſito, Terram eſſe ad A; Mars in hoc caſu Stationarius ad Directionem videbitur; quia rectæ eodem momento Terram & Martem jungentes, ſibi invicem, per notabile tempus, parallelæ manent; cum interim Mars è Sole viſus continuo, ut alias, progredi videatur.

Dum vero Terra ab A per B, C, D, E, F ad G movetur, Mars progredi videbitur inter Fixas ob duplicem cauſam; cum quod revera circa Solem feratur in conſequentia; tum quod Terra in adverſo ſemicirculo, in eandem plagam feratur circa idem centrum: Adeoque Mars, in hoc caſu à Terra remotiſſimus & Soli conjunctus, è Terra ſpectatus citius ſolito in conſequentia Signorum ferri videbitur, & Directus fit. Progreſsâ vero Terrâ in ſitum G reſpectu Martis in M (quod tandem fiet, quamvis Mars interim circa Solem movetur, aſſequente nimirum Terrâ Martem) Mars rurſus fiet Stationarius, & quidem ad Retrogradationem; quippe mox futurus Retrogradus. Nam cum Terra à G per H ad A fertur (Marſque Soli oppoſitus videtur, & maximus, quia Terræ proximus) Martem prætergreſſa, quia inferior & proinde velocior, efficiet ut Mars inter Fixas viſus contra Signorum ſeriem moveri videatur ab S per K ad P; cum interim, è Sole, in conſequentia ut ſemper motus videretur.

Similia omnia Jovi & Saturno accident, niſi quod Retrogradationes Saturni frequentiores ſunt quàm Jovis, Joviſque quam Martis; quoniam Tellus ſæpius Saturnum quàm Jovem, & Jovem ſæpius quam Martem aſſequitur, mediaque illum inter & Solem tranſit.

PROPOSITIO VIII.

P*Hænomena Latitudinis ſuperiorum Planetarum, è Tellure viſorum, deſcribere.*

Sit Telluris Orbita T *t* ♁; ſuperioris vero cujuſvis (Martis puta) ♂ M, cujus planum ad Eclipticæ planum inclinatur, illudque interſecat in Linea Nodorum N ☉ *n*: Ponatur talis Martis & Terræ ſitus reſpectu Solis, ut, Marte in ♂ exiſtente, Terra reperiatur in T, inter Solem & Martem fere interjecta; quo caſu & Mars Terræ proximus eſt, & proinde viſu maximus, & maxime Retrogradus, ut Prop. præced. oſtenſum eſt: ejus Latitudo Geocentrica menſurabitur per angulum ♂ T E, poſitâ ♂ E plano Eclipticæ normali. At ſi, Marte eundem obtinente ſitum in ſua Orbita, ac eandem proinde habente Latitudinem Heliocentricam, Terra ponatur in *t*, ita ut Sol inter hanc & Martem interjiciatur; ubi, per præcedentem, Mars remotiſſimus, ideoque viſu minimus, ſimul & motu maxime Directus eſt; Latitudo Geocentrica, per angulum ♂ *t* E menſurata, multo minor eſt quam ♂ T E, & in ea ratione minor quæ diſtantiis Telluris à Marte, nempe T ♂, *t* ♂ rectis, congruat. Eodemque modo, in quocunque ſitu Martis & Telluris reſpectu Solis, Latitudo Martis Geocentrica mutatur; ita ut (cæteris paribus) illa ſit minor, quo Mars propior eſt Conjunctioni cum Sole & Directioni velociſſimæ; & major, quo Retrogreſſui & Solis Oppoſito vicinior.

Patet etiam ſuperiorum nullum è Terra viſum poſſe Solem tegere: Poteſt tamen illorum quivis à Sole tegi, dum Directus eſt; ſi Nodo ſit ſatis propinquus.

PROPOSITIO IX.

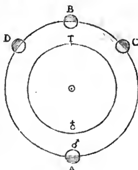
P*Hænomena Planetarum ſuperiorum, quatenus ſunt corpora Opaca, à Sole illuminata, exponere.*

Cum Saturnus & Jupiter corpora ſunt Opaca, à Sole illuminata; ea Planetæ medietas, quæ Soli obvertitur (hoc eſt, quæ illuminatur) obvertitur etiam & Terræ, quæ nunquam procul abeſt à Sole ſive centro Orbitæ Saturni & Jovis: Nam, per Prop. I. Jovis Diſtantia à Sole pluſquam quintuplo, Saturni autem fere decuplo, major eſt quam Terræ Diſtantia ab eodem.

Verum in Marte res aliter ſe habet: Nam cum Martis Diſtantia à Sole ſit tantum ſeſqui-altera Diſtantiæ Telluris ab eodem; clarum eſt Martis hemiſphærium Soli obverſum, non ſemper, etiam ad ſenſum, obverti Terræ. Si T ſit Telluris locus in Orbita ſua T ♁; patet

Martem

Martem in situ A vel B, dum vel Soli Conjungitur, vel eidem Opponitur, eandem faciem Telluri obvertere quam Soli, hoc est illuminatam, & proinde Pleno Orbe fulgere; in situ vero D vel C (nempe cum angulus ⊙ C T vel ⊙ D T est maximus, sive cum ⊙ T C vel ⊙ T D angulus est fere rectus) faciem illuminatam non totam videri, nec visam totam illuminari; sed Martem, ad partes à Sole aversas paululum lumine deficientem, Gibbum apparere.



Scholium.

Sicut Phænomena tribus ultimis Propositionibus exposita, ex Ordine & Motu Planetarum Terræ, Martis, Jovis, & Saturni Prop. I. descriptis manifeste consequuntur; ita è converso hæcce Phænomena istum Ordinem stabiliunt.

PROPOSITIO X.

P*Hænomena motûs Cometarum è Tellure visa describere.*

Quoniam diversorum Cometarum diversæ sunt Orbitæ, nec ante Observationes aliquas de Cometis institutas determinandæ; patet, dum quisque prope Perihelium suum descendit, sive in Orbitæ suæ portione versatur, quæ in regionem Planetarum immergitur, similia esse ejus Phænomena, habitâ ratione inclinationis Orbitæ & velocitatis ipsius Cometæ, ac Planetæ vicini. Unde Cometæ via apparens inter Fixas erit Circulus Maximus proxime; nisi quod ejus deviationes in hanc vel illam partem similes erunt atque Planetæ, nempe pro motu Terræ spectatorem deferentis. Nam ex Sole spectatus Cometa Circulum Maximum inter Fixas accuratissime describere videretur: Deviatio autem, propter Terræ motum circa Solem, in tempore non nimis magno non erit valde sensibilis.

Porro Cometa, qui progreditur secundum ordinem Signorum, si Terra sit inter Solem & Cometam, Retrogradus est; siquidem Tellus tanto celerius fertur, ut rectæ Terram & Cometam jungentes convergant ad partes ultra Cometam: Sin Terra tardius fertur, motus Cometæ, detracto motu Terræ, fit saltem tardior: At si Sol sit inter Tellurem & Cometam, erit Cometæ motus justo celerior. E contra vero, Cometæ, qui in antecedentia moventur, sunt justo celeriores, si Terra versatur inter ipsos & Solem; & justo tardiores, vel forsan etiam in consequentia apparenter moti, si Terra sita est ad contrarias partes. Contingit hoc ex motu Terræ, in vario ipsius situ, perinde ut fit in Planetis; qui pro motu Terræ, vel conspirante vel contrario, nunc Retrogradi sunt, nunc tardius moveri videntur,

nunc vero celerius, ut Propositionibus IV. & VII. ostensum est. Atque hæc omnia magis sensibilia erunt sub finem apparitionis Cometæ, cum ejus motus apparens est tardior, & spectatorem vehentis Telluris motus majorem ad illum rationem habet.

Quinetiam Cometæ Latitudo, cæteris paribus, pro situ Terræ vario varia est; nempe in Oppositione ad Solem major, in Conjunctione vero major minorve, prout Cometa Terram inter & Solem, vel Sol inter Cometam & Terram, positus est; sicut de Planetis est demonstratum Propositionibus V. & VIII.

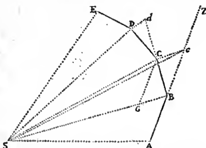
SECTIO II.

De Directione Virium, quibus Planetæ Primarii in Orbibus suis retinentur.

PROPOSITIO XI.

SI Corpus secundum Directionem datæ positione rectæ lineæ A Z *moveatur, & simul urgeatur à Vi Centripeta tendente ad datum punctum immotum* S, *extra prædictam rectam situm; Linea à Corpore descripta Curva est, versus* S *Cava, tota in Immoto Plano per rectam* A Z *& punctum* S *transeunte constituta. Et Areæ sub hujus Curvæ portionibus quibusvis, & rectis ad centrum* S *ductis, comprehensæ eandem habent inter se rationem, quam Tempora, quibus dictæ Curvæ portiones à Corpore describuntur.*

Concipiatur Tempus divisum in partes æquales, in cujus primâ Corpus solâ Vi insitâ, quâ secundum directionem A Z progredi nititur, describat ejus partem A B; descripturum Temporis parte secundâ B *c* ipsi A B æqualem, si nihil impediret; quoniam, per primariam motûs Legem, Corpus omne motum, aliunde non impeditum, movetur uniformiter in directum: Verum, ubi Corpus ad B pervenit, intelligatur Vis Centripeta ad S tendens agere impulsu unico quovis, ita ut Temporis parte secundâ Corpus per solum hunc impulsum impelleretur per rectam B G. Patet, si per *c* ducatur *c* C ad B G, & per G, G C ad B *c* parallela, Corpus ex utroque impulsu, quo simul impellitur, dictâ secundâ Temporis particulâ perventurum ad C, describens rectam B C; cum in Mechanicâ sit notissimum, Corpus viribus conjunctis Diagonalem Parallelogrammi eodem



dem tempore describere, quo Latera separatis. Constat porro rectam B c esse in plano parallelogrammi B G c *c*, cujus utrumque latus B G & B *c* est in plano trianguli A S B, quod nempe transit per Centrum Virium S, & rectam immotam A Z. Præterea triangula S C B, S *c* B sunt æqualia, quippe super eâdem basi B S, & inter parallelas S B, C *c* constituta; sed S *c* B, S B A sunt æqualia, quoniam eorum bases æquantur, & altitudo est eadem: Quare S B A, S C B etiam æquantur. Eâdem prorsus ratiocinatione, si tertiâ Temporis particulâ Mobile describat rectam quamvis C D; probabitur triangulum S C D æquale triangulo S B C, & rectam C D esse in eodem plano cum rectis S B, B C; hoc est, in eodem cum eo quod per rectam A B & punctum S traducitur. Et ita porro, quousque motus continuatur, æqualibus Temporis partibus æqualiter augebitur Area, radiis ad immobile Centrum Virium ductis descripta: Et, componendo, sunt Arearum summæ quævis inter se, ut sunt Tempora, quibus describuntur. Et Linea à Corpore descripta jacebit in Immoto plano, quippe per rectam immotam A B & immobile centrum S traducto. Sed & erit versus S Cava, quia ejus quælibet portio recta, ut B C, à præcedente A B declinat versus centrum. Si augeri intelligatur triangulorum S A B, S B C, S C D, &c. numerus, & latitudo minui in infinitum; horum bases A B, B C, C D, constituent Lineam Curvam versus easdem partes Cavam, & in eodem plano jacentem; & Vis Centripeta, quæ prius quasi subsultim & per æqualia Temporis intervalla agebat, quâ Corpus de tangente istius Curvæ (quam triangulorum bases mentiuntur) perpetuo retrahitur, nunc indesinenter aget: Areæque quævis descriptæ, S A B C S, S A B C D E S, erunt (ut prius) Temporibus quibus describuntur proportionales. Quod erat demonstrandum.

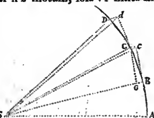
PROPOSITIO XII.

Corpus motum in Linea Curva A B C D, *in Plano descripta, versus easdem partes Cava, &c, radio ad* S *punctum immotum in eodem plano versus Curvæ cavitatem positum ducto, describens Areas Temporibus proportionales, urgetur à Vi Centripeta tendente ad istud punctum* S.

Intelligatur Curva à Mobili descripta dividi in partes A B, B C, C D, &c. quorum quælibet à rectâ minime differt, tales ut Temporis partibus æqualibus describantur: Concipiatur item Vis Centripeta subsultim agens in solis punctis B, C, D, &c. ut in præcedente. Producatur A B ad *c*, ita ut B *c* æqualis A B; item B C ad *d*, donec C *d* æqualis B C; & sic porro. Erit S A B triangulum æquale S B C, quia, ex hypothesi, Areæ descriptæ sunt Temporibus proportionales; & S A B æquale S B *c*, quia A B æqualis B *c*: Quare S B C est



æquale S B *c*, & igitur (per 39. Elem. I.) C *c* parallela est ad S B. Porro, Corpus primâ Temporis particulâ per A B motum, solâ Vi insitâ in secunda particula Temporis percurreret B *c*; sed eâdem parte secundâ revera percurrit B C: Quare Vis in puncto B agens, quæ cum Vi insita conjungitur ad Corpus per B C movendum, dirigitur secundum rectam ipsi *c* C parallelam; hoc est, secundum rectam B S. Eodemque modo Vis in puncto C agens, quæ conjuncta cum Vi insita (quâ solâ Corpus tertiâ Temporis particulâ percurreret C *d*) potest eodem tempore illud per C D movere, dirigitur secundum rectam ad *d* D parallelam; hoc est, secundum C S: Sed rectæ B S, C S, &c. tendunt versus punctum S. Agit ergo Vis Centripeta, qua Corpus de Curvæ tangente retrahitur, secundum rectas ad punctum immobile S tendentes. Quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO XIII.

Vires, quibus Planetæ Primarii, Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus, à motibus rectilineis retrahuntur, & in Orbitis suis retinentur, non tendunt versus Terram, sed versus Solem.

Nam Corpus omne, quod movetur in Linea Curva, detorquetur de cursu rectilineo, quem ex natura sua affectat, per Vim aliquam. Planetas autem in Lineis Curvis moveri vel exinde patet, quod eorum Orbitæ in se redeant. Vis vero hæc in Planetas exercita non tendit ad Terram, quoniam duorum ex illis, Mercurii nempe & Veneris, Orbitæ Terram non cingunt, ut ex Prop. VI. patet; & proinde non sunt in omnibus sui partibus versus Terram Cavæ: Unde (per Prop. XI.) Vires, quibus in Orbitis retinentur, non tendunt ad illam. Præterea Planetæ Primarii, scilicet Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus, respectu Terræ nunc Progrediuntur ab Occidente versus Orientem, nunc Regrediuntur ab Oriente in Occidentem, nunc etiam Stationarii sunt: Tempus autem, quò Motus hi peraguntur, uniformiter semper labitur; & proinde Areæ radio ad Terram ducto à Planeta quovis descriptæ non sunt proportionales Temporibus, quibus describuntur. Quare, per præcedentem, urgetur Planeta quivis, & in Orbita sua retinetur, à Vi quæ ad Terram non tendit.

Verum (ex Scholio Prop. VI.) constat Veneris & Mercurii Orbitas Solem cingere, quod & de Martis, Jovis, & Saturni Orbitis etiam patet ex Scholio Prop. IX. Et omnes hi Planetæ Solis respectu semper Progrediuntur, ut ex Prop. I. patet; idque propemodum uniformiter, sicut Tempus fluit. Verum quidem est Planetas paulo celerius in quibusdam suarum Orbitarum punctis, etiam respectu Solis,

Solis, progredi quam in aliis, ut infra dicetur; sed differentia adeo est parva, ut hic sit negligenda: Sed & tum Planetæ sunt Soli propiores (nam eorum Orbitæ non sunt circuli Soli concentrici) & eorum Motus ita attemperatur, ut Areæ à radiis ad Solem ductis descriptæ æquabiliter augeantur; ut in decursu patebit. Et igitur Vires, quibus à motu rectilineo retrahuntur Planetæ, & in Orbitis suis retinentur, tendunt versus Solem.

PROPOSITIO XIV.

Vires quibus Cometæ in Trajectoriis suis (si hæ sint Curvilineæ) retinentur, non tendunt versus Terram, sed versus Solem.

Si enim Cometarum Trajectoriæ Rectæ sunt, nullis urgentur illi Viribus ad punctum extra Rectas istas positum tendentibus; quippe quibus à motu rectilineo retraherentur, & Orbes curvilineos describere cogerentur, per Prop. XI. Si vero Cometarum Trajectoriæ Curvæ sunt, tamen Vis, quâ Cometa quivis in ista Curva retinetur, versus Terram non dirigitur; quia Tellus extra Trajectoriæ planum plerumque reperitur; & præterea, Terræ respectu, nunc progreditur Cometa, nunc regreditur, & Areas proinde per Radios ad Terram ductos describit Temporibus minime proportionales: Respectu vero Solis in omnium Trajectoriarum planis positi, semper in easdem partes tendit Cometa, & quidem quo Soli vicinior, eo velocius; ita ut Area à Radio ad Solem ducto descripta æquabiliter, instar Temporis, augeatur: Unde ex Prop. XII. constat propositum.

SECTIO III.

De Ordine, Distantiis & Periodis Planetarum secundariorum circa primarios revolventium, & horum Phænomenis; deque Directione Virium, quibus isti in Orbitis suis retinentur.

PROPOSITIO XV.

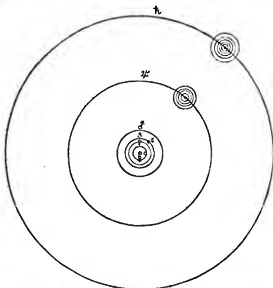
Ordinem & Motuum Periodos Planetarum Secundariorum, sive Satellitum circa proprios Primarios, & illorum ab hisce Distantias exponere.

E sex Planetis primariis, qui circa Solem revolvuntur, tres tantum sunt (quantum observatione adhuc certo constat) Satellitio donati; nimirum circa quos alii rursus Planetæ (qui propterea Secundarii appellantur) revolvuntur. Circa Tellurem unus, scil. Luna, diebus $27\frac{1}{3}$ fere Periodum suam absolvens, & Telluris semidiametris circiter 60 à Tellure distans.

Circa Jovem quatuor: quorum intimus revolvitur die $1\frac{3}{4}$ ad Distantiam $5\frac{2}{3}$ semidiametrorum Jovis à centro ejusdem; secundus revolvitur spatio $3\frac{1}{2}$ dierum, ad Distantiam semidiametrorum 9; tertius spatio

ſpatio $7\frac{1}{6}$ dierum, ad Diſtantiam $14\frac{1}{3}$ ſemidiametrorum; quartus denique & extimus revolvitur circa Jovem ſpatio $16\frac{3}{4}$ dierum, diſtans ab ejus centro ſemidiametris $25\frac{1}{3}$ Jovis.

Circa Saturnum quinque: quorum intimus revolvitur die $1\frac{8}{9}$, ad Diſtantiam ſemidiametrorum Saturni $4\frac{1}{3}$ à centro Saturni; ſecundus ſpatio $2\frac{3}{4}$ dierum, ad Diſtantiam $5\frac{1}{3}$ ſemidiametrorum Saturni;



tertius ſpatio $4\frac{1}{2}$ dierum fere, ad Diſtantiam 8 ſemidiametrorum; quartus 16 diebus fere, ad Diſtantiam 18 ſemidiametrorum; quintus & hactenus viſorum extimus revolvitur circa Saturnum ſpatio $79\frac{1}{3}$ dierum, diſtans ab ejus centro 54 ſemidiametris Saturni. Et Syſtema Solare hactenus viſum figuræ eſt fere, qualem in annexo ſchemate depinximus: Verum inter extremos duos ſatellites Saturnios ſextum inſidere ſuſpicatur Cl. *Hugenius*, cum ſpatium amplius pateat quam pro diſtantiis cæterorum; vel etiam ultra quintum alios circumvagari, qui propter obſcuritatem nondum ſunt viſi. Plana Orbitarum ſatellitum ejuſdem Primarii non coincidunt; ſed ad ſe mutuo varie inclinantur, & etiam ad planum Orbitæ in qua Primarius circa Solem defertur.

Cingitur præterea Saturnus *Annulo* tenui, plano, nuſquam cohærente, inſtar Fornicis Orbicularis per totum Saturni ambitum extructi. Annuli hujus planum eſt plano Æquatoris Terreſtris hâc tempeſtate fere parallelum. Ex ejus varia poſitione reſpectu Solis illuſtrantis (eſt enim ſui Planetæ inſtar opacus) & oculi videntis, oriuntur phaſes *Anſarum* Saturni, quæ tam variis figuris Aſtronomo-

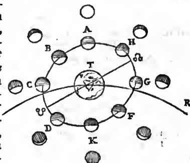
: rum

rum operam luserunt. Ab *Hugenio* primum plane detectus est, & in *Systemate Saturnio* Anno 1659 editus. Annuli diameter dupla sesquiquarta est diametri Saturni; & latitudo spatii inter Annulum & Saturni globum interjecti ipsius Annuli latitudinem adæquat.

PROPOSITIO XVI.

Phænomena Lunæ è Terra visæ, quatenus est corpus Sphæricum a Sole illuminatum, exponere.

Terram T, circa Solem in Orbita R T rotatam, comitatur Luna Planeta secundarius, in eandem plagam, ab A per B, C, &c. Orbitam suam describens. Hujus tamen Orbitæ Lunaris planum cum Eclipticæ plano non congruit, sed ad illud inclinatur angulo circiter 5 graduum; horumque planorum communis intersectio est recta ☊ ☋; punctaque ☊ & ☋, ubi Orbita Lunaris Eclipticæ planum intersecat, vocantur Nodi Lunæ; sicut prius dictum est, cum de primariis ageretur. Adeo ut concipienda sit Orbita Lunaris dimidiâ sui parte ☊ A ☋ ad Boream exstare supra planum Eclipticæ sive hujus schematis, alterâ vero ☊ K ☋ infra idem deprimi ad Austrum; quæ etiam est ratio cur Elliptica delineatur. Nodorum alter ☊, (nempe quo Luna, superatâ Eclipticâ, ad Boream ascendit,) dicitur *Caput Draconis*; alter vero ☋ *Cauda Draconis*. Nodorum Linea ☊ ☋ non eundem semper servat situm, sed ita movetur motu angulari, ut Nodi regrediantur; nempe ☊ per G, F, &c. & ☊ per C, B, &c. contra Signorum seriem; circulumque spatio 19 annorum fere compleant. Ex quibus constat Lunam nunquam in Ecliptica reperiri, præterquam bis in revolutione sua menstrua, cum est in Nodo ☊ vel ☋: reliquo tempore Luna ab Ecliptica deviat in latum; ejusque Latitudo mensuratur per angulum, quo (per def. V. Elem. XI.) recta centrum Lunæ & oculum conjungens inclinatur ad Eclipticæ planum; prorsus ut de primariis dictum est Prop. V. & VIII.

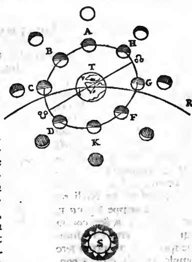




Præterea, cum Luna (instar ipsorum primariorum) sit corpus Sphæricum, Scabrum & Opacum, radios Solis in se incidentes reflectens; patet ejus medietatem Soli obversam illustrari, aversam vero obscuram manere. Sed Lunæ hemisphærium Telluri obversum ab

 obser-

observatore Telluris incola solum poterit videri. Et igitur Lunæ variæ erunt Phases pro varia habitudine hemisphærii ejus illustrati ad hemisphærium Telluri obversum; sicut Prop. VI. (in casu simili) de inferioribus est ostensum. Si in schemate, Sole in ☉ existente & Tellure in T, Luna sit ad A punctum Soli oppositum; patet faciem Lunæ illustratam totam Telluri obverti: unde pleno Orbe fulget Luna; quæ Phasis *Plenilunium* vocatur. Cæteris vero manentibus, si Luna in B posita intelligatur, illustratæ faciei pars à Terra T avertetur, obscuræ vero pars eidem obvertetur: unde Luna non erit perfecte plena; sed, versus Solis oppositum paululum deficiens, Gibba apparebit. Lunâ vero ad situm C progressâ, ubi angulus C T S est rectus, & Luna in *Quadrato* Solis; tum hemisphærii ad Terram obversi pars dimidia illustratur, dimidia in tenebris versatur: unde Dimidiata & decrescens apparebit. Lunâ longius adhuc progressâ, (ut ad D,) faciei Terræ obversæ pars parva illustratur, multo vero maxima obscura manet: & proinde ob Lunæ figuram vere sphæricam, & apparenter planam, illustrata pars velut in Cornua protensa videbitur; & quidem à Sole aversa (ut Prop. sequente demonstrabitur) sive in casu præsenti versus occasum. Cumque tandem Luna ad situm K sive conjunctionem cum Sole pervenerit, facies illustrata aversa est à Terra; & proinde Luna erit prorsus obscura, fitque *Novilunium*; quippe mox rursus in F apparitura, & lucida Cornua à Sole etiamnum aversa, & proinde nunc in orientem protensa, ostensura. Postea, quasi crescens, in G Dimidiata apparet, primo Lunationis Quadrante elapso; sicut in C factum est ultimo Quadrante inchoato: Atque rursus Gibba in H videbitur, ad Plenilunium in A denuo celebrandum tendens. Nos, majoris evidentiæ causâ, post quemvis Lunæ situm delineavimus correspondentem ejus Phasim, qualiter è Terra T apparet.



Quamvis Lunæ Periodus circa Terram (ut in præcedente dictum) sit dierum tantum 27, horarum 7½, (qui & *Mensis* est *Periodicus*;) tamen per Mensem, sive *Lunationem*, vulgo intelligitur temporis spatium id, quod à Novilunio ad Novilunium proxime insequens impenditur, & prædicto Mense Periodico majus est; quoniam spatio Mensis Periodici, quo Luna à puncto K (ubi nunc Novilunium celebra-

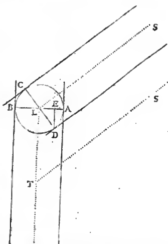
celebratur) digressa ad idem revertitur, ipsa Tellus, una cum comite Luna, integro fere Signo in consequentia est mota; unde dictum Orbitæ Lunaris punctum K Sole est multo occidentalius: adeoque Luna ad Conjunctionem cum Sole nondum pervenit; sed adhuc opus est diebus 2 & horis 5, ut Luna Soli sit conjuncta, sive ut Novilunium celebretur; hoc est, ut fiant omnes Phasium vicissitudines, sive ut integra Lunatio absolvatur, quæ & *Mensis Synodicus* dicitur, constans diebus 29, horis 12½.

Porro, paulo ante & post Novilunium (nempe cum Luna est in D vel F) Solis radii à Terra reflexi & Lunam offendentes, illam Luce istâ tenui perfundunt, quâ (præter Cornua) reliquus ejus discus conspicuus redditur. Cum vero Luna extra viam reflexæ à Terra Lucis est progressa, memorata Lucula (quibusdam perperam Lunæ nativa credita) simul evanescit.

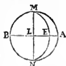
PROPOSITIO XVII.

AD datum Tempus Lunæ Phasem delineare.

Per centra Solis, Terræ, & Lunæ traductum planum (idem nempe cum plano hujus schematis) secet Lunæ Globum, & sectio sit circulus A D B C. Sit C D circuli hujus diameter, cui recta S L centra Solis & Lunæ conjungens est normalis; & A B ejusdem diameter, cui normalis est recta T L, centra Terræ & Lunæ conjungens. Ex puncto D in A B demittatur perpendicularis D E, diametro A B occurrens in E. Cumque planum ad schematis hujus planum super C D normaliter erectum dividat Lunæ hemisphærium illustratum ab obscuro; & planum super A B similiter erectum dividat ejusdem hemisphærium visum à latente: erit Globi Lunaris portio utrique hemisphærio communis; nimirum quæ inter plana super A L, D L, ut dictum est, erecta comprehenditur, visi hemisphærii pars illuminata; & quæ inter plana super B L, D L, ejusdem pars obscura. Et utraque hæc pars hemisphærii visi, tam illustrata sc. quam obscura, in Lunaris Globi punctis oppositis terminatur; in quibus sc. recta ex L, ad planum circuli A C B D normaliter excitata, & utrinque producta, (quippe planorum super A B & C D erectorum communis sectio,) ejus superficiei occurrit: Et partium harum latitudo maxima est in circumferentia A D B; obscuræ quidem B D, illustratæ vero A D.



Arcus B D est mensura anguli B L D, qui æqualis est angulo S L T, comprehenso sub rectis ex Lunæ centro ad Solis & Terræ centra ductis: Nam si æqualibus angulis S L D, T L B (quippe rectis) addatur communis D L T, conficientur æquales. Sed ad Tempus datum innotescit angulus quo Luna distat à Sole, nempe L T S; adeoque & S L T ejus complementum ad duos rectos: Nam distantia Lunæ à Terra tam parva est respectu distantiæ Terræ à Sole, ut rectæ T S, L S, à Terra & Luna ad Solem ductæ, possint pro parallelis haberi. Fiat ut duplum radii ad sinum versum anguli T L S, ita B A ad B E. Porro, cum Lunæ hemisphærium è Terra visum appareat circulus, quod Globo è longinquo spectato contingit, ut in Opticis docetur: Sit A M B N circulus Discum Lunæ referens; idem nempe qui prius factus est per sectionem Lunæ cum plano super A B erecto, adeoque eodem centro L, eâdemque diametro cum illo descriptus. Et quoniam longinqua est Luna, videbuntur singula per rectas rectæ L T parallelas. Et ideo erunt B E & A E, latitudines maximæ partium illuminatæ & obscuræ in Disco Lunari. Ducatur diameter M N ad A B normalis; & axe majore M N, & minore æquali duplæ L E, describatur Semiellipsis M E N: Erit M A N E M Pars illuminata, M B N E M vero Pars obscura Disci Lunaris A M B N.



Nam illustrationis superficiei Lunæ sphæricæ, per sphæricum Solem, terminus est circulus; & hic è longinquo oblique spectatus apparet Ellipsis, cujus semiaxes L M, L E, ut ex Opticis patet: Oblique vero spectatur per T L, quoniam recta S L, illius plano normalis, ad L T inclinatur; nisi in Plenilunio ubi coincidunt.

In problemate hoc construendo, supposuimus dimidium Globi Lunæ à Sole illuminari; dimidium etiam à spectatore videri: quorum neutrum est in rigore verum: Nam quia Sol quam Luna major est, paulo amplius dimidio illustratur; & quia spectator non distat infinite, superficiei Lunaris portio paulo minor quam dimidia videtur. Verum hæc adeo sunt minuta, ut merito contemni queant: Et Phasis Lunæ delineata, ut supra, observatis satis respondit. Ut vero schema cum cœlo congruat, linea B A, cui M N Cornua jungens est normalis, in eo ponenda est situ, ut rectâ ad Solem dirigatur: Nam recta L A, ex T visa, coincidit cum L S ad Solem tendente.

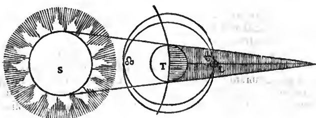
Similiter delineabuntur Planetarum inferiorum & Martis Phases, de quibus Prop. VI. & IX. dictum est: Verum in isto casu, si L referat aliquem è Planetis primariis, rectæ T S, L S inclinantur sensibiliter ad invicem, & triangulum constituunt.

PROPOSITIO XVIII.

Phænomena Lunæ ex Opacitate Telluris Umbram projicientis orta, sive Lunæ Eclipsin exponere.

Cum Tellus sit corpus Opacum, patet ab illa lucido Soli exposita Umbram

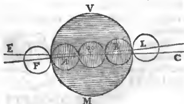
Umbram protendi ad partes à Sole aversas; Umbramque proinde hanc in Eclipticæ plano perpetuo versari, quoniam Terra & Sol in illo versantur. Quod si contingat Lunam, cum in Plenilunio Soli opponitur, etiam in Eclipticæ plano, aut satis prope illud versari,



(quod fit cum Plenilunium in Nodo celebratur, aut prope illum:) patet hanc in Umbram immergi; & proinde lumine Solis, quo solo fulget, privari; hoc est, *Eclipsin* pati; & quidem *Totalem* aut *Partialem*, prout tota, aut ex parte tantum, in Umbram incurrit.

Telluris autem Umbra tandem in apicem desinit, nec ad Cœlum Martis protenditur: Nam Mars in plano Eclipticæ Soli oppositus non deficit; quod necessario fieret, si in Umbram Telluris immergeretur: est enim Mars corpus Opacum, ut ex Prop. IX. patet. Ex hac autem Umbræ Terræ figura, primo obtutu patet Solem esse Terrâ majorem: Nam si æquale sit corpus Lucidum Opaco, Umbra erit æqualiter crassa & cylindrica; si vero Lucidum sit Opaco minus, Umbra quidem erit conica, sed increscens, & quo remotior ab Opaco, eo crassior; utroque autem modo in infinitum porrigeretur. Sicut Sol quam Terra, ita Terra quam Luna major est: quod exinde patet, quod Luna deficiens in Telluris Umbram tota immergatur; Telluris autem Umbra, ubi Luna illam pervadit, multo gracilior est, (ut hactenus ostensum,) quam prope Terram.

Exponat circulus V M Umbræ Terræ sectionem transversam, ubi Lunari Orbitæ occurrit: Sit Orbita Lunæ L ☋ F, Ecliptica C E. Ea quarundam Eclipsium invenitur duratio, (nempe quatuor horarum,) quæ sufficit ut Luna in tenebras tota immersa pervadat Umbram circiter tres sui diametros latam; quod fit cum centrum Lunæ Umbrosi circuli V M centrum pertransit: Hujusmodi Eclipsis vocatur *Totalis* & *Centralis*.

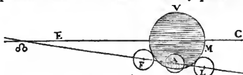


Quandoque Luna Nodum hactenus est prætergressa, aut eundem nondum assequuta, cum Umbram pervadit: Si tamen Luna

fit

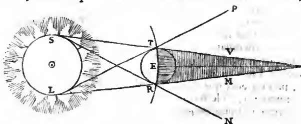
ſit Nodo ſatis propinqua, Luna tota in Umbram immergetur, fietque Eclipſis Totalis, ſed non Centralis, neque tantæ durationis; quia via Lunæ per Umbram minor eſt Umbræ diametro, quippe per centrum non tranſiens; & proinde citius, cæteris paribus, percurritur.

Si vero Nodus ab Umbra adeo ſit remotus, ut Lunæ, in Orbita ſua prope Umbram tranſeuntis, pars tantum in Umbram immergatur, fiet Eclipſis Partialis; quæ tot dicitur eſſe *Digitorum*, quot duodecimæ partes Diametri Lunaris obſcurantur, quando Eclipſis eſt



maxima. Etenim Lunæ Diameter (ut aliud quodvis integrum) in duodecim Uncias ſive Digitos diviſa intelligitur: Quod & de alia quavis Eclipſis Phaſe ſimiliter intelligendum eſt. In omnibus hiſce caſibus, incipiente Eclipſi, Luna occidentalem Umbræ plagam orientali ſui latere primum tangit; & deſinente illâ, Lunæ occidentale latus orientalem Umbræ limbum ultimo deſerit; totumque interjectum tempus Eclipſi annumeratur; ſed totali immerſioni illud tantum, quo Luna in tenebris tota verſatur.

Verum Lunæ limbus orientalis verſus Umbram procedens non ſtatim in denſiſſimas tenebras immergitur; ſed obſcurior evadit, prout Umbræ ſit propior: quod ex Penumbra Umbram omnem (factam à lucido quod ſub angulo ſenſibili videtur) comitante proficiſcitur. Hæc autem undique circa Umbram effunditur. Sit ⊙ Sol, E Terra, ducanturque rectæ ut in ſchemate: Umbræ T V M R, ubi



nulla prorſus Solaris luminis pars pertingit, circumfunditur Penumbra V T P M R N, ubi aliqua Solaris lucis pars à Terra impeditur; & hæc Penumbra obſcurior eſt verſus T V, R M ipſius perfectæ Umbræ

Umbræ oras, quia pauciores radii (nempe à minore Solis portione profecti) illuc attingunt; minus obſcura verſus T P, R N ubi plures: ultra quem limitem radii omnes Solares libere pertingunt, quantumque fieri poteſt illuſtrant.

Rubicundus vero iſte color, quo Luna etiam in perfectæ Umbræ medio ſita perfunditur, & viſibilis quandoque inſtar lateris cocti redditur, (nam in Eclipſibus quibuſdam omnino quaſi evaneſcit Luna,) oriri videtur à radiis Solaribus vel in Atmoſphæra Terræ circumfuſa refractis, vel à particulis extra Terræ Umbram volitantibus ad Lunam reflexis, vel ab illuminatione Stellarum, vel ſimul omnibus.

Eclipſis aliqua Lunaris, qualem ſupra deſcripſimus, plerumque bis ſaltem quovis anno incidit. Nam cum duo ſint Nodi, in quibus Lunaris orbita Eclipticam interſecat, iique in antecedentia moti, (ut Propoſitione XVI. dictum eſt;) & Sol quovis anno Eclipticam in conſequentia peragrare videatur, (ut Prop. II. oſtenſum:) Patet Solem bis quovis anno Lunæ Nodorum alterutri ex Tellure obviam factum videri; & proinde Umbram Telluris Lunæ Cœlum in altero Nodo quaſi perforare. Si igitur Plenilunium hoc tempore contingat, Luna neceſſario totaliter & centraliter deficiet; ut ſuperius oſtenſum. Licet vero Plenilunium non incidat, quando Sol & Nodus fiunt obviam; tantilla tamen eſt Orbitæ Lunæ ad Eclipticam inclinatio, tantaque Umbræ Telluris craſſities, ut etiamſi Plenilunium decem amplius diebus à tempore prædicto, ante vel poſt, diſtet, (integris vero quindecim diſtare non poteſt,) tamen Luna Umbram vix effugerit. At ſi prædictus Solis & Lunaris Nodi occurſus contingat ipſo die Novilunii, vel die uno alterove ante aut poſt, (quod non niſi raro fiet;) ſatis longe aberit Luna ab Umbra Terræ in Plenilunio, cum præcedente tum inſequente, ad illam prorſus vitandam: Nullaque proinde erit iſto ſemeſtri ſpatio Lunæ Eclipſis.

PROPOSITIO XIX.

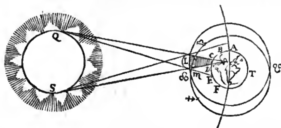
P*Hænomena Solis è Terra viſa, ex Opacitate Lunæ orta, ſive Solis Eclipſin exponere.*

Sicut Luna ob interpoſitam Terram Solis lumine privata deficere dicitur, ſeu Eclipſin pati; ita viciſſim, ſi Terra ob interpoſitam Lunam lumine Solis ſpolietur, iſtud Phænomenon Eclipſis Terræ dicenda eſſet. Obſervator vero Terreſtris, qui nec Eclipſin, nec Motum, nec aliud quidvis quod imperfectionem illi videtur arguere, in domicilio ſuo agnoſcit, hocce Phænomenon Solis Defectum appellat; pari ratione, quâ incola Lunæ, dum hæc in Umbram Telluris immergitur, Solem deficere diceret.

Patet vero Eclipſin Solis futuram quovis Novilunio, ubi Luna ad aut prope Nodorum alterutrum reperitur. Tum enim Lunæ, directe inter Solem & Terram interjectæ, Umbra ad Terram protenſa, (ut in figura,) incolis tractûs C D denſiſſimâ Umbrâ immerſis, Eclipſin Totalem efficit. Quum vero Lunæ Umbra nequeat integram

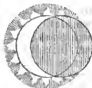
Tellurem

Tellurem involvere, circa circularem Terræ tractum prædictum C D circumfunditur corona B C, E D Penumbræ immersa, cujus incolis Partialis tantum erit Eclipsis: & versus C & D, major Solis pars à Luna tegitur, majoresque proinde tenebræ; versus B vero &



E Penumbræ extrema, minor; & luminis Defectus vix sensibilis. Quinetiam Terræ moles efficit, ut alii sint interim illius tractus, (ut E F,) ubi nulla prorsus est Eclipsis; sed quos Sol libere illustrat.

Atque hæc omnia in ipsa rerum natura fiunt, ut hactenus dictum. E Terra vero spectatis Sole & Lunâ, hæc illum (ut in figura) tegere videbitur magis minusve, prout spectator Umbræ totali propior est, aut ab illa remotior. Quoniam vero Luna tegens cerni nequit, Sol, quâ ab illa tegitur, deficere videbitur; reliquâ tantum sui parte lucidus.



Aliquando accidit Eclipsin Solis Centralem non esse Totalem; sed circa Lunam luminosum Solis circulum apparere. Quod ex eo provenit, quod Lunæ Umbra brevior sit quam ut ad Terram pertingat; sive id fiat ob majorem tum distantiam Lunæ à Terra; sive quod radii Solares Lunæ oras radentes, per inflectionem, magis quam aliàs, incurventur, & Umbram decurtent. Eclipsis Solaris quantitas (sicut prius de Lunari dictum est) æstimatur per Digitos sive Uncias Diametri Solis, à Luna, ut supra dictum est, tegi visas in loco dato.

Patet porro Lunæ, versus ortum sive à ♎ per ♏ ad ♐ motæ, Umbram latus Telluris occidentale A primo attingere, atque per discum Telluris, tanquam maculam, per B, C, D, E ad F (ubi Tellurem relinquit) incedere. E Terra vero spectatæ Lunæ orientalis limbus occidentalem Solis primo tegit, & occidentalis orientalem ultimo retegit: Tenebræ vero spissæ, si quando ingruunt in Totali Eclipsi, brevissimo tempore fugantur; aliquâ Solaris disci parte retectâ statim fere post omnem à Luna tectum: tantilla autem claritatem magnam efficit.

Quamvis ad maximam Solis Eclipsin, in qua Lunaris Umbra per mediam Tellurem incedit, requiratur ut Luna in Nodo existat ipso Novilunii momento: Si tamen non longe inde absit, Lunæ

Umbra

Umbra, aut saltem Penumbræ pars, in aliquem Telluris (quippe satis magnæ) tractum incidet, ibique Eclipsin Totalem, aut saltem Partialem, efficiet: Atque hoc sensu Solis Eclipses sæpius celebrantur quam ipsius Lunæ. Verum Eclipses Solis, in dato Terræ loco visibiles, longe sunt rariores quam Lunæ; quia Lunæ Umbra minor est Umbrâ Terræ, adeoque illa datum Terræ locum non tam sæpe involvit, quam hæc Lunæ partem aliquam.

SCHOLIUM.

Similia Phænomena in Jove & Saturno apparebunt: Illorum nempe Satellites sive Lunæ, in Primarii sui Umbram immersæ, deficiunt; quæ Eclipses nobis similiter observantur, atque Eclipses nostræ Lunæ exinde observarentur. Et vicissim, Satelles quivis inter Solem Primariumque suum interpositus Umbram in Primarium projicit, quæ ab oriente occidentem versus per ejus Discum, maculæ instar, incedere videtur. Verum horum Phænomenon Duratio, Phases, Periodus, &c. varia sunt, & à similibus apud Terram visis, & à Luna nostra profectis, diversa; pro diversitate Umbrarum, Motuum, & Magnitudinum, tam Primarii quam Satellitum.

PROPOSITIO XX.

Quivis è Planetis Secundariis, Prop. XV. enumeratis, urgetur à Vi composita ex Vi Centripeta tendente ad centrum Primarii, circa quem revolvitur, & ex Vi omni Acceleratrice, quâ Primarius urgetur. Et igitur Vires, quibus dicti Satellites in Orbitis circum suos Primarios retinentur, tendunt versus suorum Primariorum centra respective.

Quoniam enim Jovis & Saturni Satellites æquabiliter revolvuntur in Orbitis circularibus, Jovi & Saturno respective concentricis, Areas describunt, circa centra illa respectiva, Temporibus (æqualiter auctis) proportionales. Similiter si Lunæ Orbita à circulo Terræ concentrico differat; quo Luna minor apparet, (hoc est, quo longius à Terra abest,) eo tardius circa Terram revolvitur, ita ut æquabiliter augeatur Area, quam describit radius ad Terræ centrum ductus. Adeoque universaliter, Satelles quivis è supra memoratis, radio ad centrum sui Primarii Planetæ ducto, Areas describit, circa centrum illud, Temporibus proportionales. Si ergo intelligatur Systema cujusvis Primarii & circumrevolventium Satellitum urgeri, secundum lineas parallelas, Vi æquali & contrariâ illi, quâ Primarius, in Orbitæ puncto ubi tunc est, versus Solem urgetur; Primarius hic versus Solem amplius non descendet; Secundarii vero, circa Primarium, pergent easdem quas prius Areas describere; id est, quisque Temporibus proportionales: (Nam si corpora moveantur quomodocunque inter se, & à Viribus Acceleratricibus æqualibus, secundum lineas parallelas, urgeantur; vel, quod eodem recidit, si Spatium, in quo corpora hæc motus suos exercent, moveatur uniformi-

D ter

ter in directum; pergent omnia eodem modo moveri, ac ſi dictæ Vires abeſſent, aut Spatium, quo corpora includuntur, quieſceret.) Adeoque Satelles quivis, urgente iſtâ differentiâ Virium, perget Areas Temporibus proportionales circa ſui Primarii centrum deſcribere. Et igitur, (per Prop. XII.) differentia iſta Virium tendit ad Planetam Primarium ut centrum. Sed, antequam Syſtema totum urgeretur, per lineas parallelas, Vi æquali & contrariâ illi, quâ Primarius verſus Solem urgetur, (hoc eſt, in ſtatu naturali,) Satelles qui vis urgetur à Vi compoſita ex Vi Centripeta tendente ad centrum Primarii ſui, & ex Vi omni Acceleratrice, quâ Primarius urgetur. Unde prædicta Virium differentia ea eſt, quâ Satelles in Orbita ſua circa Primarium retinetur, reliquâ Acceleratrice Vi, quâ Primarius in quolibet Orbitæ ſuæ puncto urgetur, ad hoc nihil faciente: Hæc vero Virium differentia hactenus eſt oſtenſa tendere ad centrum. Et igitur Vires, quibus Planetæ Secundarii in Orbitis ſuis circum Primarios retinentur, tendunt verſus dictorum Primariorum centra reſpective. Quod erat demonſtrandum.

SECTIO IV.

De Periodis Planetarum Primariorum circa Solem, ut & Secundariorum circa ſuum Primarium reſpectivum, inter ſe collatis, & eorundem Diſtantiis etiam inter ſe collatis; harumque mutua habitudine, ejuſque ratione & cauſis.

PROPOSITIO XXI.

Planetarum Secundariorum circa Primarium quemvis revolventium ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem ſint ratione cum Cubis Diſtantiarum eorundem à centro Primarii.

Theorema hoc ex Aſtronomorum obſervationibus abunde conſtat, per Quadrata Temporum Periodicorum intelligendo Quadrata rectarum, aut Quadratos numerorum, eandem, cum Temporibus Periodicis, rationem habentium; quo ſenſu etiam accipienda ſunt Quadrata Velocitatum, aliorumve ejuſmodi.

Ita in ſatellitibus Jovis, ubi Tempora Periodica intimi, ſecundi, tertii, & extimi ſunt reſpective ut $1\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{6}$, & $16\frac{2}{3}$ fere, eorumque Diſtantiæ ut $5\frac{2}{3}$, 9, $14\frac{1}{3}$, & 25; Quadratum Temporis Periodici intimi, nempe 3 eſt ad 13 Quadratum Temporis Periodici ſatellitis ſecundi ut 170 Cubus Diſtantiæ intimi à centro Jovis ad 736 Cubum Diſtantiæ ſecundi ab eodem. Pariter 3 eſt ad 51 Quadratum Temporis Periodici tertii ſatellitis ut 170 ad 2890 Cubum Diſtantiæ iſtius tertii à centro Jovis. Et 3 eſt ad 280 Quadratum Temporis Periodici extimi ſatellitis ut 170 ad 15800 Cubum Diſtantiæ dicti

dicti extimi à Jovis centro. Et igitur ex æquo eadem ratio obtinet, si quivis alii duo Jovis Comites inter se comparantur; secundus nempe cum tertio vel extimo, vel tertius cum extimo. Ratio hæc accuratior prodit, si Distantiæ & Tempora Periodica accuratiora assumantur.

Idem in Satellitibus Saturni obtinere deprehendetur, si sumantur numeri Prop. XV. positi, quibus eorum Distantiæ à Saturno, & Periodi circa eundem æstimantur. At Lunæ Telluris satelliti, cum unicus sit, Propositio hæc applicari nequit.

PROPOSITIO XXII.

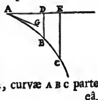
Planetarum sex primariorum Motus circa Solem ita attemperatur, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem sint ratione cum Cubis Distantiarum eorundem à Sole.

Sic (*ex. gr.*) in numeris rotundis Periodus Saturni est 30 annorum; Jovis vero 12; horumque numerorum Quadrati sunt 900 & 144. Saturni Distantia à Sole est per observationes ad Distantiam Jovis ab eodem ut 9 ad 5 fere; horumque Cubi 729 & 125: Liquet vero istos Quadratos esse quam proxime ut hi Cubi. Eodemque modo Periodus Telluris paulo plus quam quadruplo major est Periodo Mercurii; adeoque numerorum illos exponentium Quadrati sunt fere ut 17 & 1; positâ vero Distantiâ Telluris à Sole 10 partium, Mercurii Distantia stabilita ex observationibus, modo infra tradendo, est paulo minor quam 4 partium, sive 3, 9, horumque Cubi ut 1000 & 59: Liquet vero esse 17 ad 1 fere sicut 1000 ad 59. Atque sic de cæteris. Si Distantiæ & Periodi correctioribus numeris exprimantur, eo magis præcisa deprehendetur supradicta æqualitatis ratio inter Quadratos Periodorum & Cubos Distantiarum. Verum hactenus dicta nunc sufficiant: Propositio enim hæc exacte demonstrabitur inferius in Libro III.

PROPOSITIO XXIII.

Spatia, quæ corpus, urgente quâcunque Vi finitâ, describit, (sive Vis illa determinata & immutabilis sit, sive eadem continuo augeatur, vel continuo diminuatur,) sunt, ipso motûs initio, in duplicata ratione Temporum.

Exponantur Tempora per rectas AD, AE; & Velocitates in fine illorum Temporum per ordinatas DB, EC: Et Spatia his Velocitatibus descripta erunt ut Areæ ABD, ACE, ex hisce ordinatis quasi compositæ; Spatium nempe minimâ quâvis Temporis particulâ descriptum, ut Velocitas & Tempusculum conjunctim. Sed, ipso motûs initio, ordinatæ DB, EC sunt puncto A proximæ; in quo casu trilinea ADB, AEC sunt triangula rectilinea similia, curvæ ABC parte



 eâ,

eâ, quæ ad trilinea infinite parva pertinet, se non ultra rectam A G, curvam in A tangentem, extendente. Et triangula hæc rectilinea similia sunt in duplicata ratione laterum homologorum A D, A E. Et igitur Spatia (ut dictum est) descripta sunt, ipso motûs initio, in duplicata ratione Temporum. Quod erat demonstrandum.

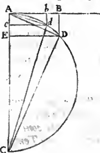
COROLLARIUM.

Hinc facile colligitur, quod corporum similes similium figurarum partes temporibus proportionalibus describentium Errores, qui Viribus quibusvis perturbantibus æqualibus, ad corpora similiter applicatis, generantur, & mensurantur per distantias corporum à figurarum similium locis illis, ad quæ corpora eadem, temporibus iisdem proportionalibus, absque viribus istis pervenirent, sunt ut Quadrata temporum, in quibus generantur quam proxime. Sunt enim Errores hi Spatia quæ corpus urgente Vi perturbante describit. Quod si Vires perturbantes non sunt æquales, sed in data ratione; Errores sunt ut Vires istæ, & Quadrata temporum conjunctim; posito vires similiter applicari.

PROPOSITIO XXIV.

Subtensa nascens vel evanescens anguli contactûs, in circulo quovis, est in ratione duplicata arcûs contermini.

Sit circulus A D C, quem tangat recta A B in A, adeoque angulus contactûs B A D. Dico ejus subtensam quamvis ipsi A proximam, nempe B D, esse ut quadratum arcûs A D; hoc est, esse hanc subtensam B D ad aliam subtensam *b d*, in iisdem conditionibus, sicut quadratum arcûs A D ad quadratum arcûs A *d*.



Ducatur diameter A C, quæ erit ad A B normalis. Jungantur rectæ D A, *d* A, D C, *d* C, & ducantur D E, *d e* ad A B parallelæ. Sit primo subtensa B D parallela ad A C. Estque (per 8. & 17. Elem. VI.) A D*q* = C A × A E, & A *d q* = C A × A *e*. Quare A D*q* . A *dq* :: (A E . A *e* ::) BD . *bd*. Sed cum B D, *b d* sunt puncto A proximæ, sive cum nascuntur, arcus A D, A *d*, & eorum subtensæ non differunt; hoc est, æquales sunt. Quare, in illo casu, B D est ad *b d* sicut quadratum arcûs A D ad quadratum arcûs A *d*.

Quod si, secundo, anguli contactûs subtensa B D non sit ad A C, sed ad A G parallela; idem obtinet: Nam, ductis D F, *df* ad A C parallelis, erit (ob æquiangula triangula D F B, *dfb*) B D . *bd* :: D F . *df*; sed hactenus ostensum est esse D F ad *df* sicut A D*q* ad A *d q*. Quare B D est ad *b d* sicut A D*q* ad A *d q*.

Quod

Quod si, tertio, BD secundum aliam quamvis certam legem ducta intelligatur, (*v. g.* versus centrum convergentes;) cum BD, *bd* sunt puncto A proximæ, anguli B & *b* æquales fient; ac propterea, in eo casu, BD . *bd* :: (DF . *df* ::) ADq . A*dq*. Quod erat demonstrandum.

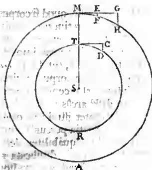
Scholium.

Idem etiam verum est in Curva alia qualibet, cui æquicurvus circulus describi potest; quales sunt Sectiones omnes Conicæ. Nam puncta D, *d* (cum sint ipsi A proxima) sunt tam in altera ista Curva, quam in circulo illi (ex hypothesi) æquicurvo: Adeoque proprietates ipsarum BD, *bd*, quæ competunt circulo, competunt etiam & Curvæ cui circulus est æquicurvus. Et quoniam Propositio præcedens de omnibus circulis vera est; etiam de omnibus Curvis, quibus circuli æquicurvi describi possunt, vera erit.

PROPOSITIO XXV.

Corpora, quæ diversos circulos æquabili motu describunt, urgentur à Viribus Centripetis ad centra eorundem circulorum tendentibus. Et Vires hæ sunt inter se sicut arcuum simul descriptorum Quadrata applicata ad circulorum radios. Quæ etiam vera erunt de Viribus Centrifugis corporum, ut dictum est, motorum.

Quoniam, solâ Vi insitâ, corpora describerent tangentes, manifestum est quod à motibus rectilineis retrahuntur, & in Orbitis circularibus retinentur à Viribus, ad puncta intra circulos posita tendentibus. Præterea, quoniam (ex hypothesi) corpora æquabili motu in circumferentiis feruntur; Areæ à radio ad centra ducto descriptæ æqualiter augentur, & proinde Tempori æquabiliter fluenti proportionales sunt; & igitur Vires (istæ per Prop. XII.) ad dicta centra tendunt.



Corpora M & T in circumferentiis circulorum MA, TR gyrantia simul describant arcus minimos MF, TD; à quorum extremis F & D ducantur rectulæ FE, DC ad tangentes usque, vel ad SM, ST parallelæ, vel ab S divergentes: (Eodem enim redit, quia MF, TD sunt tantum arcus nascentes.) Atque rectulæ hæ sunt effectus Virium Centripetarum acceleratricum; adeoque illis, ut causis suis adæquatis, proportionales sunt; hoc est, Vis Centripeta corporis M est ad Vim Centripetam corporis T sicut EF ad CD.

 Fiat

Fiat figura MGH ſimilis figuræ TCD; unde & GH eſt etiam recta nascens: Adeoque eſt CD ad GH ſicut arcus TD ad arcum MH. Et (per præced.) GH eſt ad EF ut MHq ad MFq: Et igitur, ex æquo, CD eſt ad EF ſicut ($TD \times MHq$ ad $MH \times MFq$; hoc eſt, ſicut $TD \times MH$ ad MFq, ſive ſicut) $TD \times MH \times ST$ ad $MFq \times ST$. Porro, ob ſimilitudinem figurarum TCD, MGH, arcus TD, MH ſunt ſimiles; id eſt, ST . SM :: TD . MH: Unde $MH \times ST = TD \times SM$. Poſito ergo hoc illius loco, erit CD . EF :: ($TDq \times SM$. $MFq \times ST$ ::) $\frac{TDq}{ST} . \frac{MFq}{SM}$. Sed ſupra fuit oſtenſum Vires Centripetas corporum T & M eſſe ipſis CD, EF proportionales. Et igitur Vis Centripeta corporis in TR gyrantis eſt ad Vim Centripetam corporis gyrantis in MA ſicut $\frac{TDq}{ST}$ ad $\frac{MFq}{SM}$. Et (propter motum in utroque circulo æquabilem) TD, MF, cum ſimul deſcribantur, eandem habent rationem cum ſimul deſcriptis quolibet tempore. Quare Vis Centripeta corporis gyrantis in TR eſt ad Vim Centripetam gyrantis in MA ſicut Quadratum arcûs quolibet tempore in TR deſcripti applicatum ad radium ST ad Quadratum arcûs eodem tempore in MA deſcripti applicatum ad SM radium.

Porro, ſi prædicta corpora ad centrum S alligata concipiantur per fila, quorum interventu in prædictis circulis detinentur; Vis eadem, quâ tenditur filum, quæ, in filo corpus trahente conſiderata, dicta eſt Vis Centripeta, ſi in corpore filum trahente conſideretur, dicetur Vis Centrifuga: Eademque proinde vera ſunt de Vi Centrifuga, quæ de Centripeta ſunt demonſtrata. Quæ erant demonſtranda.

COROLLARIUM I.

Hinc ſequitur, quod ſi corpus agitatum eam per Vim Centripetam, quâ in circulo retinetur, demittatur verſus centrum; ita ut Vis hæc in deſcenſu neque augeatur neque minuatur, ſed eadem maneat, & præter impulſum prius impreſſum, novum & æqualem corpori perpetuo ſuperaddat, (ut fit in *Galilæana* hypotheſi Gravitatis:) Quo tempore dictum corpus in circulo deſcriberet arcum quemlibet, deſcenſu ſuo verſus centrum percurret rectam æqualem ortæ, ſi quadratum dicti arcûs ad circuli diametrum applicetur. Nam ex Prop. hac XXV. patet iſtud ipſo caſûs initio fieri; & in præſenti deſcenſûs hypotheſi Spatia percurſa ſunt in duplicata ratione Temporum; &, cum circulus æquabiliter deſcribatur, arcuum deſcriptorum Quadrata ſunt etiam in duplicata ratione Temporum, quibus deſcribuntur: Atque Quadratorum horum applicatio ad circuli diametrum (quippe conſtantem) rationem hanc non mutat. Patet igitur iſtud

perpetuo

perpetuo obtinere. Adeoque, in hac hypothesi uniformis Vis Centripetæ, corpus semisse Temporis, quo arcum circuli quemlibet describeret, descensu suo rectam percurret æqualem ortæ, si Quadratum semissis dicti arcûs applicetur ad circuli diametrum; subquadruplam nempe rectæ, per quam descenderet duplo tempore, quo scil. dictum integrum arcum circularem describeret.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam corporum, quæ diversos circulos æquabili motu describunt, Vires Centripetæ sunt in ratione composita ex duplicata ratione Velocitatum directe, & ratione simplici Radiorum inverse. Cum enim motus sit in quovis circulorum æquabilis, eadem erit ratio Velocitatum quæ arcuum simul descriptorum; quippe viarum simul emensarum: Sed (ex Prop. hac XXV.) Vires Centripetæ sunt in ratione composita ex duplicata ratione arcuum simul descriptorum directe, & simplici ratione Radiorum inverse: Quare etiam Virium istarum ratio componitur ex ratione duplicata Velocitatum directe, & ratione simplici Radiorum inverse.

PROPOSITIO XXVI.

Iisdem positis, dico Vires Centripetas esse reciproce ut Quadrata Temporum periodicorum applicata ad radios circulorum; sive Vires illas esse in ratione composita ex ratione simplici Radiorum directe, & ratione duplicata Temporum periodicorum inverse. Idemque verum erit de Viribus Centrifugis prædictorum corporum.

Vocetur Vis Centripeta, quâ corpus in circulorum altero sive primo gyrans urgetur V, in secundo v; Celeritas in primo circulo C, in secundo c; Arcuum simul descriptorum qui in primo describitur A, qui in secundo a; Radius, sive corporis Distantia à centro, in primo circulo D, in secundo d; Tempus periodicum in primo circulo T, in secundo t. Vulgo notum est quod, in comparatis motibus, Spatia percursa sunt in ratione composita ex ratione Temporum, & ratione Celeritatum. Sed ipsi circulorum radii sunt proportionales circumferentiis integris, quæ sunt Spatia Temporibus periodicis percursa. Et igitur $D . d :: C \times T . c \times t$, adeoque $C \times T \times d = c \times t \times D$: igitur $C^2 \times T^2 \times d^2 = c^2 \times t^2 \times D^2$. Unde, dividendo per $D^2 \times d^2$, erit $\frac{C^2 \times T^2}{D^2} = \frac{c^2 \times t^2}{d^2}$. Unde sequitur esse $\frac{t^2}{d} . \frac{T^2}{D} :: \frac{C^2}{D} . \frac{c^2}{d}$: Sed, ex Cor. 2. præcedentis, $V . v :: \frac{C^2}{D} . \frac{c^2}{d}$. Et igitur $V . v :: \frac{t^2}{d} . \frac{T^2}{D}$. At ratio $\frac{t^2}{d}$ ad $\frac{T^2}{D}$ eadem est cum ratione $t^2 D$ ad $T^2 d$; sive cum t^2 ad T^2, & D ad d. Ergo ratio V ad v æquatur rationi t^2 ad T^2, & rationi D ad d.

Quodque de Viribus Centripetis binorum corporum circa centrum revolventium dictum est, de eorundem Viribus Centrifugis verum erit, cum hæ ab illis solo concipiendi modo differant; ut in præcedente ostensum est. Quæ erant demonstranda.

COROL-

COROLLARIUM 1.

Hinc (& ex Corol. 2. Prop. præc.) ſi Tempora periodica æquantur, cum Vires Centripetæ, tum Velocitates erunt ut radii; & vice verſa. Nam, ex Prop. hac XXVI. eſt $\frac{V}{v} = \frac{D \times t^2}{d \times T^2}$. Unde ſi $T = t$, ſive $T^2 = t^2$; erit $V . v :: D . d$. Et vice verſa, ſi $V . v :: D . d$, cum ſit quoque $V . v :: Dt^2 . dT^2$, erit $D . d :: Dt^2 . dT^2$; adeoque $T^2 = t^2$, ſive $T = t$.

Secunda pars Corollarii hinc conſtat. In comparatis motibus, Velocitates ſunt ut ſpatia ſimul percurſa: Sed, quoniam Tempora periodica æquantur, ſpatia ſimul percurſa ſunt circulorum circumferentiæ; atque hæ ſunt ut radii. Et igitur Velocitates ſunt ut radii. Converſa hujus pari modo elicitur.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam, ſi Quadrata Temporum periodicorum ſunt ut radii, Vires Centripetæ ſunt æquales, & Velocitates in ſubduplicata ratione radiorum; & vice verſa. Ex Prop. enim hac eſt $\frac{V}{v} = \frac{D \times t^2}{d \times T^2}$: Sed, ex hypotheſi, eſt $T^2 . t^2 :: D . d$, ſive $D \times t^2 = d \times T^2$. Igitur & hiſce proportionales V & v, ſive Vires Centripetæ æquantur. Et vice verſa, ſi $V = v$, & hiſce proportionales æquantur; nempe $D \times t^2 = d \times T^2$: Et ideo erit $D . d :: T^2 . t^2$.

Similiter, quoniam ex Corol. 2. Prop. præc. $\frac{V}{v} = \frac{C^2 \times d}{c^2 \times D}$, & hactenus eſt oſtenſum, in caſu præſenti, $V = v$, erit etiam $C^2 \times d = c^2 \times D$, ſive $C^2 . c^2 :: D . d$; hoc eſt, $C . c :: \sqrt{D} . \sqrt{d}$. Converſa hujus pari modo elicitur quo præcedentis.

COROLLARIUM 3.

Si circuli, quos corpora deſcribunt, fuerint æquales; Vires Centripetæ ſunt reciproce ut Quadrata Temporum periodicorum: Nam ratio radiorum, in hoc caſu, nullius eſt in compoſitione effectûs, cum ſit ratio æqualitatis.

PROPOSITIO XXVII.

Iſdem poſitis, ſi ita gyrentur corpora, ut Quadrata Temporum periodicorum eandem habeant rationem cum Cubis radiorum, Vires Centripetæ ſunt reciproce ut Quadrata radiorum: Corporum autem Celeritates reciproce in ſubduplicata ratione radiorum; & vice verſa.

Retentis ſymbolis Prop. præced. ex illa eſt $V . v :: \frac{t^2}{d} . \frac{T^2}{D}$. Unde $\frac{V T^2}{D} = \frac{v t^2}{d}$, ſive $V T^2 d = v t^2 D$. Adeoque $Dv . dV :: T^2 . t^2$. Et, ex hypotheſi, eſt $D^3 . d^3 :: T^2 . t^2$: & igitur $Dv . dV :: D^3 . d^3$.

Unde

Unde ſequitur $D v d^3 = d V D^3$, ſive $v d^2 = V D^2$. Adeoque $V . v :: d^2 . D^2$.

Rurſus, in demonſtratione Propoſitionis præcedentis oſtenſum eſt $C^2 \times T^2 \times d^2 = c^2 \times t^2 \times D^2$. Unde eſt $c^2 \times D^2 . C^2 \times d^2 :: T^2 . t^2$: Sed ex hypotheſi eſt $D^3 . d^3 :: T^2 . t^2$. Ergo $c^2 \times D^2 . C^2 \times d^2 :: D^3 . d^3$. Adeoque $c^2 . C^2 :: D . d$, ſive (extrahendo radicem quadratam, & invertendo,) $C . c :: d^{\frac{1}{2}} . D^{\frac{1}{2}}$; hoc eſt, $C . c :: \sqrt{d} . \sqrt{D}$. Quæ erant demonſtranda.

Converſæ harum liquent. Sicut enim ex poſito $T^2 . t^2 :: D^3 . d^3$, ſequitur eſſe $V . v :: d^2 . D^2$, item eſſe $C . c :: d^{\frac{1}{2}} . D^{\frac{1}{2}}$; ita, è converſo, ex horum quolibet poſito devenitur ad analogiam primo poſitam, nempe $T^2 . t^2 :: D^3 . d^3$; & hinc rurſus ad alteram concluſionem: Adeoque ex tribus hiſce uno poſito, ſequuntur reliqua duo.

SCHOLIUM.

Propoſitiones tres præcedentes (earumque Corollaria) non ſolum ſunt veræ de corporibus diverſos concentricos circulos deſcribentibus, ſed etiam de deſcribentibus circulos quorum diverſa prorſus ſunt centra, (centrorum etenim identitas in demonſtratione non ſupponitur;) & de iis quæ ſimiles figurarum quarumcunque, centraque ſimiliter poſita habentium partes deſcribunt. Nam quæ in demonſtratione illorum Theorematum de circulis aſſumpta fuerunt, æque vera ſunt de figuris quibuſlibet aliis, quales nunc deſcripſimus; nempe quod naſcens GH (in fig Prop. XXV.) ſit ad naſcentem EF ſicut MHq ad MFq, (hoc enim de qualibet figura, cui circulus eſt æquicurvus, demonſtratur Prop. XXIV,) & quod MH ſit ad TD ſicut SM ad ST, verum eſt de quibuſlibet figuris ſimilibus; modo centrum S ſimiliter poſitum ſit in utraque figura, & MH, TD ſint ſimiles, & centri reſpectu ſimiliter poſitæ, illarum curvarum partes. Sed & præterea, loco æquabilis motûs in circulis, ſi figura ſit alia quævis à circulo diverſa, oportet talem eſſe corporis in eius perimetro motum, ut Areæ à radiis ad centra ſimiliter poſita ductis deſcriptæ ſint Temporibus proportionales; aliàs (per Prop. XII) Vires, quibus corpora à motibus rectilineis retrahuntur, & in Orbitis curvilineis retinentur, ne quidem ad centra iſta tendunt.

PROPOSITIO XXVIII.

Vires, quibus Planetæ Primarii perpetuo retrahuntur à motibus rectilineis, & in Orbitis ſuis retinentur, ſunt reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à Solis centro, quod reſpiciunt.

Quod Vires iſtæ reſpiciant Solis centrum hactenus oſtenſum eſt Prop. XIII. Quod vero ea ſit Virium harum Lex, ut reciprocam habeant rationem Quadratorum Diſtantiarum à centro, ſive quod augeantur Vires in eadem ratione quà Quadratum Diſtantiæ minuitur, & minuantur in eadem ratione quâ Quadratum iſtud augetur: *Exempli gratiâ* quod Vis quâ Terra Solem petit, & quâ in

Digitized by Google

Orbita sua perpetuo retinetur, ne in rectam, Orbitam tangentem, excurrat, sit dupla sesquiquarta similis Vis in Marte, & vigecupla septupla similis Vis in Jove, quia Distantia Terræ à Sole subsesquialtera est Distantiæ Martis, & subquintupla sesquiquinta Distantiæ Jovis ab eodem; quodque Vis Centripeta in Terra sit subdupla similis Vis in Venere, quia istius Distantia à Sole est supertripartiens septimas hujus; atque ita in cæteris, sic ostenditur. Quoniam enim (per Prop. XXII.) Planetarum, circa Solem gyrantium & ad illius centrum tendentium, ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem sint ratione cum Cubis Distantiarum à Sole; cumque (per præc.) corporum hâc lege gyrantium Vires Centripetæ sint reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro: patet Vires Solem respicientes, quibus Planetæ urgentur, quibusque in Orbitis suis retinentur, esse reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro Solis.

PROPOSITIO XXIX.

Vires, quibus Planetæ Secundarii in Orbitis suis retinentur, sunt reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro sui respectivi Primarii, quod hæ Vires respiciunt.

Nam quoniam (per Prop. XXI.) Planetarum circum-jovialium circa Jovem, & circum-saturniorum circa Saturnum revolventium, ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem sint ratione cum Cubis Distantiarum eorundem à centro Jovis & Saturni respective; cumque (per Prop. XXIII.) corporum hâc lege gyrantium Vires Centripetæ sint reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro: patet Vires illas Centripetas, quibus Planetæ isti secundarii versus Jovem & Saturnum respective urgentur, esse reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro dicti Primarii respectivi. Hæc vero Vis in quovis Secundario est tantum altera pars Vis totius, quâ urgetur satelles; altera vero est Vis omnis Acceleratrix, quâ Primarius urgetur; ut Prop. XX. ostensum est.

Quantum ad Lunam Telluris comitem, quia sola circa Terram revolvitur, nequit hæc, quoad Distantiam & Tempus Periodicum comparari cum alia; neque proinde Lex Vis Centripetæ, quâ versus Tellurem urgetur, modo prædicto deduci. In sequentibus quidem deducitur hæc ex figura Orbitæ quam Luna circa Terram describit: Verum hucusque ejus Orbitam tanquam à circulari non abludentem consideravimus. Quod si revera esset circulus Telluri concentricus, Lex Virium quibus in Orbe retineretur, non posset inde detegi: Palam enim est hujusmodi Orbitam describi posse, quæcunque tandem sit Lex Vis Centripetæ.

COROLLARIUM.

Ex duabus hisce Propositionibus sequitur, inter Planetas Primarios, Soli propiorem; inter ejusdem Primarii satellites, ipsi Primario propiorem velocius moveri. Nam ostensum est tam in his quam illis,

illis Vires Centripetas esse reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro: & (Prop. XXVII.) ostensum est Celeritates, in isto casu, esse inverse in subduplicata ratione Distantiarum à centro motûs; sive mediam proportionalem inter Distantias remotioris & propioris esse ad Distantiam propioris ut Velocitas propioris ad remotioris Velocitatem. Cumque harum magnitudinum prima major sit quam secunda, erit tertia major quam quarta; hoc est, propioris Velocitas major Velocitate remotioris.

SECTIO V.

De Planetarum Primariorum Motu circa proprios Axes, & Phænomenis hinc ortis.

PROPOSITIO XXX.

C*Orporum Mundanorum Motus circa proprios Axes positione datos, horumque Periodos, exponere.*

Quando Corpus immotum esse dicimus, intelligimus quamlibet in illo lineam, & quodlibet punctum immotum esse. Si vero Corpus in Linea aliqua motum dicamus, atque omni alio privatum solo hoc motu cieri, tum intelligimus istius Corporis centrum Gravitatis Lineam dictam percurrere, dum Corpus quantum fieri potest (quod ad cætera attinet) immotum manet; hoc est, quamlibet in isto Corpore lineam situm retinere parallelum illi, quem ante motum hunc habuerat; ac propterea lineam quamvis Corporis sic moti sibi semper parallelam manere. Quippe hoc modo (& quidem solo) fiet ut omnium motuum summa sit minima, (hoc est, motus totius minimus, quod supponitur;) & ut quodlibet moti Corporis punctum tantundem moveatur atque aliud quodvis, similemque & æqualem, soloque situ diversam Lineam describat: Nam quæ à centro Gravitatis percurritur Linea, ab ipso Corpore percursa intelligitur, propter Centri istius naturam Geometris satis notam. Præterea, si Corpus, cætera immotum, circa datum Axem rotari dicitur; Axis iste immotus intelligitur, dum quodvis Corporis punctum, extra Axem, circulum describit, cujus plano perpendicularis est Axis. Et ideo, si Corpus per Lineam aliquam feratur, & simul circa Axem rotetur; Axis, toto lationis tempore, sibi parallelus manebit. Neque ad hunc Axis parallelismum conservandum aliud requiritur, quam ut prædicti duo motus soli imprimantur Corpori: Nam si tertius nullus eidem insit, Axis erit perpetuo parallelus rectæ, cui semel parallelus erat.

Hisce præmissis, ex observatis constat Corpora Mundana majora, (si non omnia, saltem omnis generis,) præter motus de quibus superius generatim est dictum, circa Axes revolvi. Et primo ex observatione Macularum Solarium, patet Solem, Corpus in Systemate

noſtro ſui generis unicum, ab occidente in orientem revolvi circa Axem, ad planum Eclipticæ inclinatum angulo quaſi $87\frac{1}{2}$ graduum, ſpatio circiter 25 dierum. Cumque Sol non moveatur de loco in locum, Axis iſte immotus manet.

Inter Planetas primarios Tellus æquabili motu revolvitur, ab occidente in orientem, circa Axem, angulo $66\frac{1}{2}$ graduum ad planum Eclipticæ inclinatum, ſpatio Diei naturalis. Cumque Tellus etiam circa Solem feratur ſpatio annuo, ejus Axis ſaltem ſibi parallelus manet, cum immotus conſtare nequeat. Atque iſtud fiet (ut ſupra eſt oſtenſum) ex ſolis dictis duobus motibus, abſque alio quovis, quem proinde fruſtra comminiſcuntur quidam, & *Paralleliſmi* nomine indigitant. Telluris autem Axis, licet in una revolutione annua ſibi parallelus ad ſenſum maneat, in multis ſitum hunc mutat: de cujus cauſis & Phænomenis ſuo loco dicetur.

Pari modo Jupiter revolvitur, ab occidente in orientem, circa Axem, ſpatio 10 horarum fere; Mars horis $24\frac{2}{3}$, & Venus quaſi 23 horis, circa Axes ſuos; quorum proinde quiſque ſibi perpetuo parallelus manet, ſi corpora iſta alio nullo motu agitantur, præter circumlationis iſtum circa Solem & circumrotationis hunc circa Axem.

Inter Planetas ſecundarios Luna, Telluris comes, præter motum menſtruum circa Terram, rurſus ſpatio annuo circa Solem delatam, (quo ſolo ſi agitaretur, quælibet in ea linea ſibi parallela ſemper maneret,) etiam circa ſeipſam ſpatio itidem menſtruo ita revolvitur, ut eadem ejus facies Telluri ſemper obvertatur.

De reliquis Planetis tam Primariis quam Secundariis ex obſervationibus tam certo adhuc non conſtat. Credibile interim eſt illos, prædictorum inſtar, circa Axem quendam revolvi; nempe ut, ſæpius quam ſemel in una revolutione circa Solem, cujuſque pars quælibet, radiis Solaribus expoſita, & iis rurſus ſubducta, viciſſitudines patiatur naturæ ſuæ congruas.

PROPOSITIO XXXI.

Solis & Planetarum, circa proprios Axes rotatorum, figuram deſcribere.

Si Sol & Planetæ motu omni circa proprios Axes eſſent privati, figuram ſphæricam induerent; ſi quidem eorum partes, partium Terræ inſtar, verſus centrum graves ſint, (quales revera ſunt, ut inferius oſtendetur,) & nunc aut olim fluidæ. Hoc in Hydroſtaticis demonſtravit *Archimedes*. Ex motu autem circa Axem fit, ut partes ab Axe quantum poſſunt recedentes juxta medium inter Polos circulum aſcendere conentur, per Vim Centrifugam à motu circulari oriundam. Et ideo, ſi Solis vel Planetæ materia fluida ſit, circuli iſtius inter Polos medii diametros aſcenſu ſuo augebit; Axem vero deſcenſu ad Polos diminuet; & figuram conſtituet Sphæroidem Latam, ex rotatione Ellipſis circa minorem Axem genitam; ad Polos nempe depreſſam, verſus medium inter Polos circu-

lum elevatam, magis aut minus pro quantitate Vis Centrifugæ Sphæroides hæc figura in Jove Telescopio observatur: in Terra (cum hanc eminus conspicere non detur) experimentis evincitur.

SCHOLIUM.

Sicut figura Sphæroides ex rotatione corporis circa proprium Axem, & partium fluiditate consequitur; ita viciſſim, ex figura iſta observata motus circa Axem, & partium fluiditas (ſaltem olim) legitime concluduntur.

PROPOSITIO XXXII.

P*Hænomena orta ex Motu Telluris Diurno circa Axem, è Tellure viſa, exponere.*

In præcedentibus oſtenſum eſt, qualia forent Phænomena Motûs Solis & Planetarum è Tellure viſorum, ſi Tellus eſſet punctum: Sol nempe ab occidente in orientem progredi inter Fixas videretur; Planetæ vero nunc progredi, nunc regredi, pro Telluris & Planetæ cujuſque ſitu. Verum cum Tellus corpus ſit opacum, Obſervatoris reſpectu, ſatis amplum; ejus ſuperficiei (licet ſphæricæ) pars exigua, quæ ſub viſum prope hanc hærentem ſimul venit, in planitiem extendi videbitur. Cumque oculus undiquaque Cœlum libere circumſpectans viſu definiat ſuperficiem ſphæricam cavam, Telluri, aut potius oculo, concentricam; hæc in partes duas æquales dividetur à dicto ſuperficiei Telluris Plano, (quippe per centrum ducto;) quarum altera viſui patet, altera propter Telluris opacitatem latet.

Quoniam vero Tellus circa Axem rotatur, huic inſiſtens Spectator, dictumque Planum ſuum, hemiſphærium Cœlorum ſibi viſum ab inviſo diſterminans; (quod *Horizon* illi dicitur,) ſimul in eandem plagam (nempe orientem) rotatur. Unde verſus ortum poſita, prius inconſpicua, reteguntur, propter Horizontem infra illa quaſi ſubſidentem; & alia verſus occaſum teguntur, Horizonte ſupra illa elevato. Et ideo Spectatori, cui ſolenne eſt Locum ſuum pro immoto habere, illa ſupra Horizontem aſcendere videbuntur ſive oriri, hæc infra eundem deſcendere ſive occidere: unde & Plagis iſtis nomina ſunt impoſita.

Cumque motus Telluris, ſimul & huic affixi Spectatoris cujuſque Horizontis, æquabiliter perpetuo circa eundem Axem & verſus eandem plagam fiat; omnia omnino corpora & Phænomena, quæ eundem motum non participant, (hoc eſt, quæ à Terra penitus ſeparata ſunt,) pari tempore, at verſus partes oppoſitas (ab ortu ſc. in occaſum) uniformiter moveri videbuntur; iis exceptis quæ Telluris Axis productus offendit, quæ immota apparebunt. Horumque unumquodque, ſenſûs judicio, deſcribet circumferentiam circuli, cujus plano Telluris Axis, ad centrum, normalis inſiſtit. Et quoniam circuli hi omnes, cum viſibilibus illos deſcribentibus, in cava ſuperficie ſphærica cœleſti, Terræ concentrica, apparent; viſibile

quodvis circulum deſcribere videbitur majorem aut minorem, pro majore aut minore diſtantia à punctis ſupra deſcriptis, quæ immota videntur. Breviter, Sphæra Cœleſtis, ab ortu in occaſum, ſpatio unius Diei revolvi videbitur circa eundem poſitione Axem, circa quem Terra revera, ab occaſu in ortum, eodem tempore revolvitur: ejuſque motûs illi erunt Poli, ubi Terræ Axis productus ejus ſuperficiei occurrit; & ille medius inter Polos circulus, & proinde maximus, (qui etiam *Æquinoctialis* & *Æquator* appellatur, propter rationes Propoſitione ſequenti explicandas,) ubi medii inter Polos Telluris circuli planum productum cavæ Sphæræ occurrit: & univerſaliter, quivis in Telluris ſuperficie Circulus, ab ejus puncto quovis per motum diurnum ſignatus, correſpondentem habet in Sphæra Cœleſti Circulum, factum per interſectionem ſuperficiei Sphæræ Cœleſtis cum ſuperficie Coni, cujus baſis eſt ſignatus in Terra Circulus, & vertex Telluris centrum. Axis mundi, Circulique prædicti Cœleſtes eundem ſemper inter Fixas ſitum habent; quoniam primitivi illi Terreſtres, unde ortum ducunt, eouſque (ut ſupra dictum eſt) producti, in eaſdem (ad ſenſum) Fixas incidunt, in quocunque demum Orbitæ ſuæ puncto collocata ſit Tellus.

PROPOSITIO XXXIII.

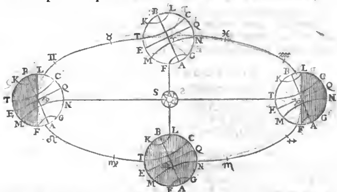
Phænomena Solis è Tellure viſa, orta ex Telluris Motu Diurno circa ſuum Axem, ſimul & Annuo circa Solem; ſive Diei & Noctis viciſſitudinem, harumque in diverſis Terræ locis Annique Tempeſtatibus diverſitatem, exponere.

Licet Terræ locus quilibet illuminetur à Stella quavis ſupra ejus Horizontem verſante, tamen illuminatio à Sole facta tam magna præ cæteris eſt, ut *Diem* eſſe dicamus ubi Sol eſt ſupra Horizontem; *Noctem* vero ubi infra. Et quoniam Sol, à Tellure penitus remotus, motum ejus diurnum non participat; dati loci reſpectu orietur ille, Diemque efficiet, & per medium Cœlum delatus, circulumque, cujus plano Mundi axis eſt normalis, ad apparentiam deſcribens, rurſus occidet; faciens Noctem duraturam, donec per apparentem univerſalem iſtam omnium Cœleſtium revolutionem, ſupra dicti loci Horizontem denuo oriatur.

Ad exponendam Dierum & Noctium varietatem, & hinc ortas Anni Tempeſtates, repræſentare intelligatur circulus ♈ ♋ ♎ ♑ Orbitam, quam Tellus tempore annuo deſcribit circa Solem in centro S poſitum. In ſchemate circulus hic conſulto reclinatur, & Ellipticam figuram induit, ut variæ Telluris poſitiones commodius delineentur. In Orbita hac intelligatur Terra A Q B E, modo Prop. XXX. deſcripto, ab ♈, ♉, ad ♊ &c. delata, ſuper Axem B A in eandem plagam, ſive à Q ſurſum verſus per E rotata. Erunt Axis extrema Telluris Poli, A Auſtralis, B Borealis: E Q Æquator, cujus proinde planum inclinatur ad planum Eclipticæ angulo 23½ graduum; nempe complemento ad rectum anguli 66½ graduum, quo Axis Terræ

Terræ (ad Æquatoris planum normalis) ad illud inclinatur. Quemadmodum A Q B E ipsam Tellurem refert, concipi poteſt referre etiam Sphæram Cœleſtem (qualem Prop. præc. deſcripſimus) Telluri concentricam, illique quaſi circumfuſam, unaque cum illa tranſlatam: licet enim Sphæram hanc ad quamvis diſtantiam deſcribere. Atque is erit Solis, aut cujuſvis ſyderis punctive, in Sphæra hac locus, in quo recta Terræ centrum dictumque punctum conjungens ejus ſuperficiei occurrit; quippe ad quem, ab Oculo in centro Terræ poſito, refertur.

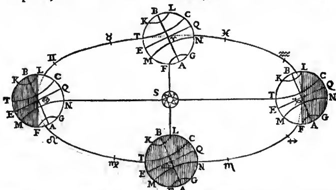
Intelligatur Tellus ad ♎, ubi recta S ♎, Solis & Telluris centra conjungens, perpendicularis eſt ad Telluris Axem A B; hoc eſt, ubi Sol in Æquatoris Terreſtris plano producto, ſive ubi è Terra viſus apparet in Æquinoctiali circulo in Sphæra Cœleſti ſignato: adeoque nec declinare ad Polum Boreum nec Auſtrinum, ſed inter utrumque medius ipſum Æquinoctialem motu diurno deſcribere videtur.



Cumque Sol in Eclipticæ plano perpetuo verſari videatur, (ut Prop. II. oſtenſum eſt;) patet illum in communi interſectione circulorum Eclipticæ & Æquatoris in Sphæra Cœleſti deſcriptorum apparere; nempe in ♈. Porro, in hoc ſitu, illuſtratio Terræ à Sole facta ad utrumque Polum A & B pertingit, (quia illuſtrationis terminus eſt maximus in Terra circulus, cujus plano normalis eſt recta conjungens centra Solis & Terræ;) unde dimidium cum Æquatoris Terreſtris E Q, tum alterius cujuſvis circuli huic paralleli, à Sole illuminatur; alterum vero dimidium in tenebris verſatur. Et ideo quilibet Terræ Locus, (quippe qui vel Æquatorem, vel illi parallelum aliquem deſcribit,) motu Diurno æquabili circumvectus, tam diu in tenebris manet quam in luce; hoc eſt, per totam Terram Dies Noctibus æquantur. Unde & Circulus, in Sphæra Cœleſti, inter Polos medius, quem Sol motu Diurno nunc deſcribere videtur, nomen eſt adeptus.

Terrâ motu annuo paulatim verſus ♒ & ♐ motâ, planum Æquatoris Terreſtris E Q non amplius verſus Solem dirigitur; ſed infra verſus Auſtrum ſubſidit: Unde Sol paulatim verſus Polum Boreum, ab

ab Æquatore Cœlesti, declinare videbitur. Nam Terrâ ad apparentiam quiescente, & ejus Æquator apparenter quiescit. Unde Æquator Cœlestis huic correspondens, solo motu apparente diurno cietur: Et ideo Sol, qui ad hunc situm mutat, moveri videbitur. Et lumen Solis, quod prius ad utrumque Polum A & B pertingebat, paulatim ultra B protendetur, citraque A desinet. At cum Tellus ad ♑ pervenit, Sol exinde visus in ♋ apparet; ubi omnium maxime ad Boream declinare videbitur, (quanto nimirum Ecliptica ad Æquatorem inclinatur,) mox versus Æquatorem reversurus. Atque circulus in Sphæra Cœlesti Æquatori parallelus per T C designatus, ad quem Sol declinando ad Boream pervenisse, quemque nunc motu diurno percurrere videtur, dicitur *Tropicus Cancri*, nomen mutuatus ab Eclipticæ Signo quod Sol tunc occupat; eodemque nomine gaudet correspondens in Tellure Circulus. Tellure in hoc situ positâ, manifestum est Solis radios ejus medietatem illustrantes



ultra Polum Boreum B pertingere in L, & citra Austrinum A desinere ad F, ita ut arcus B L vel A F æqualis sit arcui E T; mensuræ nimirum maximæ declinationis Solis, sive inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem. Si per L & F descripti concipiantur circuli, Æquatori E Q paralleli, (nempe K L, F G,) erunt hi *Polares*; ille *Arcticus*, hic *Antarcticus*. Hisce positis, clarum est Telluris tractum Polari Arctico K L inclusum, non obstante revolutione diurna, continuo in luce versari, perpetuoque proinde Die frui; &, ex adverso, tractui intra Polarem Antarcticum F G perpetuam esse Noctem. Patet porro, (ex *Prop.* XIX. *Lib.* II. *Sphæric. Theodosii*,) cujuslibet circuli Æquatori E Q paralleli, inter hunc & Polarem Arcticum K L interjecti, partem majorem in luce versari; cujusvis autem, qui Æquatorem & Antarcticum F G interjacet, partem majorem esse in tenebris; & quidem (per *Prop.* XX. *dicti Libri*) tanto majorem, quanto circulus iste ab Æquatore magis distat; & (per *Prop.* XI. *Lib.* I.) ipsius Æquatoris semissem alteram esse in luce, alteram in tenebris. Et igitur, in isto Telluris situ cum Sol in ♋ apparet, Borealis Terræ partis

partis incolis longiſſimi ſunt Dies, Noctes breviſſimæ, adeoque Æſtas: Auſtralis vero partis incolis Dies breviſſimi, Noctesque longiſſimæ, unde Hyems. Et quidem tanto longiores erunt Dies longiſſimi, Noctesque breviſſimæ breviores, quanto locus ab Æquatore eſt remotior. At in ipſo Æquatore degentibus, Dies Noctibus etiamnum, & ideo per totum annum, erunt æquales.

Procedente Terrâ per ♒, ♓ ad ♈, quo tempore Sol Signa ♋, ♌, & ♍ peragrare videtur, Sol paulatim verſus Æquatorem revertitur; donec tandem ad ♎ in Æquatore Cœleſti conſpiciatur, (propterea quod tunc Æquatoris Terreſtris planum productum per Solem denuo tranſit,) Dies Noctibus æquales per totam Terram efficiens; pari modo quo factum eſt dum Terra in ♎ eſſet. Et nunc denuo illuminationis extrema ad utrumque Terræ Polum pertingunt; adeo ut Polo B, (quippe qui in luce verſabatur,) hucuſque perpetua fuerit Dies ſemeſtri ſpatio æqualis (ex quo nimirum Tellus ♎ reliquit;) ſicut ipſi A ſemeſtris Nox.

Terrâ porro per Signa ♈, ♉, ♊ motâ, Sol interim per ♎, ♏, & ♐ apparenter incedens paulatim ab Æquatore verſus Auſtrum declinare videbitur; donec tandem, Terrâ revera in ♋ exiſtente, Sole autem inter Fixas in ♑ viſo, eadem omnia Auſtralis Telluris hemiſphærii incolis contingant, quæ, Tellure in ♑ exiſtente, Borealis hemiſphærii incolis contigerunt; & eadem ad Boream eveniant, quæ prius ad Auſtrum. Et cum Tellus per ♋, ♌ & ♍ fertur, Sol per ♑, ♒ & ♓ motus ad Æquatorem & ♈, completo Anno, redire videbitur; eadem Auſtralis Terræ incolis decreſcentis Diei & creſcentis Noctis edens Phænomena, atque Borealis partis incolis dum per tria oppoſita Signa incederet.

SECTIO VI.

De Planetarum & Cometarum Orbitis, harumque Figura; deque Virium Lege requiſita, ut illi in ejuſmodi Orbitis moveantur.

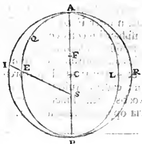
PROPOSITIO XXXIV.

Quilibet Planeta Primarius deſcribit perimetrum Ellipſis, in cujus Umbilicorum altero eſt Sol.

Hucuſque, dum generalia tractaremus, ſatis erat Planetæ cujuſque ſemitam conſiderare tanquam circumferentiam circuli, cujus centrum eſt Sol, cum ab hac notabiliter non differat. Verum Planetarum circa Solem motorum Phænomena attentius conſideranti conſtabit, eos non æqualiter ubique à Sole diſtare: *Ex. gr.* Tellus, æſtate noſtrâ, magis à Sole diſtat; hyeme minus: quod ex Solis Diametro apparente circa medium Junium majore, circa medium Decembrem minore, plane liquet. Hoc ulterius apparet ex velociore motu Telluris circa Solem mediâ hyeme, quam mediâ æſtate;

parte circiter decimaquintâ. Atque hinc fit quod ab Æquinoctio Verno ad Autumnale, tempore æstatis, circiter octo amplius Dies insumantur, quam ab Æquinoctio Autumnali ad Vernum, tempore hyemis; quamvis utrobique Tellus è Sole, vel Sol è Terra inter Fixas spectatus, semicirculum peragrâsse videatur. Cum igitur Terra velocius progrediatur circa Solem hyeme nostrâ quam æstate, & illi propiorem esse necesse est, per Propositionem XII; ut nempe Area per rectam è Sole ductam descripta, Temporis instar, æquabiliter augeatur, minore trilinei altitudine majorem ejus basem compensante. Idemque similiter in reliquis Primariis circa Solem motis obtinet: Immo cujusvis ex illis (si Venerem excipias) Semita magis differt à circulo, cujus centrum est Sol, quam ipsius Telluris Semita; ut inferius ostendetur.

Atque deviatio hæc Planetarum circa Solem revolventium à circumferentia circuli Soli concentrici tanta est, tamque sensibilis, ut Astronomos omnes adegerit ad comminiscendum *Orbes Excentricos*: Cumque alium nullum præter perfecte circularem in Cœlis motum esse admittendum pro indubitato haberent, Planetam quemque moveri volebant in Circulo A I P R, cujus centrum C in ea ponebant à Sole in S distantia, quæ ejus motibus congruat. Orbis hujus Excentrici punctum A, à Sole remotissimum, *Aphelium*; P vero *Perihelium*; ambo *Apsides* vocabant; Rectamque A P Apsides conjungentem (in qua etiam Sol locatur) *Lineam Apsidum*; hujusque partem C S *Excentricitatem*. Atque ex hac supposita *Theoria* Planetarum loca satis exacte, calculo subducto, inventa fuere; eorum præsertim, quorum Orbitæ à Circulis non multum abludunt: *ex. gr.* Telluris.



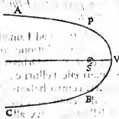
Verum cum de Marte ageretur, ex numeris istius Theoriæ prodit ejus locus ab observato diversus satis, ut inde colligatur Orbitam Martis non esse Circularem, sed in locis ab Apsidibus remotissimis I & R aliquantulum depressam, & quasi Ovalem. Ovalis hæc sagacissimo *Keplero*, numeros indefesso labore (in *Commentariis de Stella Martis*) versanti, evasit tandem Ellipsis perfecta, cui iidem sunt Vertices A & P qui prius in Orbita circulari Apsides, iisdemque hic nominibus gaudentes; & Umbilicorum alter ipsum Solis centrum. Quippe sola Ellipsis hæc exhibet Distantias à Sole (sive rectas S E) observatis consentaneas, & Æquationes probas, quibus angulus A S E determinatur ex dato Planetæ motu medio: Hoc est, sola Ellipsis præfinita ejusmodi est, ut Tempus periodicum, sive revolutionis integræ, eandem habeat rationem ad Tempus à discessu ab Aphelio in A, quam Area integra A E P L A ad Aream A S E Q A interceptam

ceptam inter lineam Apſidum S A, & lineam S E (obſervatione cognitam) à Sole ad Planetam protenſam: Hanc autem eſſe conditionem motûs Planetæ cujuſvis circa Solem, patet ex Propoſitione XIII. Præterea locus Telluris in Orbita Elliptica ejuſmodi eſt, ut aliorum circumcirca Planetarum loca in ſuis Orbitis Ellipticis reſpectivis inventa, è Tellure viſa, obſervatis in Cœlo locis exacte congruant; quod in alia quavis Orbita non æque feliciter contingit. Cum igitur Planetarum loca, per calculum ad Orbes Ellipticos accommodatum inventa, locis obſervatis optime conſentiant; ad alterius vero figuræ Orbes neutiquam, niſi quatenus aliæ illæ ad Ellipticas prædictas accedunt; conſtat Orbitas Ellipticas à Planetis revera deſcribi. Planetarum primariorum Orbitæ Ellipticæ, circa Solem in communi Umbilico deſcriptæ, immotæ fere ſunt; hoc eſt, cum Planetæ ad Orbitarum ſuarum Apſides, aliave quævis data puncta, pervenerint, ad eadem proxime Spatii Mundani puncta redeunt: Namque hæ ſolæ obſervatis è Tellure Planetarum locis inter Fixas ſatiſfaciunt.

PROPOSITIO XXXV.

Quilibet Cometa movetur in Sectione Conica, cujus Umbilicorum alter eſt Sol.

Tales namque Orbitæ æque ſolæ obſervatis Cometarum locis omnibus conveniunt. Verum quidem eſt *Keplerum*, & hunc ſequutos Philoſophos non paucos, Cometarum Trajectorias poſuiſſe Rectas lineas; & inde Cometarum quorundam loca obſervatis ſatis congrua calculo ſubduxiſſe. Atque hoc fieri poterit, licet Cometa in Sectione Conica feratur, ſi obſervetur tantum in Orbitæ ſuæ parte quæ à Recta non multum abludit. Sit A P V B C Coni Sectio valde excentrica; hoc eſt, in qua Diſtantia Focorum ejus Axi tranſverſo eſt fere æqualis: hujus Focus alter ſit S Solis centrum. Fieri poteſt ut Cometa obſervetur, dum Orbitæ ſuæ partem A P percurrit; & tempore reliquo, dum à P per V, B ad C tranſit, (ubi in regiones longinquas abiens viſui ſe ſubducit,) ſub radiis Solaribus deliteſcat, reſpectu obſervatoris in Tellure circa Solem S mota: Vel fieri poteſt ut Cometa percurrens A P V B ſub Solis radiis abſcondatur, (ſitu & motu Telluris ita ferentibus,) & tunc demum obſervetur, cum ad B pervenerit Lineam B C deſcripturus; & in utroque caſu Semita Cometæ à recta non differet ſenſibiliter. In priore caſu Cometæ à Sole abſorberi videbuntur; quippe tunc viſi dum ad Solem appropinquarent; poſtea vero conſpectum fugientes, ac proinde pro deſtructis habiti: in poſteriore è Sole oriri; nempe primum viſi cum ab illo in regiones longinquas aſcenderent. Porro, cum Cometa in ſuo verſus Solem deſcenſu (ut in A P) obſervatur, ad Solem poſtea appropinquans, &



ſub ejus radiis ad aliquod tempus deliteſcens, (nempe dum P V B deſcribit,) & ad alteras Solis partes inſperato emergens, & Caudâ (propter rationes ſuo loco tradendas) inſigniter productâ; pro novo & à priore diverſo plerumque habetur; & illius Trajectoria A P Recta, hujus vero B C. Harum etiam Trajectoriarum (dum ſingulares habentur) diverſitas, & quaſi contrarietas, etiam Aſtronomos quoſdam ita fefellit, ut aſſeruerint non eſſe eundem Cometam qui utramque deſcripſit. Neque Error hic facile corrigitur in Cometa ad eundem locum, quantum per obſervationes adhuc vulgo conſtat, nunquam revertente. Ex quibus omnibus conſtat, cur Trajectoriæ Rectilineæ Cometarum motibus plerumque reſpondeant; quod nempe una tantum ejus portio pro integra Trajectoria habeatur: At ſi tota ſimul conſideretur, tam in deſcenſu verſus Solem quam in aſcenſu ab illo, alia nulla præter Coni Sectionem congruere deprehendetur.

Ex tribus vero Sectionibus Coni, Ellipſis, in cujus Focorum altero eſt Solis centrum, Cometæ motibus eſt maxime accommoda; ut ſuo loco oſtendetur: Et ſi Cometæ corpora ſunt perennia in Orbem redeuntia, aliæ nullæ ſunt præter Ellipſes, quæ illis congruant. Verum loco portionis prope verticem Ellipſis admodum excentricæ, qualem Cometæ motus exigit, tuto ſubſtitui poterit portio Parabolæ eodem vertice & Umbilico deſcriptæ, quæ ab illa non differt ſenſibiliter. Atque ipſa hæc Parabolica curva eſt vera ejus Trajectoria, ſi in Orbem non redit: vel forſitan Hyperbolica, modo tales exſtiterint Cometæ, quorum motibus Hyperbolicæ Trajectoriæ melius congruunt quam Parabolicæ.

PROPOSITIO XXXVI.

Planeta quivis ſecundarius circa ſuum Primarium revolvitur in perimetro Ellipſis, in cujus Umbilicorum altero eſt centrum Primarii.

Quod attinet ad Lunam Telluris comitem, hæc ſemel in ſua circa Tellurem revolutione minor apparet, ſimul & cæteris paribus tardior; & in parte Orbis oppoſita, major & velocior: unde patet ejus Orbitam eſſe Telluri excentricam. Quod vero Ellipſis ſit focum in Telluris centro habens, ſimilibus rationibus conſtat, quibus (Prop. præced.) conſtitit Planetarum primariorum ſemitas circa Solem eſſe Ellipticas: Ex aſſumpta ſcilicet Lunæ via Elliptica prodeunt Lunæ diſtantiæ à Terra obſervatis conſentaneæ, & æquationes probæ, quales ex alia quavis non inveniuntur. Atque hæc omnia ſatellitum Jovis & Saturni Orbitis etiam conveniunt: hæ tamen proxime accedunt ad Circulos Jovi & Saturno concentricos.

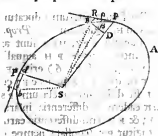
Quamvis Orbitæ Ellipticæ, in quibus Planetæ primarii circa Solem revolvuntur, immotæ fere ſunt, (ut in præcedente dictum;) in Planetis ſecundariis res aliter ſe habet: Horum enim motus, ex cauſis inferius explicandis, ita perturbantur, ut non eædem perpetuo Ellipſes

lipses (etiam abstrahendo à motu Primarii) de novo describantur. Sed ut illorum Orbitæ ad Ellipses reducantur, oportet concipere Ellipsin quamque à Planeta secundario descriptam etiam motam, sic ut manentibus Ellipsis plano, & foco in centro Primarii fixo, Axis Ellipsis circa focum immotum feratur motu angulari, in consequentia. Verum motus hic tam tardus est & insensibilis, (quippe qui etiam in Luna plusquam centies tardior est quam ipsa Luna,) ut hoc loco merito sit negligendus; & Ellipses, quas secundarii describunt circa suos primarios, pro immotis habendæ, nisi quatenus una cum primariis circa Solem deferuntur.

PROPOSITIO XXXVII.

SI corpus secundum directionem rectæ cujusvis projiciatur, & simul urgeatur à Vi Centripeta tendente ad centrum S, *ita ut motu ex hisce duobus composito, describat curvam* A P *p*; *hanc vero tangat in puncto quovis* P *recta* P R, *& à puncto* B, *ipsi* P *proximo, ducatur* B D *rectæ* S P *normalis, &* B R *eidem* S P *parallela*; *similisque fiat constructio ad aliud quodvis curvæ punctum p. Dico Vim centripetam in* P *esse ad Vim centripetam in p, sicut* $\frac{Spq \times bdq}{br}$ *ad* $\frac{SPq \times BDq}{BR}$: *sive Vim centripetam in* P *esse reciproce ut Solidum* $\frac{SPq \times BDq}{BR}$, *ubi figura* P R B D *est indefinite parva.*

Vis in P ad centrum S tendens, vocetur V. Tempus quo percurritur arcus minimus P B, vel quo corpus, solâ Vi insitâ, percurreret tangentem minimam P R, vocetur T. Vis centripeta in *p* agens, vocetur *v*: & tempus quo *p b* percurritur, vel quo tangens *p r* percurretur, vocetur *t*. Sumatur arcus P β, quem corpus percurrit æquali tempore quo *p b* arcum; & ducatur β ρ parallela ad P S. Hisce positis, ratio lineolæ B R ad lineolam *b r* componitur ex ratione B R ad β ρ, & ratione β ρ ad *b r*: Sed (per Propofit. XXIV.) B R est ad β ρ in duplicata ratione arcûs P B ad arcum P β; & hi arcus, cum sint minimi, sunt ut triangula æquialta B S P, β S P; hoc est, (per Prop. XII.) ut tempora quibus, radio ad S ducto, describuntur;



sive, per constructionem, ut tempora quibus describuntur arcus P B, *p b*. Rursus, lineola β ρ est ad lineolam *b r* ut causæ ipsarum productrices; hoc est, ut Vis centripeta in P ad Vim centripetam in *p*. Et igitur ratio lineolæ B R ad lineolam *b r* componitur ex ratione duplicata temporum quibus percurruntur P B, *p b*, & ratione Vis centripetæ in P ad Vim centripetam in *p*: hoc est, in symbolis, $\frac{BR}{br} = \frac{T^2}{t^2} + \frac{V}{v}$; sive $\frac{BR}{br} = \frac{T^2 \times V}{t^2 \times v}$. Adeoque $\frac{V}{v} = \frac{BR \times t^2}{br \times T^2}$. Sed (per Prop. XI.)

T eſt ad t ſicut area SBP ad aream sbp; ſive ut illius duplum $SP \times BD$ ad hujus duplum $sp \times bd$. Poſitâ ergo, loco rationis $\frac{t^2}{T^2}$, ejus æquali $\frac{Spq \times bdq}{SPq \times BDq}$, fiet $\frac{V}{v} = \frac{BR \times Spq \times bdq}{br \times SPq \times BDq}$, ſive V ad v ſicut $BR \times Spq \times bdq$ ad $br \times SPq \times BDq$; id eſt, (applicando ad $BR \times br$,) ſicut $\frac{Spq \times bdq}{br}$ ad $\frac{SPq \times BDq}{BR}$. Vis igitur in P ad S tendens eſt reciproce ut $\frac{SPq \times BDq}{BR}$, Solidum ſc. naſcens vel evaneſcens. Quod erat demonſtrandum.

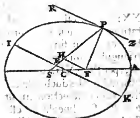
COROLLARIUM.

Unde, ſi detur figura quævis, (ut APp,) & in ea punctum S, ad quod Vis centripeta dirigitur; inveniri poteſt Lex Vis centripetæ, quâ corpus à curſu rectilineo perpetuo retractum in figuræ illius perimetro detinebitur, eamque revolvendo deſcribet; modo Vis hæc componatur cum idonea Vi ſecundum figuræ tangentem impreſſa. Quippe Lex quæſita eſt (per Prop. hanc XXXVII.) ut Vis ſit reciproce ut naſcens Solidum $\frac{SPq \times BDq}{BR}$, ex data figuræ natura computandum. Hujus rei dabimus exemplum illuſtrius ab ipſa rerum natura petitum.

PROPOSITIO XXXVIII. LEMMA.

SI Ellipſin API, *cujus foci* S *&* F, *tangat recta* ZPR *in puncto quovis* P, *& huic per centrum* C *ducatur parallela diameter* IK; *rectæ* SP, *focorum alterutrum (ut* S*) & contactûs punctum jungentis, portio* EP *inter dictas parallelas interjecta, æqualis eſt Ellipſis ſemiaxi majori* CA.

Per focum alterum F ducatur FH ad PR parallela, ipſi SP occurrens in H. Quoniam (per *Prop.* XLVIII. *Lib.* 3. *El. Conic. Apollonii*) anguli FPZ, HPR ſunt æquales, & hiſce alterni PFH, PHF æquantur; unde PH æqualis PF. Rurſus (per II. El. 6.) erit SE æqualis EH, quia SC æqualis CF; cumque SH ſit differentia rectarum PS, PH, erit eadem & differentia ipſarum PS, PF; & EH ſemi-differentia earundem. Et igitur PE (conflata nempe ex minore & ſemi-differentia) æqualis eſt ſemi-ſummæ ipſarum PS, PF. Sed (per *Prop.* LII. *Lib.* 3. *El. Conic.*) rectæ SP, PF ſimul ſumptæ æquantur axi majori: Quare & ſemiſumma ipſarum (hoc eſt, ipſa EP) ſemiaxi majori CA æqualis eſt. Quod erat demonſtrandum.

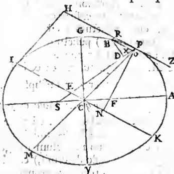


PROPOSITIO XXXIX.

Revolvatur corpus in Ellipsi; quæritur Lex Vis centripetæ tendentis ad Focum Ellipsis.

Sit Ellipsis APM, cujus perimeter à corpore revolvente describitur; hujus focus sive umbilicus alter S, ad quem dirigitur Vis quâ corpus à motu rectilineo retractum in Orbita Elliptica retinetur: Quæritur hujus Lex.

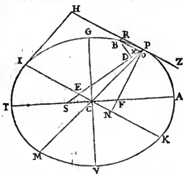
Ducantur Ellipsis axes conjugati TA, GY, in centro C se invicem decussantes. Et per quodlibet in ejus perimetro punctum P ducantur recta PZ Ellipsin contingens, & diameter PM, & huic conjugata ICK ad PZ parallela, ad quam ex P demittatur normalis PN. Compleatur parallelogrammum PCIH; rectaque IH Ellipsin continget per XVII. *Lib.* I. *Conic.* Jungatur SP secans IK in E. Per B ipsi P proximum ducantur BR ad PS, & LX ad PZ parallela, rectæ SP in X, & MP in O occurrens. Vis centripeta ad S tendens est (per Prop. XXXVII.) reciproce ut Solidum $\frac{SPq \times BDq}{BR}$. Hoc proinde ex Ellipsis natura est computandum. In quem finem Ellipsis *Latus Rectum Principale*, sive ad axem majorem TA pertinens, vocetur L. Ratio ipsius L×BR ad BDq componitur



ex rationibus L×BR ad L×PO, L×PO ad MO×PO, MO×PO ad BOq, BOq ad BXq, & BXq ad BDq: Sed ratio ipsius L×BR ad L×PO, sive (per Prop. I. El. 6) ipsius BR aut PX ad PO, æqualis est rationi PE ad PC, (per Prop. II. El. 6,) quia XO est parallela EC; & (per præced.) PE æqualis AC: Ergo ratio ipsius L×BR ad L×PO æqualis est rationi AC ad PC. Porro, ratio L×PO ad MO×PO est eadem cum ratione L ad MO. Et ratio ipsius MO×PO, sive MOP rectanguli, ad BOq eadem est (per XXI. *Lib.* I. *Conic.*) cum ratione rectanguli MCP (hoc est CPq) ad ICq. Et, in casu præsenti, ratio BOq ad BXq est ratio æqualitatis; nam, coeunte puncto B cum P, BO fit ipsi BX æqualis. Denique, ratio BXq ad BDq æqualis est rationi PEq ad PNq: (Triangula enim BDX, PNE sunt æquiangula, ob angulos ad D & N rectos; & BXD, PEN alternos in duabus parallelis BX, EN itidem æquales.) Et PEq est æquale CAq, quia ipsæ rectæ (per præced.) æquantur: Ergo ratio BXq ad BDq eadem est cum ratione CAq ad PNq. Porro, (per *Prop.* LXXII. *Lib.* 4. *Gregorii à S*[to]. *Vincentio*) rectangulum sub GC & CA æquale est parallelogrammo PCIH; hoc est, rectangulo sub IC & PN: Quare

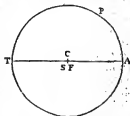
(per

(per XVI. El. 6.) CA eſt ad PN ut IC ad GC; ergo & CAq ad PNq ut ICq ad GCq: Et igitur ratio BXq ad BDq eadem eſt cum ratione ICq ad GCq. Quoniam igitur ratio ipſius L×BR ad BDq componitur ex rationibus L×BR ad L×PO, L×PO ad MO×PO, MO×PO ad BOq, BOq ad BXq, & BXq ad BDq; componitur etiam ex rationibus hiſce reſpective æqualibus; nimirum ex rationibus AC ad PC, L ad MO, CPq ad ICq, & ICq ad GCq; adeoque æqualis erit rationi AC×L×PCq ad PC×MO×GCq: Sed (per *Prop.* XIII. *Lib.* I. *Conic.*) AC×L = 2GCq. Poſito ergo hoc illius loco, erit ratio L×BR ad BDq æqualis rationi 2GCq×PCq ad PC×MO×GCq; hoc eſt, rationi 2PC ad MO: Atqui (in caſu præſenti, cum punctum B eſt ipſi P proximum) punctum O minime diſtat à P puncto; hoc eſt, MO æquatur 2PC; & igitur, in hoc caſu, L×BR æquatur BDq. Quoniam ergo, in Ellipſi, BDq = L×BR, erit $\frac{SPq \times BDq}{BR} = \left(\frac{SPq \times L \times BR}{BR} =\right)$ SPq×L: Huic ergo Solido Vis centripeta eſt reciproce proportionalis; & L eſt recta conſtans & invariata. Ergo Vis centripetæ ad Ellipſis umbilicum tendentis, (quâ corpus à curſu rectilineo perpetuo retractum in figuræ iſtius perimetro detinetur, eumque revolvendo deſcribit,) ea eſt Lex, ut ſit Quadrato diſtantiæ loci P à centro S reciproce proportionalis. Quod erat inveniendum.



COROLLARIUM I.

Si Ellipſis focus S, ad quem Vis tendit, una cum vertice proximo T maneat; alter vero F, ad hunc appropinquando, tandem cum illo coincidat: Corpus P, eodem modo quo prius in perimetro Ellipſis, nunc in Circuli perimetro detinebitur à Vi centripeta ad S tendente, & eâdem quâ prius lege urgente. Et ſicut Circulus poteſt à corpore deſcribi, urgente Vi quâlibet centripetâ tendente ad punctum ſitum extra rectam, ſecundum quam ſolâ Vi inſitâ moveretur, (ut Prop. XXIX. dictum;) ita Recta deſcribetur à corpore quod urgetur à Vi nulla tendente ad punctum extra dictam Rectam ſitum: Nam, ſi manente utroque Ellipſis vertice foci ad illos accedant, Ellipſis in Rectam mutabitur. Ad reliquas omnes Lineas, præter Rectam & Circularem, deſcribendas, particulari opus eſt Lege Vis centripetæ.



COROL-

COROLLARIUM 2.

Si Ellipsis focus S, ad quem ceu centrum Vis dirigitur, una cum vertice proximo T maneat, alter vero focus F magis magisque elongetur, & tandem in infinitum abeat; corpus P eodem modo quo prius in perimetro figuræ T P detinebitur à Vi centripeta ad S tendente, cujus eadem est quæ prius Lex. Atqui in hoc casu Ellipsis mutatur in Parabolam: Et igitur Lex Vis centripetæ tendentis ad umbilicum Parabolæ, quâ corpus in hujus figuræ perimetro detinetur, ea est, ut sit Quadrato distantiæ ab umbilico reciproce proportionalis.

COROLLARIUM 3.

Si, reliquis uti prius manentibus, Ellipsis umbilicus alter F ad distantiam plusquam infinitam abeat; (hoc est, si à tergo redeat versus T, faciatque nunc vertices A & T inter focos S & F; cum prius fuerint foci S & F inter vertices A & T,) in quo casu Ellipsis mutatur in Hyperbolam; corpus eâdem Lege Vis centripetæ agitatum quâ prius, (nempe ut Vis illa augeatur in ratione quâ Quadratum distantiæ à centro diminuitur,) in perimetro hujus Hyperbolæ moveri perget.

COROLLARIUM 4.

Quod si Ellipsis superioris maneant focus F, eique proximus vertex A, dum interim focus alter S, ad quem Vis dirigitur, magis magisque elongatus, tandem in infinitum abeat, (hoc est, si Ellipsis vertatur in Parabolam;) Vis centripeta, quæ dirigitur ad punctum S infinite distans, sive secundum rectas Parabolæ axi A F parallelas, quâque urgetur corpus in perimetro motum, evadet æquabilis: Nam distantiæ à centro infinite dissito, quarum intervalla sunt finita, æquales sunt. Adeoque Vis, quæ est reciproce ut Quadratum illius distantiæ, æquabilis est. Et è converso, corpus quod urgetur à Vi æquabili tendente ad centrum infinite dissitum, quæque proinde dirigitur secundum rectas datæ cuidam parallelas, motu suo describet Parabolam, cujus axis prædictæ rectæ parallelus est. Atque hoc est celebre *Galilæi* Theorema de Projecti semita.

COROLLARIUM 5.

Reliquis ut in Corollario præcedente manentibus, si focus S (scil. centrum ad quod Vis dirigitur) ad distantiam abeat plusquam infinitam, ut in Corol. 3. foco F contigit; tum Ellipsis vertetur in Hyperbolam, & corpus detinebitur in perimetro figuræ sic mutatæ, per Vim quæ secundum rectas SP quidem dirigitur, & quæ Quadrato distantiæ loci à centro S est reciproce proportionalis; sed quæ respectu puncti S est centrifuga, quia Curva AP est versus illud convexa.

P F A C T S

Sicut Ellipsis describitur à corpore quod urgetur à Vi ad focorum alterutrum (quia internum) tendente, & secundum legem Propositionis præcedentis agente; & Hyperbola, dum Vis centripeta ejusdem Legis ad focum internum tendit, vel dum dicta Vis centripeta mutatur in centrifugam tendentem à foco exteriore: Ita Parabola, inter sectiones dictas quasi intermedia, naturam utriusque etiam hic participat; describiturque urgente Vi centripetâ ejusdem Legis ad focum internum tendente, (ut in utraque præcedentium,) & etiam urgente Vi centripetâ ad focum alterum, vel centrifugâ ab illo altero tendente, (ad morem Ellipsis & Hyperbolæ respective;) prout nimirum focus iste alter ad partes Curvæ cavas vel convexas positus censetur: Potest namque utrolibet modo considerari, cum sit infinite dissitus.

COROLLARIUM 6.

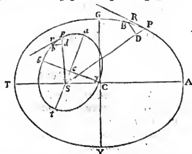
Ex hac Propositione cum suis Corollariis sequitur, quod si corpus quodvis secundum lineam quamvis rectam PR quacunque cum Velocitate exeat de loco quolibet P, & simul urgeatur à Vi centripeta, quæ sit reciproce proportionalis Quadrato distantiæ loci à centro S, extra prædictam rectam sito; movebitur hoc corpus in aliqua Sectionum conicarum, umbilicum habente in centro ad quod Vis tendit. Nam in nullam Lineam præter Rectam & coni Sectiones poterit (per motum alterutrius foci in axe eove producto) præcedentis Propositionis Ellipsis mutari. Et Sectionis hujus latus rectum principale (ad axem majorem pertinens) sive L, ex ipsius Propositionis demonstratione (in qua ostensum est $L \times BR = BDq$) est tertia proportionalis ipsis BR & BD nascentibus.

PRO-

PROPOSITIO XL.

Si corpora plura revolvantur circa centrum commune, & Vis centripeta ſit reciproce ut Quadratum diſtantiæ à centro; dico quod Quadrata Temporum periodicorum in Ellipſibus ſunt ut Cubi tranſverſorum axium.

Sint duæ quævis Orbitæ APT, *apt* circa communem focum *b*, in quibus ſuperior conſtructio manere ſupponatur. Harum latera recta, ſive L & *l*, (per Corol. 6. Propoſitionis præcedentis,) æquantur $\frac{BDq}{RBq}$, $\frac{bdq}{rb}$ reſpective; coeuntibus nempe B & P, item *b* & *p*. Sed RB eſt ad *rb* (cum ſimul generentur) ut Vis centripeta in P ad Vim centripetam in *p*; hoc eſt, ex hypotheſi, ut S*pq* ad SP*q*: Et igitur L . *l* :: $(\frac{BDq}{Spq} . \frac{bdq}{SPq} ::)$ BD*q* × SP*q*. *bdq* × S*pq*. Et BD × SP eſt ad *bd* × S*p* ut ipſorum ſemiſſes; hoc eſt, ut areæ à corporibus P & *p* ſimul deſcriptæ: Et igitur L & *l* ſunt ut Quadrata arearum quas corpora, radiis ad commune centrum S ductis, eodem tempore deſcribunt; hoc eſt, dictæ areæ ſimul deſcriptæ ſunt in



ſubduplicata ratione laterum rectorum. Cumque integræ Ellipſium areæ ſint ut harum particulæ ſimul deſcriptæ, ductæ in reſpectiva tempora periodica; erunt areæ illæ integræ inter ſe in ratione compoſita ex ratione ſubduplicata laterum rectorum, & ratione temporum periodicorum. Porro, (per *Prop.* CXCI. *Lib.* 4. *Gregorii à S*to*. Vincentio,*) Ellipſis AGTY eſt ad *agty* ut AT × GY ad *at* × *gy*: Adeoque etiam rectangula ſub axibus Ellipſium ſunt in ratione compoſita ex ratione ſubduplicata laterum rectorum, & ratione temporum periodicorum; hoc eſt, ut $L^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in APT ad $l^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in *apt*. Porro, ex natura Ellipſis, GY eſt media geometrica inter L & AT, & *gy* inter *l* & *at*; ſive $GY = L^{\frac{1}{2}} \times AT^{\frac{1}{2}}$, & $gy = l^{\frac{1}{2}} \times at^{\frac{1}{2}}$. Unde $L^{\frac{1}{2}} \times AT^{\frac{3}{2}} . l^{\frac{1}{2}} \times at^{\frac{3}{2}}$ :: (GY × AT. *gy* × *at* ::) $L^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in APT. $l^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in *apt*. Applicando ergo antecedentes ad $L^{\frac{1}{2}}$, & conſequentes ad $l^{\frac{1}{2}}$, & quadrando terminos inde reſultantes, fiet AT Cubus ad *at* Cubum ut Quadratum Temporis periodici in Ellipſi APT ad Quadratum Temporis periodici in Ellipſi *apt*. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Quoniam Circulus eſt Ellipſis ſpecies; nempe ubi focus uterque

cum centro coincidit, & axis major æqualis cuivis diametro; patet Quadrata Temporum periodicorum corporum in Ellipsi & Circulo circa idem centrum revolventium esse ut Cubos transversorum axium: Adeoque si axes illorumque Quadrata fuerint æqualia, Temporum periodicorum Cubi, ipsaque proinde Tempora periodica, æquabuntur: hoc est, cum idem est centrum Virium, Tempora periodica in Ellipsibus eadem erunt atque in Circulis, quorum diametri æquantur majoribus axibus Ellipsium.

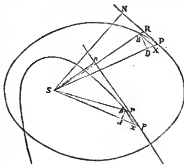
COROLLARIUM 2.

Ex demonstratione Propositionis patet, quod Orbium quorumcunque à corporibus circa commune centrum revolutis, & à Vi centripeta, quæ est reciproce in duplicata ratione distantiæ à centro, agitatis, descriptorum latera recta sunt in duplicata ratione arearum quas corpora, radiis ad centrum ductis, eodem tempore describunt: Hoc enim ostensum est universaliter de quibusvis Orbibus, sive Ellipticis, sive Parabolicis, sive Hyperbolicis, antequam ad Ellipses ratiocinatio est restricta; in quibus solis Tempus periodicum locum habet.

PROPOSITIO XLI.

Manente eâdem Lege Vis centripetæ; dico quod corporum, circa commune centrum revolventium, Velocitates in quibusvis punctis sunt inter se in ratione composita ex ratione subduplicata laterum rectorum principalium, pertinentium ad Lineas quas describunt, & ratione inversa perpendiculorum à communi centro demissorum in rectas tangentes ad puncta ubi versantur corpora.

Revolvantur corpora P & *p* circa commune centrum S in Lineis quibusvis PB, *pb*. Quoniam corpora, ex hypothesi, urgentur à Vi centripeta, quadrato distantiæ loci à centro reciproce proportionali; erunt (per Corol. 6. Prop. XXXIX.) Lineæ hæ Sectiones coni, quarum focus est S. Vocentur illarum latera recta principalia L & *l*. Ab S demittantur SN, S*n* normales in rectas PR, *pr* in P & *p* tangentes. Dico velocitatem corporis P esse ad velocitatem corporis *p* in ratione composita ex ratione $L^{\frac{1}{2}}$ ad $l^{\frac{1}{2}}$, & ratione S*n* ad SN; sive ut $L^{\frac{1}{2}} \times Sn$ ad $l^{\frac{1}{2}} \times SN$.



Sumantur arcus PB, *pb* eodem minimo tempore descripti; & per B ducatur BX ad RP parallela, & BD ad SP normalis; simileque fiat ad *b*. Velocitates in P & *p* sunt ut nascentes arcus PB, *pb*; quippe viæ simul percursæ: hoc est, ut hisce æqua-

les

Digitized by Google

les PR, pr rectæ. Porro, ob triangula rectangula BDX, SNP habentia angulos BXD, SPN æquales propter parallelas BX, NP; eſt SN. SP :: BD. BX; & ideo BX vel huic æqualis $PR = \frac{SP \times BD}{SN}$. Et, propter ſimiles rationes, $pr = \frac{Sp \times bd}{Sn}$. Sed $SP \times BD$, $Sp \times bd$ ſunt inter ſe ut eorum ſemiſſes, nempe trilinea SPB, Spb; hoc eſt, ſicut areæ à corporibus P & p ſimul deſcriptæ, quæ rurſus (ex Cor. 2. Prop. præc.) ſunt in ſubduplicata ratione laterum rectorum L & l; ſive ſicut $L^{\frac{1}{2}}$ ad $l^{\frac{1}{2}}$. Et igitur PR eſt ad pr, ſive Velocitas corporis in P ad Velocitatem corporis in p ſicut $\frac{L^{\frac{1}{2}}}{SN}$ ad $\frac{l^{\frac{1}{2}}}{Sn}$ :: $L^{\frac{1}{2}} \times Sn$. $l^{\frac{1}{2}} \times SN$: hoc eſt, in ratione compoſita ex ratione ſubduplicata laterum rectorum ad figuras PB, pb pertinentium, & ratione inverſa perpendiculorum à centro virium S in tangentes demiſſorum. Quod erat demonſtrandum.

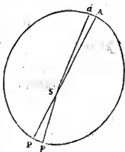
COROLLARIUM 1.

Hinc Velocitates corporum, in maximis & minimis ab umbilico communi, circa quem gyrantur, diſtantiis, ſunt in ratione compoſita ex ſubduplicata ratione laterum rectorum, & ratione inverſa diſtantiarum à dicto communi umbilico. Nam, in maxima vel minima diſtantia ab umbilico, perpendicularis in tangentem eſt ipſa diſtantia. Si diſtantiæ hæ à centro fuerint æquales, Velocitates, in iſto temporis articulo, erunt in ſubduplicata ratione laterum rectorum; alterâ iſtâ diſtantiarum inverſâ in rationem æqualitatis mutatâ. Et ſi figurarum altera ſit Circulus, erit Velocitas in Sectione conica, in maxima vel minima ab umbilico diſtantia, ad velocitatem in Circulo in ſubduplicata ratione lateris recti ſectionis ad diſtantiam duplicatam.

COROLLARIUM 2.

In eadem figura, & etiam diverſis, quarum latera recta ſunt æqualia, Velocitas corporis eſt reciproce ut perpendiculum demiſſum ab umbilico, ſive virium centro, ad tangentem: Nam ſubduplicata ratio laterum rectorum eſt in hoc caſu ratio æqualitatis. Adeoque Velocitates corporis in Ellipſi gyrantis, in maxima & minima ab umbilico diſtantia, ſunt inverſe ut diſtantiæ. Nam, in hoc caſu, diſtantiæ ſunt ipſa perpendicula in tangentes Orbitam.

COROLLARIUM 3.



Motus apparentes corporis in Orbitæ verticibus principalibus A & P, è centro virium S ſpectati, ſunt in reciproca duplicata ratione diſtantiarum SA, SP. Sumantur enim ad vertices A & P arcus minimi Aa, Pp, à corpore circa S revoluto æqualibus temporibus minimis deſcripti; & jungantur Sa, Sp. Erunt corporis motus ex S apparentes, anguli ASa, PSp. Angulorum ASa, PSp ratio componitur ex ratione

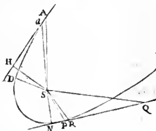
tione A *a* ad P *p* (cum arcus hi minime differant ab arcubus circularibus centro S descriptis) & ratione S P ad S A; nempe inversa radiorum. Sed quoniam A *a*, P *p* æqualibus temporibus describuntur, erunt illi ut Velocitates in A & P; quæ (per præced. Corol.) sunt ut S P ad S A. Et igitur A S *a* est ad P S *p* ut S P *q* ad S A *q*.

COROLLARIUM 4.

Et hinc rursus sequitur, si Orbita ad Circulum proxime accedat, esse motus corporis apparentes ex centro S spectatos in ratione reciproca duplicata distantiarum ab eodem quam proxime. Nam, in isto casu, rectæ ab S in Orbitam cadentes sunt omnes proxime ad Orbitam perpendiculares.

COROLLARIUM 5.

Ex Corollario 2. sequitur quod si corpus, in quavis Sectione conica A D P (ut dictum est) motum, Velocitate quam habet in quovis ejus puncto P, relictâ curvâ, progrederetur uniformiter in recta P Q curvam in P tangente; area S P Q, quam radio ad S ducto describeret, æqualis esset areæ S A D, quam (eodem vel æquali tempore) in Sectione conica retentum describit idem vel aliud corpus. Sumantur lineolæ A *a*, P R, eodem minimo tempore à duobus mobilibus descriptæ; & à Sectionis umbilico S ad tangentes A H & P Q demittantur perpendiculares S H, S N. Per Corollarium 2, Velocitas in A est ad Velocitatem in P ut S N ad S H: Sed ut Velocitates in A & P, ita spatia eodem tempore à mobilibus percursa; nempe A *a* & P R. Et igitur A *a* est ad P R sicut S N ad S H. Unde triangulum S A *a* triangulo S P R est æquale. Cumque istud ubique obtineat in triangulis minimis trilinea S A D & S P Q constituentibus, & porro spatia S A D, S P Q ex æqualibus numero triangulis conflentur, quia æqualia insumuntur tempora in percurrendis lineis A D & P Q; patet triangulum S P Q æquale esse areæ S A D.



PROPOSITIO XLII.

Planetæ primarii & Cometæ hâc lege circa Solem moventur, ut motus cujuslibet ex illis componatur ex æquabili secundum rectam tangentem Orbitam, & altero ad Solis centrum tendente, in quo Vis acceleratrix est quadrato distantiæ à dicto centro reciproce proportionalis.

Quilibet è Planetis primariis (per Prop. XIII.) urgetur à Vi tendente ad Solis centrum, & (per XXXIV.) describit perimetrum Ellipsis, cujus umbilicus est Sol; quæ de Cometarum quolibet (per Propositiones

positiones xiv. & xxxv.) etiam vera sunt; vel saltem Cometa quivis, dum urgetur à Vi tendente ad Solem, aliam quandam eodem foco gaudentem coni Sectionem describit. Et igitur (per Prop. xxxix. ejusque Corollaria) horum quilibet urgetur à Vi æquabili secundum rectam tangentem Orbitam impressa, & ab alia, quâ à dicta tangente retrahitur & in Orbita curvilinea retinetur, quæ ad Solis centrum in sectionis umbilico positum tendit, & est quadrato distantiæ ab illo reciproce proportionalis. Quod erat demonstrandum.

Concipiendi igitur sunt Planetæ primarii & Cometæ quasi totidem Projecta, quæ nempe à duabus Viribus urgentur: Nam hoc modo, eoque solo Orbitas describunt, quales observata produnt. Et Vis, quæ Projectilia hæc à motibus rectilineis retrahunt, hæc est Lex, ut augeatur prout minuitur quadratum distantiæ projecti Planetæ vel Cometæ à centro Solis: quam esse legem quâ Planetæ ad Solem tendunt, etiam aliunde quam ex figura semitæ, Prop. xxviii. ostensum est.

PROPOSITIO XLIII.

ORbium Planetariorum Nodi & Apsides quiescunt.

Quoniam per Prop. xi. Planeta quilibet in plano immoto revolvitur, binorum quorumvis planorum communis sectio etiam immota manet: Sed cujuslibet intersectio cum plano Orbis Telluris est Linea Nodorum istius Planetæ. Istius igitur, similiterque omnium, Nodi quiescunt. Porro, Planeta quilibet describit, in plano immoto, Ellipsin perpetuo eandem sive immotam, (per Prop. xxxiv.) & proinde ejus Apsides etiam quiescunt. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Cum stellæ Fixæ cujusvis simile sit officium (quantum hominibus conjicere datur) atque ipsius Solis; nempe ut circa illius corpus immensum alia minora corpora tanquam Planetæ circumrotentur; similes erunt & affectiones aliæ: nimirum illarum, sicut & nostri Solis, nullus aut insensibilis erit motus; quod ex earum constanti & perpetuo eadem distantia mutua ulterius liquet. Unde idem erit situs Nodorum Apsidumque Orbium Planetariorum ad Fixas.

SCHOLIUM.

Propositio hæc vera est, si spectetur sola Vis centripeta Planetarum in Solem, ut hucusque factum: Verum si considerentur actiones Planetarum & Cometarum in se mutuo, paulo secus res se habere deprehenditur; ut suo loco manifestum fiet. At actionum istarum effectus propter virium producentium parvitatem exigui admodum, & quasi nulli sunt; ideoque hoc loco negligendi. Immo tam parvi sunt motus Nodorum & Apsidum Planetarum primariorum, ut etiam in calculo Astronomico à magni nominis Viris penitus sit neglectus, & Nodi Apsidesque pro immotis habiti.

PRO-

PROPOSITIO XLIV.

Planetæ & Cometæ in Cœlis quam liberrime moventur; & proinde eorum motus diutissime conservari potest.

Nam, Prop. XXXIX. (ubi determinatur Lex Vis centripetæ, quâ urgetur corpus, quod revolvitur in perimetro Ellipsis aut alterius Sectionis coni, cujus focorum alter est centrum ad quod Vis tendit) supposuimus motum utrumque, ex quibus componitur motus in curva Elliptica, Parabolica vel Hyperbolica, omnino liberum, nec illi quicquam obstare aut resistere. Cum igitur Planetæ perfectas Ellipses, quarum communis umbilicus est Sol, motu suo describant, & Ellipses has denuo repetant; patet è converso Planetarum motus ab omni resistentia esse prorsus immunes; hoc est, Planetas quam liberrime in Cœlis moveri. Porro, si Planetæ absque resistentiâ quam liberrime moventur, idem & Cometis contingit; quippe per regiones Planetarum, quamdiu à Terricolis videntur, motis, in viis quæ sunt vel Ellipses veræ, vel Ellipsium species; Parabolæ nimirum vel Hyperbolæ, quarum umbilicus est Sol; quibus describendis eâdem opus est immunitate ab omni resistentia. Et medii resistentiam in regionibus Systematis Solaris ultra Planetas, non esse majorem quam in regionibus Planetariis verisimillimum est. Si enim vel minima sensibilis foret in Cœlis resistentia, certe eædem viæ à Planetis circa Solem, projectorum more latis, non describerentur, quæ ipsis liberrime motis competere demonstratæ sunt: Sed prorsus sicut, in aere nostro, semita projecti valde diversa deprehenditur à Parabolica quæ demonstrata est illi competere, si nulla foret medii resistentia; ita Planetarum viæ, saltem in pluribus revolutionibus, immane quantum ab Ellipsibus discrepare deprehenderentur; neque Ellipses magnitudine & positione eædem cum describendis à Planetis, per spatia libera motis, illorum locis tam olim quam recenter observatis adeo exacte congruerent, atque calculo rite subducto fieri compertum est. Nulla ergo est: Sed Planetæ & Cometæ quam liberrime in Cœlis moventur, & propterea eorum motus diutissime conservari potest. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XLV.

Planetæ secundarii circa Primarios suos hâc lege moventur, ut, præter Vim omnem acceleratricem quâ Primarius urgetur, motus cujuslibet ex illis componatur ex æquabili secundum rectam Orbitam tangentem, & altero ad Primarii centrum tendente, in quo vis acceleratrix est quadrato distantiæ à centro reciproce proportionalis.

Sepositâ Vi omni acceleratrice quâ primarius urgetur, (ut Prop. XX. factum est,) quilibet Planeta secundarius (ex Prop. XXXVI.) circa suum Primarium revolvitur in perimetro Ellipsis umbilicum in Primarii

Primarii centro habentis, ad quod (per dictam Prop. xx.) tendit vis centripeta, quâ à motu rectilineo retrahitur: (deformitas enim Ellipsis à motu Apsidum vel aliunde tantilla est, ut hic sit negligenda:) Et igitur (per Prop. xxxix.) lex vis centripetæ tendentis ad Primarii centrum ea est, ut dicta vis sit quadrato distantiæ à centro reciproce proportionalis: hâc enim solâ corpus à motu rectilineo in tangente à vi insita orto retrahitur, & in Orbitâ Elliptica retinetur. Hi ergo duo motus, (nimirum alter in tangente æquabilis, alter vero versus Primarii centrum tendens, & auctus in ratione quâ quadratum distantiæ satellitis ab illo diminuitur,) inter se compositi, Planetam secundarium (projecti instar) Orbitam Ellipticam describere cogunt.

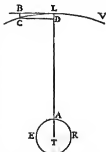
SECTIO VII.

Planetæ & Cometæ in Orbitis suis retinentur per Gravitatem, eadem lege per universum Systema Solare propagatam.

PROPOSITIO XLVI.

Vis, quâ Luna ad Terræ centrum tendit, quâque in Orbita sua retinetur, eadem est cum vi Gravitatis, quâ corpora terrestria quævis ad idem centrum tendunt.

Designet RAE Terram, cujus centrum T, VL orbitam Lunæ, cujus pars LC à Luna percurritur spatio unius scrupuli horarii. Quoniam (ex Prop. xv.) Luna periodum suam sive integrum circulum conficit spatio dierum 27, horarum 7, scrupulorum 43; hoc est, scrupulis horariis 39343; patet LC esse $\frac{1}{39343}$ integræ peripheriæ, sive 33 scrupulorum secundorum gradûs. Porro, ambitus Terræ (secundum nuperam *D. Picart.* mensuram) est pedum Parisiensium 123249600; ejusque proinde semidiameter TA pedum 19615800: quare TL diameter orbitæ Lunaris est pedum 1176948000; nempe (ex prædicta Prop. xv.) ipsius TA sexagecupla: & arcûs LC, 33″ sinus versus LD, & huic æqualis BC est pedum Parisiensium $15\frac{1}{12}$ quam proxime. Igitur vis, quâ Luna versus Terræ centrum tendit, (quâque à motu rectilineo secundum tangentem LB retrahitur, & in orbita sua retinetur,) talis est quæ spatio scrupuli unius horarii Lunam versus Terræ centrum impellit per pedes Parisienses $15\frac{1}{12}$. Cumque (per Prop. præc.) vis hæc in Luna augeatur in eadem ratione, quâ Quadratum distantiæ à centro Terræ diminuitur; si descendatur ad superficiem Terræ, ubi quadratum distantiæ à centro minuitur vicibus 60×60, augebitur illa vicibus

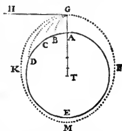


60×60, & ideo ſpatio ſcrupuli horarii Lunam apud nos in ſuperficie Terræ poſitam verſus centrum impelleret per longitudinem pedum 60×60×15$\frac{1}{12}$. Sed Gravitatis ea eſt vis, quæ corpus quodvis in Terræ ſuperficie poſitum, ſpatio ſcrupuli ſecundi horarii, verſus centrum impellit per longitudinem pedum Pariſienſium 15$\frac{1}{12}$, ut ex accuratiſſimis experimentis definit Celeb. *Hugenius Prop. ultimâ Part.* IV. *Horol. Oſcill.* Et ideo eadem iſta Gravitatis vis, ſpatio ſcrupuli horarii, corpus impellit verſus centrum per longitudinem pedum 60×60×15$\frac{1}{12}$; quia ſpatia à gravi cadente percurſa ſunt in ratione duplicata temporum quibus percurruntur. Quoniam igitur vis, quâ Luna in orbita ſua retinetur, & vis Gravitatis paria præſtant, eoſdemque in iiſdem circumſtantiis producerent effectus, & verſus idem punctum (nempe Terræ centrum) tendant, eædem erunt; id eſt, vis quâ Luna retrahitur à motu rectilineo, & in orbita ſua coercetur, illa ipſa eſt quam nos Gravitatem dicimus. Quod erat demonſtrandum.

Lunæ diſtantia à Tellure paulo major quam ſexagecupla ſemidiametri Terræ calculo præcedenti melius congrueret, puta ſexagecupla ſeſqui-tertia; cui etiam rationes Aſtronomicæ melius reſpondent. Nos rem in numeris rotundis æſtimare ſatis habuimus.

SCHOLIUM.

Eodem modo quo Luna revolvitur in orbem circa Tellurem, aliud quodvis grave ex puncto extra Telluris ſuperficiem, ſecundum Horizontalem rectam, vi ſatis validâ projectum Orbitam deſcriberet, & Terrâ intactâ (Planetæ inſtar) gyrum compleret; atque hoc continuo. Circulus ABCD referat Terram, cujus centrum T. Sumatur punctum aliquod extra Terræ ſuperficiem, (nempe G,) ex quo, ſecundum directionem rectæ GH ad TG normalis, projiciatur grave quodvis. Patet, ſi corpus hocce minimâ aut nullâ vi projiciatur, (hoc eſt, ſi libere demittatur,) caſurum illud ad A, directe infra G; ſi aliquâ vero, grave attinget Terram ad punctum B ab A verſus H diſtans; ſi adhuc majore, corpus projectum ultra B ut ad C Terræ occurret. Si augeatur vis projiciens eouſque, ut Terram non attingat donec ultra E punctum ipſi A oppoſitum perveniat, tum rurſus verſus G aſcendens Ellipſin GKMF complebit; atque eandem rurſus perpetuo non impeditum deſcribet, & Planeta fiet. Si in ſemitæ puncto M ipſi G oppoſito, projectum minus diſtet à Terra, quam cum in G; tum centrum Terræ T eſt Ellipſis umbilicus à vertice G remotior. Si augeatur vis projiciens, donec puncta M & G æqualiter à T diſtent, ſemita fiet Circulus; auctâque adhuc vi projiciente (reliquis manentibus) fiet Ellipſis, in qua T eſt focus vertici G vicinior, alter vero focus longius à T removebitur pro vis projicientis



jicientis augmento, donec tandem in Parabolam, poſteaque in Hyperbolam mutetur. Atque eadem obtinebunt quamvis HG non ſit ad TG normalis, præterquam quod in hoc caſu G non eſt Orbitæ vertex principalis. Quo altius eſt punctum G ſupra Terram, eo minori opus eſt vi ad projectum in Planetam mutandum; & quo humilius, eo majori: adeo ut ſi Luna eâdem celeritate quâ nunc in Orbita ſua fertur, ex altitudine mille tantum paſſuum ſupra Terram projiceretur ſecundum directionem horizontalem, circa Tellurem non revolveretur; ſed, Planetæ naturam exuens, vulgaris projecti inſtar in Terram impingeret, antequam diſtantiam quindecim mille paſſuum attingeret. Nam arcus, quem Luna viginti ſcrupulis ſecundis horariis percurrit, minor eſt quam 15000 paſſus, & grave prope Terram viginti iſtis ſcrupulis ſecundis cadendo percurrit $20 \times 20 \times 15\frac{1}{12}$, ſive 6033 pedes; hoc eſt, plus quam mille paſſus: unde Luna prius Terram attingeret quam ad diſtantiam 15000 paſſuum projiceretur. Si vero, eâdem manente gravitatis actione, Terra annihilaretur, projecta omnia (Planetarum more) deſcriberent Ellipſes, aliaſve Sectiones conicas, quarum communis focus eſſet punctum quod nunc eſt Terræ centrum.

PROPOSITIO XLVII.

Planetæ ſecundarii Jovis gravitant in Jovem, ſatellites Saturni in Saturnum, & Planetæ primarii & ſecundarii graves ſunt in Solem; omneſque vi Gravitatis ſuæ retrahuntur à motibus rectilineis, & in Orbitis ſuis retinentur.

Propter Naturæ ſimplicitatem rerum naturalium non plures admittendæ ſunt cauſæ, quam quæ earum Phænomenis explicandis ſufficiunt; & effectuum naturalium ejuſdem generis eædem agnoſcendæ ſunt cauſæ: igitur cum revolutiones Stellarum Medicearum circa Jovem, Saturni comitum circa Saturnum, & Planetarum primariorum circa Solem, Phænomena ſint ejuſdem generis cum revolutione Lunæ circa Terram; eædem etiam erunt illarum cauſæ. Vires enim, quibus Jovis & Saturni ſecundarii, & Planetæ primarii retrahuntur à motibus rectilineis & in Orbibus ſuis retinentur, reſpiciunt Jovis, Saturni & Solis centra reſpective, ſimiliter atque vis, quâ Luna in Orbita ſua retinetur, reſpicit centrum Telluris; & Vires, quibus illi urgentur, eâdem lege augentur minuunturque pro diverſa diſtantia à Jovis, Saturni & Solis centris reſpective, quâ vis Lunam urgens, dum in variis à Terræ centro diſtantiis conſtituitur, prout ſuperius fuſe eſt oſtenſum. Unde cum vis hæc in Luna eadem ſit oſtenſa (in Prop. Præc) cum vi illa quam Gravitatem dicimus; eadem etiam erit vis, quâ prædicti iſti Planetæ, tum primarii cum ſecundarii, verſus Solem & ſuos primarios reſpective tendunt. Porro, ſecundarii omnes graves etiam ſunt in Solem, & illorum gravitas in Solem eſt vis illa acceleratrix ſecundario cuilibet & ſuo primario communis; de qua Prop. xx. & xlv. Quod erat demonſtrandum.

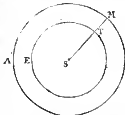
COROLLARIUM.

Hinc patet dari Gravitatem in Solem & Planetas omnes primarios. Cum enim Luna & terreſtria omnia gravia ſint in Terram, Comiteſque Jovis & Saturni in Jovem & Saturnum reſpective; cumque tres reliqui Planetæ primarii, Mercurius, Venus & Mars ſint corpora ejuſdem generis cum Saturno, Jove & Terra, (quod etiam ex illorum Gravitate verſus Solem ſuperius probata liquet;) conſtat ex prius ſtabilita ſimilitudine cauſarum ſimilium effectuum, & in illos etiam dari Gravitatem, cujus vis acceleratrix eſt quadrato diſtantiæ à centro reciproce proportionalis. Et, quoniam actioni cujuſvis generis contraria eſt reactio, Sol viciſſim in Planetas omnes primarios & ſecundarios gravis eſt. Porro, quoniam experimentis exactiſſime inſtitutis conſtat corpora quævis, in eadem diſtantia, æquali tempore, æqualia ſpatia cadendo verſus Terram percurrere, & momenta corporum inæqualium æqualiter acceleratorum eſſe ut ipſa corpora; corpora omnia cujuſcunque naturæ, in æqualibus diſtantiis, gravia ſunt in Terram in ratione materiæ quam continent. Cumque nullum ſit dubium naturam Gravitatis verſus Solem & Planetas eandem eſſe atque verſus Terram, (quod ex prædictis abunde conſtat, & hinc etiam quod Planetæ primarii eorumque ſatellites, corpora ſc. valde inæqualia, æquali vi acceleratrice verſus Solem deſcendant, prorſus ut corpora magnitudine & denſitate inæqualia æque velociter verſus Terram cadunt;) patet corpora omnia in Solem & Planetas ſingulos gravitare, & pondera eorum in quemvis, paribus ab ejuſdem centro diſtantiis, proportionalia eſſe quantitati materiæ in ſingulis. Et quoniam omnis actio eſt mutua, Sol & Planetæ in corpora quævis, corporaque proinde omnia in ſe invicem, eâdem lege gravitant.

PROPOSITIO XLVIII.

Virtutis omnis à centro, vel ad centrum, in lineis rectis undiquaque per regiones in circuitu propagatæ Vis, ſive efficacia, in diverſis locis eſt quadrato diſtantiæ loci à centro reciproce proportionalis.

Sit S centrum à quo vel ad quod Virtus propagatur, circa quod deſcribantur duæ ſuperficies ſphæricæ TE, MA in quibuſcunque diſtantiis ST, SM. Dico Virtutis Vim, ſive efficaciam, in T eſſe ad ejuſdem vim in M ut SMq ad STq.



Virtus eadem, in ſpatium duplo majus æqualiter diffuſa & ſparſa, duplo minor erit in qualibet data parte; quippe duplo minus conſtipata: & ſi in ſpatium triplo majus diffundatur, triplo minor erit: &, univerſaliter, efficacia Virtutis eſt reciproce ut ſpatium, in quod data

data Virtus diffunditur; quippe directe ut Virtutis conſtipatio. Sed Virtus omnis, quæ in diſtantia ST à centro æqualiter diffunditur per ſuperficiem ſphæricam TE, in diſtantia SM ſimiliter diffunditur per ſuperficiem ſphæricam MA. Quare Virtutis iſtius efficacia in diſtantia ST eſt ad ejuſdem efficaciam in diſtantia SM ſicut ſuperficies ſphærica MA ad ſuperficiem ſphæricam TE; id eſt, ſicut SM*q* ad ST*q*. Quod erat demonſtrandum.

Hujuſmodi ſunt Virtutes Lucis, Caloris, &c. & ex ſuperius oſtenſis etiam Gravitatis. At Virtutes aliquæ, ut Magnetica & Electrica, ſunt generis alterius.

PROPOSITIO XLIX.

Gravitates acceleratrices verſus diverſa corpora, in paribus diſtantiis, ſunt ut ipſa corpora verſus quæ fiunt.

Exponantur duo quælibet corpora A & B in locis quibuſcunque A & B; erunt hæc (per Corol. Prop. XLVII.) verſus ſe mutuo gravia: & quidem, cum actioni contraria & æqualis ſit reactio, Gravitas ſive vis motrix corporis A verſus B æqualis eſt Gravitati ſive vi motrici corporis B verſus A. Sed vis motrix ſit ex quantitate materiæ ſive maſſa ducta in vim acceleratricem, prorſus ut quantitas motûs ex quantitate materiæ ducta in celeritatem: Et igitur maſſa corporis A ducta in ejus vim acceleratricem verſus B æqualis eſt maſſæ corporis B ductæ in hujus vim acceleratricem verſus A. . Unde vis acceleratrix corporis A verſus B eſt ad vim acceleratricem corporis B verſus A ſicut maſſa corporis B ad maſſam corporis A: Vires vero (de quibus hic agitur) ſunt Gravitates, & maſſæ corporum ſunt quantitates materiæ ſive ipſa corpora: Et igitur Gravitas acceleratrix corporis A verſus B eſt ad Gravitatem acceleratricem corporis B verſus A ſicut corpus B ad corpus A. Sed (ex ſuperius oſtenſis) omnia corpora in æquali diſtantia à corpore B poſita in qua eſt A, æqualem habent verſus B Gravitatem acceleratricem atque ipſum A; & omnia corpora in æquali diſtantia à corpore A poſita in qua eſt B, æqualem habent verſus A Gravitatem acceleratricem atque B corpus; & diſtantia corporis A à corpore B æqualis eſt diſtantiæ corporis B ab A, & ſumpta ſunt hæc corpora & diſtantia utcunque. Et igitur Gravitates acceleratrices verſus diverſa corpora, in paribus diſtantiis, ſunt ut ipſa corpora. Quod erat demonſtrandum.





COROLLARIUM.

Hinc ſi Gravitas conſideretur tanquam vis attractiva corporis verſus quod dirigitur, propagata ut in præcedente Propoſitione; vires abſolutæ corporum attrahentium ſunt ut ipſa corpora quorum ſunt vires. Nam abſoluta vis attractiva corporis A eſt ad abſolutam vim attractivam corporis B ut attractio acceleratrix corporum omnium

versus A ad attractionem acceleratricem corporum omnium versus B, in paribus distantiis. Sed, in paribus distantiis, attractio acceleratrix corporum omnium eadem est cum attractione acceleratrice corporis cujusvis, & attractiones hæ acceleratrices (ex hac Prop.) sunt ut corpora versus quæ fiunt; hoc est, ut ipsa corpora attrahentia: Et igitur, ex æquo, vires absolutæ corporum (ut dictum est) attrahentium sunt ut ipsa corpora quorum sunt vires.

Et hinc rursus, & ex præcedentibus (per Prop. XXIII. El. 6.) colligitur vim acceleratricem corporis A versus B gravis esse ad vim acceleratricem corporis C versus D gravis in ratione composita ex ratione corporis B ad corpus D, & duplicata ratione distantiæ inter C & D ad distantiam inter A & B: & porro, rationem ponderis corporis A ad pondus ipsius C componi ex prædicta ratione composita, & insuper ratione corporis A ad corpus C.

SECTIO VIII.

De Motu Corporum se mutuo attrahentium, hujusque symptomatibus; quæ omnia ad Systema Solis & Planetarum primariorum applicantur.

PROPOSITIO L.

Corpora duo se invicem trahentia, & circum se invicem revoluta, describunt & circum se mutuo, & circum commune centrum gravitatis, figuras similes.

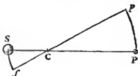
Prop. XXXIX. & sequentibus exposuimus Motus corporum attractorum ad centrum immobile: decet enim à simplicioribus ordiri. Verum, quoniam attractiones fiunt ad corpora, & hæc vicissim attrahuntur; ut superius ostensum est: Cum corpus circa aliud revolvitur, attrahens ipsum quiescere nequit; sed ambo attractione mutuâ agitata circa gravitatis commune centrum revolvuntur. Et si plura fuerint corpora, quæ se mutuo attrahunt, hæc inter se ita movebuntur, ut gravitatis centrum commune vel quiescat vel uniformiter progrediatur in directum. Geometris enim notum est commune gravitatis centrum ab actione corporum inter se non mutare statum suum motûs vel quietis; sicut à celeberrimis Viris D. D. *Wrennio* & *Hugenio* demonstratum prostat. Ordo igitur postulat, ut motus corporum se mutuo (ut dictum est) trahentium consideremus; nempe Orbitas ab iis descriptas, reliquaque generalia, quibus differt corporum in se mutuo agentium systema à systemate prius supposito; & quidem primo universaliter, quæcunque tandem sit Lex attractionis mutuæ.

Sint duo corpora S & P se invicem trahentia, quæ circum se mutuo revoluta describunt curvas Sf, Pp, dum interea illorum centrum gravitatis C vel quiescit, vel (quod demonstrationem haud turbat)

Digitized by Google

turbat) movetur uniformiter in directum: Dico figuras quatuor, nempe s/c, P p c, illam quam s describit circa P spectatum tanquam immotum, & illam quam P circa s similiter spectatum describit, esse inter se similes.

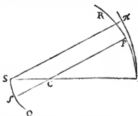
Quoniam s & P eadem manent, manebit (durante motu) ratio inter c P & c s; quippe, ex natura centri Gravitatis, eadem cum ratione corporum s & P: cumque anguli P c p, s c / sint ubique æquales, (quia c est in recta jungente corpora,) erunt figuræ s / c, P p c similes. Figuræ enim P p c, s / c similes omnino sunt, quas recta p c /, circa punctum c motu angulari lata, describit seu verrit, dummodo quovis momento eadem sit ratio inter c p & c / quæ inter c P & c s. Rursus, quoniam ubique datur ratio inter / c & c p, componendo datur ratio inter / p & c p, & linea p c / recta manet: & igitur (per hactenus dicta) recta c p circa punctum c, & recta / p circa punctum / spectatum tanquam immotum, similes describunt figuras. Porro figuræ, quarum una describitur à p circum / habitum pro immoto, altera ab / circa p pariter pro immoto spectatum, similes & omnino æquales sunt, (ut in Opticis demonstratur,) quia / p tum magnitudine tum positione eadem est cum p /. Quare quatuor figuræ propositæ similes sunt. Q. E. D.



PROPOSITIO LI.

SI corpora duo s *&* P *viribus quibusvis se mutuo trahant, & interea revolvantur circa gravitatis centrum commune* c; *dico figuris, quas corpora sic mota describunt circum se mutuo, posse figuram similem & æqualem circum corpus alterutrum immotum, viribus iisdem, describi.*

Posito enim Orbitas P R, s Q primo circa immotum c describi, & puncta / & p esse loca quævis ad libitum, ad quæ corpora s & P simul perveniunt. Intelligatur recta / c p sibi parallela moveri, donec punctum / congruat cum s, atque hoc fieri in omnibus punctis correspondentibus curvarum s Q, P R. Patet, appulso / ad s, alterum rectæ / p sic parallelus motæ extremum perventurum ad π punctum in curva P π, quam corpus P circa s describeret, si (s immoto manente) P circa illud revolveretur, attractum eâdem vi, quâ prius corpora se mutuo petebant: Nam latio parallela rectæ / p nullam in viribus, quibus corpora se mutuo attrahunt, mutationem inducit. Sed eadem P π est linea, quam P circa s tanquam immotum spectatum describit: sic enim revera immo-



immotum permanet, & rectæ $s\pi$ eadem est longitudo, eademque inclinatio ad SP, quæ ipsius ſp. Cum igitur figuræ illæ congruunt, æquales sunt & similes. Quodque de figurâ, quam P circa S describit, est ostensum, de figura, quam S circa P pro immoto habitum describit, utpote æquali & simili, verum est.

Verum si centrum Gravitatis C progrediatur uniformiter, superinducendo systemati corporum S & P motum æqualem & in plagam contrariam factum, reducentur omnia ad casum priorem: sed motu hoc uniformi secundum rectas parallelas nihil mutatur in viribus corporum S & P. Igitur constat propositum in utroque casu. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM I.

Corpora duo viribus quibusvis se mutuo trahentia, & circa Gravitatis centrum gyrantia, radiis ad centrum illud & ad se mutuo ductis describunt areas temporibus proportionales.

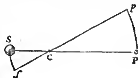
COROLLARIUM 2.

Quia corpus circa aliud immotum revolvens, & ad illud vi quadrato distantiæ reciproce proportionali attractum, describeret (per Prop. XXXIX.) Ellipsin vel aliam Sectionem coni, cujus umbilicus alter coincidit cum centro corporis immoti; sequitur ex hac Propositione, quod corpora duo viribus quadrato distantiæ reciproce proportionalibus se mutuo trahentia describunt, & circum commune Gravitatis centrum & circum se mutuo, Sectiones conicas umbilicos habentes in centro, circa quod figuræ describuntur. Et è converso, si tales figuræ describuntur, vires centripetæ sunt quadrato distantiæ reciproce proportionales.

PROPOSITIO LII.

SI corpora duo viribus quibusvis se mutuo trahentia circa se mutuo revolvantur, motus eorum iidem erunt, ac si non traherent se mutuo, sed utrumque à corpore tertio, in communi Gravitatis centro constituto, viribus iisdem traheretur. Et virium trahentium eadem erit Lex respectu distantiæ corporum à centro illo communi, atque respectu distantiæ totius inter corpora.

Nam vires, quibus corpus P tendit ad S, diriguntur ad quodvis punctum in recta PS ad partes S producta. Et similiter vires corporis S diriguntur ad quodvis ejusdem rectæ ad partes P productæ punctum. Sed C est rectæ SP utrinque productæ punctum unicum, quod in omni corporum situ immotum manet: & ideo C est punctum illud, ad quod tendunt corpora P & S iisdem viribus, quibus se mutuo attrahunt.



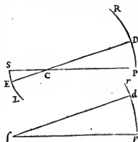
Rursus,

Rursus, quoniam dantur corpora revolventia, datur ratio distantiarum centri gravitatis à corporibus; & consequenter ratio distantiæ corporis utriusvis à centro isto communi ad distantiam corporis ejusdem à corpore altero. Et proinde datur ratio cujusvis potestatis distantiæ unius ad similem potestatem distantiæ alterius; ut & ratio quantitatis cujusvis, quæ ex una distantia & quantitatibus datis utcunque componitur, ad quantitatem aliam, quæ ex altera distantia & quantitatibus totidem datis, datamque illam distantiarum rationem ad priores habentibus similiter componitur. Proinde si vis, quâ corpus unum ab altero trahitur, sit directe vel inverse ut distantia corporum ab invicem, vel ut quælibet hujus distantiæ potestas, vel denique ut quantitas quævis ex hac distantia & quantitatibus datis quomodocunque composita; erit eadem vis, quâ corpus idem ad commune gravitatis centrum trahitur, directe itidem vel inverse ut corporis attracti distantia à centro illo communi, vel ut eadem distantiæ hujus potestas, vel denique ut quantitas ex hac distantia & analogis quantitatibus datis similiter composita: Adeoque vis trahentis eadem erit Lex respectu distantiæ à centro gravitatis, quæ respectu distantiæ corporum. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LIII.

Corporum duorum S *&* P, *circa commune gravitatis centrum* C *revolventium, tempus periodicum est ad tempus periodicum corporis alterutrius* P *circa alterum immotum* S *(viribus iisdem trahens) gyrantis, in subduplicata ratione corporis* S *ad aggregatum corporum* S *&* P.

Concipiatur corpus *p*, ipsi P simile & æquale, describere circa immotum *s*, ipsi S simile & æquale, Orbitam *p d r*. Figuræ CPDR, *s p d r* (per Prop. L.) sunt similes: & vires, quibus corpora in punctis quibusvis similiter positis (ut D & *d*) versantia ad centra C & *s* tendunt, sunt æquales; quia (per Prop. LI.) vis quâ corpus D tendit ad E æqualis est vi quâ corpus *d* tendit ad *s*. Et (per præcedentem Propositionem) corpus D tendit ad C eâdem vi quâ ad E. Et igitur (per Corol. 2. Prop. XXVI. & Schol. Prop. XXVII.) quadratum temporis periodici corporis P in Orbita PDR moti est ad quadratum temporis periodici corporis *p* in Orbita *p d r* sicut recta CP ad rectam homologam *s p*; hoc est, sicut C P ad S P; hoc est, (ob naturam centri gravitatis,) sicut corpus S ad S + P. Unde ipsum tempus periodicum corporis P in Orbita PDR (vel corporis S in Orbita SEL) est ad tempus periodicum corporis *p* in Orbita *p d r* in subduplicata ratione corporis S ad aggregatum corporum S & P. Quod erat demonstrandum.



I PRO-

PROPOSITIO LIV.

Si corpora duo S *&* P, *viribus quadrato distantiæ suæ reciproce proportionalibus, se mutuo trahentia revolvantur circa gravitatis centrum commune; dico quod Ellipsis, quam corpus alterutrum* P *hoc motu circa alterum* S *describit, (modo Prop.* L. *descripto,) axis major erit ad axem majorem Ellipsis, quam corpus idem* P *circa alterum* S *quiescens, (ut Prop.* LI.*) eodem tempore periodico describere posset, in subtriplicata ratione summæ corporum* S *&* P *ad corpus quiescens* S.

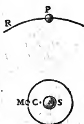
Si Ellipses, circa mobile & quiescens S, à corpore P descriptæ forent æquales, tempora periodica in hisce (per Prop. LI. & LIII.) essent in subduplicata ratione corporis S ad aggregatum corporum S & P. Mutari intelligatur hæc ultima Ellipsis, donec corporis P (hanc circa quiescens S describentis) periodicum tempus æquale fiat tempori periodico corporis P circa mobile S revolventis; (ut in hac Propositione supponimus;) hoc est, donec tempus periodicum in illa diminutum sit in dicta subduplicata ratione corporis S ad summam corporum S & P. Quoniam vero, (per Prop. XL.) in casu præsenti, quadrata temporum periodicorum sunt ut Cubi transversorum axium, ipsa periodica tempora erunt in dictorum majorum axium ratione sesquiplicata. Axis igitur major posterioris Ellipsis minutus est in ratione, cujus sesquiplicata est subduplicata ratio S ad S + P; hoc est, in ratione subtriplicata S ad S + P: (Nam $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$:) Et proinde est ad invariatum Ellipsis alterius, circa mobile corpus S descriptæ, axem (huic antequam diminueretur æqualem) in ratione subtriplicata S ad S + P. Et igitur inverse, axis major Ellipsis, circa corpus S mobile descriptæ, est ad axem majorem Ellipsis, eodem vel æquali tempore descriptæ circa quiescens S, in subtriplicata ratione summæ corporum S + P ad corpus quiescens S. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LV.

Manente eâdem attractionis lege, dico corporis P *Orbitam* PR *propius accedere ad Ellipsin, cujus focus est* C *commune centrum gravitatis corporum* S *&* M, *quam ad Ellipsin, cujus focus est centrum ipsius* S; *& quod areæ radiis ad* C *ductis descriptæ sunt temporibus magis proportionales, quam areæ radiis ad centrum ipsius* S *ductis descriptæ.*

Nam corporis P attractiones versus S & M componunt ipsius attractionem absolutam, quæ magis dirigitur versus C commune illorum gravitatis centrum, quam versus ipsum maximum S; quæque quadrato distantiæ PC magis est proportionalis reciproce, quam quadrato distantiæ PS: Nam ultimum hoc tum tandem præcise obtineret, si nullum prorsus esset M; & hæc eadem vera essent de M,

si



ſi illud creſceret, donec immenſum excederet S. Quare conſtat vires (in caſu præſenti) in punctum aliquod inter S & M intermedium & majori propius dirigi, quale eſt commune illorum centrum gravitatis C; quod etiam punctum illud eſt, ubi gravium circumcirca poſitorum vires quælibet Phyſicæ uniuntur & concentrantur: ibi enim jure cenſetur ex gravibus pluribus aggregatum, ubi eſt illorum commune centrum gravitatis; ut Philoſophis notum eſt. Conſtat igitur propoſitum. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LVI.

Poſitis iiſdem attractionum legibus, dico corpus exterius P circa interiorum S & M commune gravitatis centrum C, radiis ad centrum illud ductis, deſcribere areas temporibus magis proportionales, & orbem ad formam Ellipſis umbilicum in centro eodem habentis magis accedentem, ſi corpus intimum & maximum S his attractionibus, perinde atque cætera, agitetur, quam ſi vel non attractum quieſcat, vel multo magis vel multo minus attractum aut multo magis aut multo minus agitetur.

Ex præcedente liquet centrum, ad quod corpus exterius P urgetur, proximum eſſe centro gravitatis interiorum S & M. Si coincideret centrum illud cum hoc centro communi, & quieſceret commune gravitatis centrum trium S, M & P; deſcriberet P ex una parte, & ipſorum S & M commune centrum ex altera, Ellipſes accuratas circa commune trium centrum gravitatis quieſcens tanquam umbilicum communem, per Corol. 2. Prop. LI. Et proinde minima erit dicti (in Ellipſibus) motûs perturbatio, ubi prædictum commune centrum gravitatis trium S, M & P quieſcit: Quieſcit vero illud, ſi corpus S perinde atque cætera agitetur; ut ſuperius dictum eſt. Et igitur minima erit perturbatio, ubi S lege cæterorum attrahitur. Quod erat demonſtrandum.

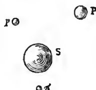
COROLLARIUM.

Eodem modo, ſi corpora plura minora revolvantur circa maximum, colligere licet quod Orbitæ deſcriptæ propius accedent ad Ellipticas, & arearum deſcriptiones fiunt magis æquabiles, ſi corpora omnia viribus acceleratricibus, quæ ſunt ut eorum maſſæ directè & quadrata diſtantiarum inversè, ſe mutuo trahant, (nam hoc eſt agitari perinde atque cætera, poſitâ lege attractionum, quæ in Propoſitione ponitur;) & Orbitæ cujuſque umbilicus collocetur in communi centro gravitatis corporum omnium interiorum, quam ſi corpus maximum quieſcat, & ſtatuatur communis umbilicus Orbitarum omnium.

PROPOSITIO LVII.

Corpora plura, quorum vires acceleratrices ad se mutuo sunt inverse in duplicata ratione distantiarum ab eorundem centris, moveri possunt in Ellipsibus circa magnum, & radiis ad illud ductis areas describere temporibus proportionales quamproxime.

Supponantur corpora plura minora P, *p*, π circa magnum aliquod S revolvi: & quoniam omnium commune centrum gravitatis, ab actionibus corporum horum in se mutuo, non mutat statum suum motûs vel quietis; (ut superius explicatum,) & illa ab omni externa agitatione aut impedimento immunia supponimus; quiescere poterit illud centrum. Si jam ponamus corpora minora P, *p*, π tam parva esse respectu magni S, ut hoc nunquam distet sensibiliter à dicto communi gravitatis centro, tum magnum illud S quiescet quamproxime; minora autem revolventur circa hoc magnum in Ellipsibus, in quorum umbilico communi magnum istud locatur: atque ideo, radiis ad illud ductis describent areas temporibus proportionales; nisi quatenus errores inducuntur, vel per aberrationem maximi à communi isto gravitatis centro, vel per attractiones minorum corporum ad se mutuo. Diminui autem possunt corpora minora, donec aberratio ista & attractiones mutuæ sint datis quibusvis minores. Et igitur corpora plura moveri possunt circa magnum in Ellipsibus, & radiis ad illius centrum ductis areas describere temporibus proportionales, ita ut errores commissi (quominus sc. ista exacte fiant,) sint datis quibusvis minores; hoc est, quamproxime. Quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO LVIII.

Ex actione mutua Solis & cujusvis Planetæ primarii, Planeta describit Ellipsin, cujus umbilicus est commune centrum gravitatis Solis & dicti Planetæ. Ex actione vero Planetarum primariorum in se mutuo, cujusque Orbita est quamproxime Ellipsis, cujus umbilicus est commune centrum gravitatis Solis omniumque Planetarum se inferiorum.

Si Planetæ primarii graves essent in Solem; non autem Sol in Planetas, Planeta quisque describeret Ellipsin circa immotum Solis centrum, ceu umbilicum descriptam; ut Prop. XLII. ostensum est. Et, si Planetarum massæ prorsus essent insensibiles respectu massæ Solis, idem obtineret quamproxime, per præcedentem: & hunc esse fere casum systematis Solaris liquet ex Prop. XXXIV. Quoniam vero (per Corol. Prop. XLVII.) non tantum Sol gravis est in Planetam, sed etiam Planeta in Solem, & porro Planeta non est massæ prorsus minimæ respectu Solis; Planeta quivis (per Corol. 2. Prop. LI.) describit

bit Ellipsin, cujus umbilicus est commune centrum gravitatis Solis & dicti Planetæ: & (per Prop. LIV.) major hujus Ellipsis axis excedit axem majorem Ellipsis, quam Planeta circa immotum Solem eodem vel pari tempore describeret, in subtriplicata ratione summæ massarum Solis & Planetæ ad massam Solis.

Porro, quoniam (per prædictum Corol. Prop. XLVII.) Planetæ etiam graves sunt in se mutuo, & Sol iisdem attractionibus agitatur quibus Planetæ; Mercurius (per Prop. L.) quamproxime describet Ellipsin umbilicum in centro Solis habentem; Venus Ellipsin, cujus focus est in communi centro gravitatis Solis & Mercurii: & ita porro, quisque Primarius describet Ellipsin, cujus focus est in communi centro gravitatis Solis & omnium se inferiorum. Atque hoc modo actiones Planetarum primariorum in se mutuo considerantur, & ad normam reducuntur.

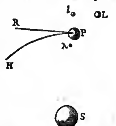
SECTIO IX.

De Motu Systematis corporum circa corpus aliud revolventis; quæ omnia ad systema Solis, & Planetarum primariorum & secundariorum applicantur.

PROPOSITIO LIX.

Systematis gravium duorum vel plurium circa se mutuo revolventium in Ellipsibus, commune centrum gravitatis moveri potest in Ellipsi, aut alia Sectione coni, circa aliud maximum in Ellipsis umbilico positum, &, radiis ad umbilicum ductis, areas describere temporibus proportionales quamproxime.

Ponamus Systema corporum duorum circum se mutuo (ut in Cor. 2. Prop. LI.) revolventium, aliudve corporum minorum L, *l*, λ, (modo Prop LVII. descripto) circa magnum P revolventium Systema progredi uniformiter in directum, quod fieri posse palam est; (hoc est, ejus centrum gravitatis commune progredi secundum rectam puta PR;) & interea vi corporis alterius maximi, & ad magnam distantiam positi (puta S) urgeri ad latus, & à recta PR retrahi & in curvam PH cogi. Et quoniam æquales vires acceleratrices secundum rectas parallelas impressæ non mutant situm corporum ad se invicem; sed ut Systema totum, servatis partium motibus inter se, simul transferatur, efficiunt: manifestum est quod, ex attractionibus in corpus maximum S, nulla prorsus orietur mutatio motûs attractorum inter se, nisi ex attractionum acceleratricium inæqualitate, vel ex inclinatione linearum ad se invicem, secundum quas attractiones fiunt. Augeri vero potest corporis maximi



diſtantia, donec rectarum ab illo ad corpora Syſtematis moti (nempe magnum P, & minora L, *l*, λ) ductarum differentiæ, reſpectu ipſarum ductarum, & inclinationes ad ſe invicem, minores ſunt quam datæ quævis. Cumque attractiones omnes acceleratrices verſus S, ex hypotheſi gravitatis, ſint reciproce ut quadrata diſtantiarum; hæ (in hoc caſu) differunt à viribus æqualibus, differentiâ minore quâlibet datâ: & ideo perſeverabunt motus partium Syſtematis P cum ſuis L, *l*, λ, inter ſe eodem tenore quo prius, antequam maximum S Syſtema iſtud attraheret; ſaltem errores erunt quibuſlibet datis minores; totumque Syſtema ad modum corporis unius attractum, ſui centro gravitatis, (in quo totum Syſtema gravium P & L, *l*, λ, ut in aliis caſibus phyſicis, unitum & contractum intelligitur;) deſcribet Sectionem conicam, cujus umbilicus eſt S; & radio ad maximum illud ducto areas deſcribet temporibus proportionales: Et errores qui adhuc ſuperſunt, per auctam corporis S diſtantiam, poſſunt pro libitu minui. Moveri ergo poteſt centrum gravitatis Syſtematis corporum P & L, *l*, λ in Ellipſi quamproxime. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Cum Syſtema corporum duorum circum ſe mutuo revolventium, vel corporis magni cum minoribus revolventibus, circa maximum movetur; eo magis turbabitur motus partium Syſtematis inter ſe, quo propius accedit corpus maximum ad dictum Syſtema: propterea quod linearum à corpore maximo ad partes iſtas ductarum major eſt inclinatio, majorque rationis inæqualitas; &, uno verbo, quia magis receditur à caſu ubi perturbatio eſt nulla; nempe quando corpus S infinite diſtat.

COROLLARIUM 2.

Unde è contrario, ſi Syſtematis corporis P & minorum revolventium L, *l*, λ partes in Ellipſibus vel Circulis ſine perturbatione inſigni moveantur; manifeſtum eſt, quod eædem à viribus acceleratricibus, ad alia corpora tendentibus, aut non urgentur niſi leviſſime, aut urgentur æqualiter, & ſecundum rectas parallelas quamproxime.

PROPOSITIO LX.

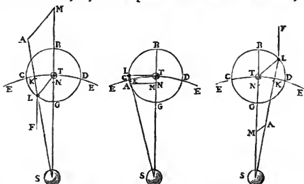
SI corpus minus L *circa magnum* T *revolvatur, (ut in Corol. 2. Prop. LI.) & horum Syſtema revolvatur circa maximum* S, *(ut in præcedente,) &, in tribus hiſce corporibus, attractiones acceleratrices binorum quorumcunque in tertium ſint inter ſe reciproce ut quadrata diſtantiarum ab eodem; propoſitum ſit generatim oſtendere Errores à corpore* L *commiſſos, horumque cauſas & rationes; nempe quominus corpus* L, *radio ad* T *ducto, areas deſcribat temporibus proportionales exacte, & percurrat perimetrum Ellipſis, cujus focus alter* T.

Quoniam corpus L nunc magis nunc minus diſtat à corpore S, ſit SK ejus mediocris diſtantia; quæ etiam exponat attractionem acceleratricem corporis L verſus S in iſta media diſtantia. Aſſumatur

ad

ad libitum L locus corporis minimi in sua orbita BCGD: sumaturque in SL, eave producta, recta SA talis, ut hæc sit ad SK in duplicata ratione ipsius SK ad SL, quæ proinde exponet attractionem acceleratricem corporis L versus S, dum in puncto assumpto L versatur; quia, ex hypothesi, vis acceleratrix in L est ad vim acceleratricem in K in duplicata ratione ipsius SK ad SL; hoc est, (per constructionem,) ut SA ad SK. Jungatur TL, & per A huic parallela ducatur AM, rectæ ST occurrens in M.

Corporis in L versus S attractio SA resolvitur (ut notum est) in attractiones AM, MS. Quare corpus L urgebitur vi acceleratrice triplici: unâ tendente ad T, & oriundâ à mutua attractione corporum L & T; hâc vi solâ, corpus L, radio LT ad centrum corporis T ducto, describeret areas temporibus proportionales, & percurreret Ellipsin, cujus umbilicus alter est in dicto centro. Vis altera, quâ L urgetur, exponitur per AM, estque ejus directioni AM parallela; quæ, quoniam tendit ab L ad T, adjuncta vi priori unam cum illa conficiet, quâ



fiet, ut areæ radio ad T ducto etiamnum temporibus proportionales describantur, per Corol. I. Prop. LI. At quoniam vis hæc ut AM non est quadrato distantiæ LT reciproce proportionalis, vis composita ex illa & priori talis non erit; sed ab hac proportione abludet, idque eo magis (cæteris paribus) quo major est vis hæc nova per AM repræsentata, quæ priori superadditur. Proinde corpus L quod à composita hac vi urgetur, non describet perimetrum Ellipsis, cujus focus est T: (ad hoc enim requiritur vis ad T tendens, quæ sit quadrato distantiæ ab illo reciproce proportionalis, per Prop. XXXIX.) sed faciet ut orbis LGB aberret ab Ellipsi, cui umbilicus T; idque eo magis quo magis aberrat vis hæc composita, (quâ L urgetur,) à vi quadrato distantiæ à T reciproce proportionali; id est, (ut hactenus ostensum,) quo major est, cæteris paribus, vis superaddita quam refert AM, respectu vis primæ quâ L à T attrahitur. Rursus vis tertia quâ urgetur corpus L, quam exponit recta MS, secundum hujus directionem; (nempe secundum LF ad MS parallelam) agens,

viribus

viribus prioribus superaddita componet vim quæ non dirigitur ab L versus T; sed secundum rectam inde versus F declinantem magis aut minus, pro ratione tertiæ hujus vis ad summam virium priorum. Et ideo, vis integra (ex tribus composita) quâ L urgetur, cum ad T non tendat; (per Prop. XI.) faciet ut corpus L, radio LT, areas temporibus non proportionales describat. Atque aberratio ab ista similitudine rationum inter areas descriptas & tempora quibus describuntur tanto erit major, quanto major est ratio tertiæ hujus vis secundum LF agentis ad vires priores. Porro, superadditio vis hujus tertiæ deformitatem etiam in figuram Ellipticam orbitæ duplici de causa inducet, cum quod non dirigitur ab L ad T, tum quod non est reciproce proportionalis quadrato distantiæ; deformitasque tanto est major, quanto, cæteris paribus, vis hæc MS major est. In recta ST (ab S versus T) sumatur SN, quæ sit ad SK in duplicata ratione ipsius SK ad ST; exponetur corporis T attractio acceleratrix versus S per rectam SN. Si attractiones acceleratrices SM, SN æquales sint, (ut in

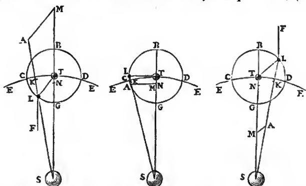


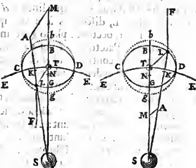
fig. 2,) hæ, agendo in corpora T & L æqualiter & secundum rectas parallelas, nil mutabunt eorum situm ad se invicem: sed, corporibus S & T factis propioribus, ipsorum T & L iidem erunt motus inter se, ac si istæ attractiones prorsus abessent. Verum si attractio acceleratrix SN minor sit attractione acceleratrice SM, (ut in fig. 1,) illa, hujusque pars illi æqualis se mutuo (ut in casu præcedente dictum est,) ad eum statum reducent, ac si abesset utraque, & maneret harum differentia, sive vis acceleratricis SM pars per MN exposita; quæ proinde arearum & temporum proportionem, & orbitæ GCBD figuram Ellipticam perturbat. Sin SN excedat SM, (ut in fig. 3,) illarum intervallum MN denotat differentiam illam virium acceleratricium, quâ dictæ arearum descriptarum & temporum describendi proportio, & orbitæ GCBD forma Elliptica perturbantur. Et igitur, per attractionem NS, attractio tertia SM semper reducitur ad MN, quæ ab M ad N, sive ab L versus F, vires suas exerit, prioribus viribus prorsus immutatis. Atque hæ sunt vires generatrices Errorum corporis L. Q. E. I.

PRO-

PROPOSITIO LXI.

Iisdem positis, propositum sit corporis minoris L *circa magnum* T *revolventis, non in eodem plano in quo* T *circa maximum* S *revolvitur, Errores quosdam, ex dictorum planorum inclinatione ortos, eorumque causas & rationes exponere.*

Ex Prop. præc. demonstratione patet Errores omnes corporis L ex viribus per rectas AM, MN repræsentatis oriri. Quia autem harum altera AM agit secundum rectam LT, quæ in plano Orbis corporis L jacet, vis secundum illius directionem agens motum ipsius L in latitudinem nunquam perturbat.



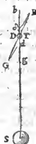
Porro, si talis fuerit orbitæ corporis L situs, ut corpus S reperiatur in communi illius sectione cum plano orbis ETE, quem T describit circa S; (hoc est, in phrasi Astronomica, si Nodi orbitæ ipsius L fuerint in Syzygiis corporis S;) MN etiam in plano orbis corporis L jacet; quippe in communi sectione: ac proinde vis secundum illius directionem agens motus hos non perturbat.

Reliquis manentibus, supponatur corporis L orbitæ planum GCBD ad planum SET inclinatum, ita ut ejus pars CGD supra illud elevetur, pars vero CBD infra idem deprimatur; eodem centro T & æquali semidiametro, intelligatur circulus CbDg descriptus in plano SET, & Nodi erunt C & D: supponantur hi, ex T spectati, aspectum quadratum cum corpore S obtinere; hoc est, supponantur anguli STD, STC recti. In casu motûs corporis L per semicirculum CGD, (vid. fig. I.) corporis L vis ut MN, cum directione MN (hoc est, ab L ad F) agens trahit corpus ex sua orbita CGD versus CgD; id est, Latitudinem corporis L (à plano CgD computatam) minuit: & corpus L, recedendo perpetuo versus plagam S à plano CGD, usque dum perventum fuerit ad Nodum proximum, non transit planum ETS sive CgD in puncto in quo illud prius transierat, sed paulo citra illud; Nodumque orbitæ, à se nunc descriptæ, efficit paululum in antecedentia respectu Nodi D orbitæ CGD, quam absque hâc vi MN descripsisset. Similiter in transitu à Nodo D ad nodum C per semicirculum DBC, (cui casui fig. 2. est accommodata,) vis ut MN agens secundum directionem MN, sive ab L versus F, facit ut corpus L perpetuo recedat ab orbita DBC, aliamque describat ad DbC in minori angulo inclinatam, & ut planum DbC transeat citius quam in C; hoc est, quam fecisset si vis MN non adfuisset; & hoc pacto fiet

K novus

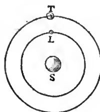
novus Nodi locus in antecedentia vergens rursusque peragrando orbitæ suæ partem C G D versus conjunctionem cum corpore S, Nodus proximus in antecedentiam recedet ut prius.

Porro, designet (oculo nempe in linea Nodorum producta collocato,) s g T b planum orbis corporis T circa S revolventis, G D B planum orbis corporis L, dum hoc angulo minimo, nempe G D g vel B D b, ad illud inclinatur; quod contingit (ut hactenus est ostensum) ubi corpus L ex T visum est in Syzygiis corporis S. Cumque etiam hactenus sit ostensum Nodos orbitæ corporis minimi L vergere in antecedentia; orbita quam corpus L, discedens à G ubi ex T visum conjungebatur cum S, porro describit, occurret ipsi g D b citra D respectu ipsius S, eritque linea G d. Et orbita quam describit idem L, discedens à B ubi ipsi S opponebatur, nempe B δ linea, occurret plano g D b in δ; sc. ultra D respectu ipsius S. Patetque G d vel B δ lineam angulum majorem cum g D b continere ad d & δ, quam est ille quem G D vel B D cum eodem g D b continet; æqualem circiter illi, quem continebat corporis L orbita cum g D b, quando L proxime in Nodo versaretur. Nodi igitur in Quadraturis positi recedunt, in Syzygiis vero quiescunt; adeoque, semper vel retrogradi vel stationarii, simpliciter recedunt: At in locis intermediis, conditionis utriusque participes recedunt tardius; & quidem eo tardius quo propiores sunt Syzygiis. Ubi vero Nodi sunt in Quadraturis, inclinatio plani orbis corporis L minuitur in transitu corporis L à Quadraturis ad Syzygias, & viciffim augetur in ejusdem transitu à Syzygiis ad Quadraturas: (Nam linearum G d, B δ partes versus d & δ majori angulo inclinantur ad g D b, quam earum partes versus G & B; & corporis Orbita ad quodvis momentum censenda est lineola, quam illud eo momento describit; & Orbis planum illud est quod per dictam lineolam, & corporis T centrum traducitur.) Et ideo, corpore L in Syzygiis existente, orbis inclinatio evadit omnium minima, reditque ad priorem magnitudinem circiter, ubi corpus ad Nodum proximum accedit. Atque hi sunt præcipui Errores ex planorum inclinatione oriundi. Q. E. I.



SCHOLIUM.

Hæc eadem obtinent licet L non revolvatur circa T; sed utrumque T & L circa S tanquam centrum. Nam in hoc casu extimum T effectus edit corporis S; & S una cum L circum illud revoluto, vices gerit ipsius T & circum-revoluti L in præcedentibus. Demonstratio enim eadem est sive corpus perturbans moveatur sive non.



COROL-

COROLLARIUM.

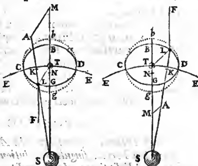
Iisdem legibus, quibus corpus L circum T revolvitur, fingamus corpora plura circa idem T ad æquales ab illo distantias ferri; deinde ex his multiplicatis & tandem contiguis factis conflari Annulum rotundum & rigidum CBDG corpori T concentricum: & singulæ Annuli partes motus suos omnes (qui à rigiditate non impediuntur,) ad legem corporis L peragent. Et ideo Annuli CBDG Nodi C & D quiescunt, quando sunt in Syzygiis corporis S: & extra has movebuntur in antecedentia, velocissime quidem in Quadraturis, tardius aliis in locis: & Annuli inclinatio mutabitur, (oscillante ejus axe,) prout de Orbita GCBD ostensum est in Propositione.

Si jam Globus T (eundem habens axem cum Annulo CBDG, & gyros suos circa illum axem iisdem temporibus complens,) concipiatur eousque auctus, vel Annulus (cæteris manentibus) eousque diminutus, ut Globus superficiem Annuli contingat interius, eique inhæreat; quippe illo arcte cinctus: Globus T (quem ad impressiones omnes supponimus prorsus indifferentem) participabit motum Annuli, & utriusque compages oscillabitur, & Annuli Nodi (sive intersectiones ejusdem cum plano Orbis corporis T circa S) regredientur.

PROPOSITIO LXII.

Corpus L, *radio ad* T *ducto, describet areas temporibus magis proportionales, & figuram ad formam Ellipsis, cujus umbilicus* T, *magis accedentem; si* T *eâdem lege, quâ* L, *versus* S *attrahitur, quam si multo minus aut multo magis attrahatur.*

Nam, per præcedentem, pertubatio proportionalitatis arearum & temporum, & deformitas figuræ Orbitæ oriuntur præcipue à vi per MN repræsentata. Et igitur areæ ac tempora ad proportionalitatem, & Orbita GCBD ad figuram Ellipticam tum maxime accedunt, ubi MN vel nulla est, vel quam fieri potest parva: hoc est, ubi corporum L & T attractiones acceleratrices SM, SN (quarum differentia MN) sunt fere æquales; sive, quod non multum abludit, ubi corporum L & T attractiones acceleratrices factæ versus S accedunt, quantum fieri potest, ad æqualitatem: (Nam etiam altera pars attractionis acceleratricis corporis L ad S per SA expositæ, nempe AM, quamvis dictam proportionalitatem omnino non turbat, tamen Ellipticam figuram deformem reddit;) id est, ubi SN, attractio acceleratrix corporis T versus S, non est nulla; (nam ex superius ostensis attractio SM ad minorem MN



Digitized by Google

reducitur per SN attractionem,) neque minor minimâ attractionum omnium SM, (alias MN esset in omni situ corporis L magna nimis,) sed inter omnium SM maximam & minimam quasi media; hoc est, non multo major neque multo minor attractione SK. Itaque corpus L radio ad T ducto describet areas temporibus magis proportionales, & figuram ad formam Ellipsis magis accedentem, si T eâdem lege, quâ L, versus S attrahitur, quam si multo minus aut multo magis attrahatur. Quod erat demonstrandum.

Hæc eadem obtinent si, reliquis manentibus, corpus L non revolvatur circa T; sed utrumque T & L circa S. Nam, ut in præcedente dictum est, demonstratio eadem est sive corpus perturbans moveatur sive non.

SCHOLIUM.

Similiter colligetur quod, si Systema corporum P & L, l, λ circa S revolvatur; (ut in Prop. LIX.) Orbitæ descriptæ propius accedent ad Ellipticas, si corpora omnia iisdem attractionum legibus agitentur, quam si quovis modo dictæ leges non obtineant: & commune gravitatis centrum corporum P, L, l, λ Orbitam describet, cujus umbilicus est in communi centro gravitatis corporum omnium interiorum; ut in Corol. Prop. LVI.

PROPOSITIO LXIII.

EX actione mutua Telluris & Lunæ, illarum commune centrum gravitatis in Orbe magno circa Solem movetur. Similiter commune centrum gravitatis Jovis ejusque satellitum, & Saturni comitumque Saturniorum, in Orbitis Jovis & Saturni, Prop. LVIII. definitis, feruntur.

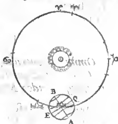
Quoniam (per Propsitiones XLVI. & XLVII.) Luna gravis est in Terram, & vicissim Terra in Lunam; Jovis satellites in Jovem, & vicissim Jupiter in satellites; Saturni comites in Saturnum, & vicissim hic in illos; propositum patet ex Prop. LIX. Et quoniam (per Corol. Prop. XLVII.) Sol, Planeta quisque primarius, ejusque secundarii iisdem attractionum legibus agitantur, secundarii cujusque Orbita est proxime Ellipsis umbilicum in primarii centro habens, per præcedentem. Perturbantur autem satellitum motus, ut in Propositionibus LX. & LXI. ostensum est, variisque afficientur inæqualitatibus de quibus infra locis propriis agetur.

PROPOSITIO LXIV.

PRopter Telluris figuram, puncta Æquinoctialia regrediuntur; & Axis Terræ, singulis revolutionibus annuis, bis mutat inclinationem ad Eclipticam, & bis redit ad inclinationem priorem.

Propositione XXXIII. axem Terræ consideravimus quasi sibi perpetuo quam exactissime parallelum; quia tunc unius tantum annuæ revolutionis Phænomena erant explicanda, quo temporis spatio paralle-

rallelismum suum quamproxime conservat. Verum, propter Telluris figuram Sphæroidem prolatam, ex causis Prop. XXXI. indicatis ortam, res paulo aliter se habebit. Sit ♈♋♎♑ Orbita Telluris circa Solem ☉, A E B Q ipsa Tellus, cujus poli A & B, Æquator E Q. Et quoniam (per Prop. XXXI.) Terra est figuræ Sphæroideos prolatæ, (depressæ ad polos A & B, & versus æquatorem E Q elevatæ,) erit hæc instar Globi Annulo inhærentis: supplet enim vicem Annuli iste materiæ excessus in regionibus Æquatoris. Et igitur (per Corol. Prop. LXI.) Annuli hujus Nodi regredientur: hoc est, Tellus digressa à ♎, (ubi communis intersectio Eclipticæ & terrestris Æquatoris versus Solem ☉ dirigitur, ac proinde Sol in Æquatore cœlesti visus Æquinoctium efficit,) per ♑ versus ♈, prius ad Nodum ♈ pertinget, quam ad ♈ punctum ipsi ♎ oppositum pervenerit: & Tellus ab ♈ per ♋ versus ♎ progressa prius ad novum Nodum ♎ perveniet, quam ad ♎, ubi in priore revolutione erat Nodus: id est, Æquatoris Terrestris planum productum per Solem prius transibit, quam Telluris centrum ad ♎ pertingat. Sed tum celebratur Æquinoctium, cum Sol in plano Æquatoris Terrestris reperitur; (ut fuse supra ad Prop. XXXIII. ostensum est;) illaque pro punctis Æquinoctialibus recte habentur, in quibus Sol videtur tempore Æquinoctiorum. Quare patet puncta Æquinoctialia, & cum his omnia Eclipticæ puncta quatenus nominibus insigniuntur, (quippe ab Æquinoctialibus pendentia & inde numerata,) regredi videri, sive in antecedentia moveri; si Stellæ Fixæ pro immotis habeantur. Verum si Eclipticæ puncta pro immotis habeantur, Fixæ tantundem in consequentia moveri censebuntur.



Punctorum Æquinoctialium regressus hactenus explicatus ab actione Solis in Annulum Telluri ad Æquatorem circundatum, sive materiam ad Æquatorem redundantem, procedit; ut Corol. Prop. LXI. ostensum est: Sed & Lunæ etiam in eundem Annulum magnæ sunt vires, ut ex Scholio dictæ Prop. LXI. ejusque Corol. liquet; nam cum hæc in Eclipticæ plano aut non procul ab eo perpetuo hæreat, in eundem cum Sole conspirabit effectum.

Porro, in semi-revolutione Telluris circa Solem à ♎ per ♑ ad ♈, inclinatio Æquatoris ad Eclipticam per Solis actionem minor est quam cum Tellus erat in ♎: Estque hæc minima cum Terra est in ♑, (per Prop. LXI.) Nodis Annuli in Solis Quadrato versantibus. Et cum Tellus ad ♈, & Nodi ad Solis Syzygias pervenerunt, rursus restituitur præcedens inclinatio: & in transitu ab ♈ per ♋ ad ♎, similis dictæ inclinationis imminutio rursus accidit; simulque cum Æquatore Telluris Axis oscillatur. Axis igitur Terræ, singulis revolutionibus annuis, bis mutat inclinationem ad Eclipticam, & bis redit ad inclinationem priorem; quod & singulis mensibus periodicis, bis quoque ex actione Lunæ fiet. Oscillatio vero hæc vix erit sensi-

 bilis,

bilis, dum interim regressus punctorum Eclipticæ est omnibus notus, licet ab iisdem viribus ortus. Nam, in singulis Æquinoctiis, Axis Terræ inclinatio ad Eclipticam redit ad priorem magnitudinem, & decursu annorum sensibilior non evadit: regressus vero punctorum Eclipticæ continuo fit versus anteriora, nec unquam in pristinum locum restituuntur Æquinoctialia puncta, nisi post perfectum integrum circulum. Et quæ in uno anno, aut semisse anni, (quo temporis spatio tota inclinationis Axis Terræ mutatio finitur,) insensibilis prorsus est mutatio, plurium annorum decursu satis fit sensibilis; cum semper ad easdem partes fiat. Propter Telluris igitur figuram, puncta Æquinoctialia regrediuntur, & Axis Terræ singulis annis bis mutat inclinationem ad Eclipticam, & bis redit ad inclinationem priorem. Q. E. D.

PROPOSITIO LXV.

Commune centrum gravitatis Solis omniumque Planetarum & Cometarum quiescit; quod proinde pro centro Systematis Solaris, ipsiusque adeo Mundi, habendum est.

Demonstratum est à Philosophis Prop. L. citatis, commune gravitatis centrum, ab actionibus corporum in se invicem, non mutare statum suum motûs vel quietis: sed Systematis corporum plurium eandem esse legem atque corporis solitarii, quoad perseverantiam in dicto statu; cum tam illius quam hujus motus progressivus per motum centri gravitatis sit æstimandus. Systematis igitur Solaris commune centrum Gravitatis vel quiescit, vel movetur uniformiter in directum; siquidem, excludendo vim externam, hic est status corporis solitarii. Posterius dici nequit, cum sic circumjectarum Fixarum aliæ fierent viciniores quam prius, aliæ remotiores; earumque proinde situs & ordo decursu temporis sensibiliter mutaretur, contra observata. Cumque in præcedentibus ostensum sit Solem, Planetas, & Cometas omnes graves esse in se mutuo, & proinde perpetuo agitari, (solo communi illorum centro gravitatis quieto manente,) patet illorum cujusvis centrum mobile pro Systematis Solaris centro haberi non posse, sed prædictum commune centrum Gravitatis immobile.

Quod si non punctum invisibile prædictum, sed corpus aliquod insigne illi maxime propinquum, pro istius Systematis centro sit habendum, erit illud Sol; quippe qui, propter ingentem materiæ quantitatem quam præ cæteris continet, à prædicto communi Gravitatis centro vix unquam distat sensibiliter.

Porro, si universæ corporum omnium compagi (sive Mundo) figura competat, limitesque statuantur; aliud nullum Systema potiori jure ejus meditullium vendicat, quam Solare nostrum: aliudque igitur nullum centrum, quam supra definitum, Mundo convenit. Quod erat demonstrandum.

SECTIO

SECTIO X.

De Causis & Ratione motûs Planetarum à Philosophis adductis.

EX posito hactenus Mundi Systemate, generatim quidem & quatenus proposito nostro hucusque sufficit, & motuum magnorum Mundi corporum Causâ explicatâ, analogâ vel potius eâdem (uti decet) cum illa quam apud nos quotidie experimur; Gravitate nempe omnium corporum versus omnia, cujus eadem est Lex atque Gravitatis nostræ, vel alterius Virtutis cujusvis naturalis per rectas lineas in uno puncto concurrentes propagatæ; hoc est, jactis præcipuis Astronomiæ Physicæ fundamentis, Ordo postulat, ut eorundem effectuum Causas & Rationes Physicas ab aliis adductas etiam consideremus, simul & dispiciamus num illæ, æque ac superius explicatæ, quæsito satisfaciant. Per causas vero, de quibus hic est sermo, non intelligimus ultimas illas, quarum nullæ rursus sunt causæ; sed quales apud nos experimur, quarumque vires calculo æstimare valemus, earumque proprietates, sicut & aliarum quarumvis quantitatum, geometrice investigare; qualis est Lux, ex cujus consideratione variæ ortæ sunt scientiæ, Optica nempe, Catoptrica & Dioptrica; Gravitas, cujus symptomata considerat Statica, omnisque ferme Mechanica: quamvis neque Lucis neque Gravitatis rationes ultimas norint istarum scientiarum cultores, neque olim noscent.

Duæ sunt celebriores Sectæ Philosophiæ hujus Cœlestis, quæ motûs corporum Mundanorum causas explicare conatur; *Kepleriana* nempe & *Cartesiana*: Nam de illa, quæ solidos orbes in cœlos invexit & intelligentias illis rotandis præfixit, non opus est nunc verba facere, cum & parum Philosophica sit & à superioris sæculi Astronomis plus satis confutata. Utramque breviter describemus, & rationes subnectemus cur neutra sit Cœlestis, ostendendo quod corporum, ut Philosophi illi volunt, motorum non erunt eædem Leges quæ in corporibus Cœlestibus obtinere deprehenduntur. Et primo quidem *Keplerianam Physicam, Lib.* IV. *Epist. Astr. Copernicanæ* traditam, breviter suis plerumque verbis explicabimus.

PROPOSITIO LXVI.

KEpleri *Physicam Cœlestem, sive Causam & Rationem, cur Planetæ in orbibus circa Solem deferuntur, quam adduxit* Jo. Keplerus, *summatim & breviter explicare.*

Summus hic Astronomus vult Solis ingens corpus, cætera immotum, in ipso rerum exordio ab Omnipotentia creatrice fuisse in gyrum actum circa axem positione datum; & ne ex inertia materiæ paulatim langueat hic motus, illum perpetuâ vel Creatoris vel Animæ ad hoc destinatæ Curâ sustentatum esse: quod etiam in Telluris

&

& aliis universi globis circa proprios axes rotatis obtinere vult. Sol, gyratione hâc Corporis sui, circumferens speciem sui Corporis immateriatam per amplissima Mundi spatia, Planetas illâ prehensos, more vectis, una circumfert. Species hæc est Solis virtus per lineas rectas in omnem Mundi amplitudinem emissa, quæ, eo ipso quod species est corporis, una cum corpore Solis rotatur instar rapidissimi vorticis, totam illam circuitus amplitudinem, ad quantamcunque pertingit, æque celeriter pervagans atque Sol circa axem se convertit; & proinde Planetam flumini huic quasi immersum secum vehit. Advertendum porro, præter hanc vim in Sole vectoriam, esse etiam naturalem inertiam in Planetis ipsis ad motum, quâ fit ut inclinati sint, materiæ ratione, ad manendum in loco suo. Pugnant igitur inter se potentia Solis vectoria, & inertia Planetæ materialis. Utraque suam partem habet victoriæ; illa Planetam sede sua emovet; hæc suum, hoc est Planetæ corpus, nonnihil eripit è vinculis illis, quibus à Sole erat prehensum, ut ab alia atque alia circularis hujus virtutis parte apprehendatur: ab ea sc. quæ proxime succedit illi, ex qua Planeta se modo extricaverat. Et quia virtus ista Planetam vehens, ex corpore Solis effluens, eosdem imbecillitatis gradus habet in diversis intervallis quos habet ipsa Lux; potentia hæc vectoria, more illuminationis, decrescit crescente distantia à Sole: unde Planetam ad majorem à Sole distantiam positum tardius circumvehet, & proinde illius tempus periodicum, ex hoc capite, majus constituet. Porro, cum similis potentia vectoria ex corpore Planetæ cujusvis, circa axem proprium moti, etiam propagetur; fiet ut hæc Planetas secundarios, quos in flumine hoc vorticis immateriati offendit mersos, etiam similiter deferat; qui Primarium suum rursus non deferent, quippe qui à specie corporis Solaris circa Solem, æque ac primarii, & una cum illis, deferuntur. Atque hisce solis positis, patet primarios Planetas circa Solem deferendos in circulis Soli concentricis, in plano circuli in Sole maximi inter Polos medii, & secundarios similiter circa suos Primarios.

PROPOSITIO LXVII.

M*Odum, quo ex allatis principiis* Keplerus *deducit periodica Planetarum tempora reperiri exactissime in proportione suorum orbium seu circulorum sesquialterâ, explicare.*

Proportionem hanc in corporibus Cœlestibus obtinere primus observavit *Keplerus*, magno Astronomiæ veræque Physicæ commodo; quod nempe, in rotatione Planetarum primariorum circa Solem, & secundariorum circa Primarium quemque, Quadrata temporum periodicorum eandem habeant proportionem quam Cubi semidiametrorum suorum orbium sive distantiarum à Sole; sumendo nempe distantias mediocres, & abstrahendo ab excentricitate. Hanc autem ex suis principiis modo sequenti deduxit. Cum Solis potentia vectoria (quâ Planetæ circumducuntur à vortice immateriato

riato

riato five flumine fpeciei Solaris,) more illuminationis decrefcat crefcente diftantiâ à fonte five Sole, (hoc eft, in ratione duplicata diftantiæ,) & vires fuas fecundum unam dimenfionem (nempe in longum) tantum exerat; Potentia hæc vectoria in hoc effectu producendo (Planetam nempe circumducendo) minuetur in fimpla tantum ratione diftantiæ à Sole auctæ: Cumque (ex rationibus archetypicis) ponat moles corporum Planetariorum eandem habere rationem quam habent illorum diftantiæ à Sole; potentiâ Solis vectoria æquales vires in unumquemque Planetam circumducendum impendet; nempe tanto majores ob majorem Planetæ molem five magnitudinem, in quam fpecies motoria incurrit, quanto imbecillior eft virtus motoria in ifta diftantia, & in eadem ratione; diftantiæ nimirum à Sole. Rurfus, concinnitate Geometricâ adductus, ftatuit quantitatem materiæ in Planetis invicem comparatis effe in fubduplicata ratione molis five magnitudinis; (atque ita denfitas erit in eadem fubduplicata magnitudinis ratione inverfa,) hoc eft, ut fuperius dictum, in fubduplicata ratione diftantiæ à Sole. Cum ergo tempus periodicum in Planeta à Sole remotiore majus fit quam in viciniore, propter majus iter, (id eft, majorem Orbitam,) & etiam propter majorem materiæ copiam tranfportandam, (cætera vero æquale, quia æquales vires motorias in illos impenfas effe fupra eft oftenfum,) & iter majus fit in ratione diftantiæ à Sole, & copia materiæ etiam major in ejufdem diftantiæ ratione fubduplicata; ob utramque fimul caufam, remotioris Planetæ majus erit tempus periodicum in ratione ex hifce compofita: Sed ratio compofita ex fimpla & fubduplicata eft ratio fefquialtera aut fefquiplicata: Quare remotioris Planetæ majus erit tempus periodicum quam vicinioris, in ratione fefquiplicata diftantiarum à Sole; hoc eft, Quadrata temporum periodicorum funt ut Cubi diftantiarum à Sole. Quæ de fecundariis circa primarium rotatis fimiliter intelligenda funt.

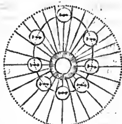
PROPOSITIO LXVIII.

C*Aufas, cur Planetarum Orbitæ Excentricæ funt,* à Keplero *allatas explicare.*

Cum Planeta quivis fit corpus Solis corpori cognatum, cujus pars altera (Magnetis more) Soli eft amica, altera inimica; converfo Solis corpore, convertitur fimul Virtus etiam illa Solis, quâ Planetam trahit vel repellit, prout pars ejus amica vel inimica Soli obvertitur; quemadmodum Magnete converfo, vis tractoria vel repellens in plagas mundi alias atque alias transfertur. Cumque Sol illâ virtute fui corporis arripuerit Planetam, feu trahens illum, feu repellens, feu dubius inter utrumque, fecum etiam circumducit illum; trahendo quippe & repellendo retinet, retinendo circumducit. E Magnetibus quidem noftris quilibet duas habet plagas diverfæ virtutis, quarum unâ Magnes magnetem alterum fecundum datam plagam attrahit; alterâ vero eundem repellit. In cœlo res paulo

 aliter

aliter eſt comparata. Sol enim, non unâ plagâ, ſed omnibus ſui corporis partibus, facultatem hanc activam & energeticam poſſidet attrahendi vel repellendi Planetam. Itaque credibile eſt centrum corporis Solaris reſpondere uni extremitati vel plagæ Magnetis; ſuperficiem vero totam alteri Magnetis plagæ, cum totâ hâc & non unâ tantum plagâ Planetam ſecundum datam plagam attrahat vel repellat.



Hiſce ſtabilitis, palam eſt Planetæ corpus non in eadem ubique à Sole diſtantia circa Solem delatum iri; ſed dum plagam amicam Soli obvertit, toto illo tempore verſus Solem accedere propius, donec rectæ ſecundum plagam hanc ductæ, (hoc eſt, fibræ ſecundum quas virtus iſta trahens propagatur à Sole,) ſibi fere ubique parallelæ, non amplius ad Solem inclinantur, ſed recta à Sole ad Planetam ducta eſt fibris hiſce normalis: in quo caſu, cum Sol non amplius trahit, attractionis effectus (nempe Planetæ verſus Solem acceſſus) ceſſabit, & Planeta tum in maxima ad Solem propinquitate eſt ſive in Perihelio. Circumducto interim per ſuperius deſcriptam Solis potentiam vectoriam Planetâ, ejus plaga oppoſita & Soli inimica paulatim verſus Solem dirigitur, unde continuo repellitur Planeta à Sole; idque tamdiu fiet, donec neutra plaga verſus Solem inclinetur, ſed recta jungens Solem & Planetam fiat iterum ad fibras virtutis normalis; & tunc Planeta in Aphelio reperietur, quippe in maxima diſtantia, ad quam vis Solis repellens Planetam interim circumductum removere poteſt. Atque ope harum fibrarum ſic libratus Planeta, ut in altera Orbitæ ſuæ parte à Sole trahatur, in oppoſita vero inde pellatur, deſcribit Orbitam, circa Solem quidem, at non ut circa ſuum centrum; ſed Soli Excentricam. Rurſus, quia ſpecies corporis Solaris, motum Planetæ concilians, in ampliori circulo tenuior & imbecillior eſt in ratione diſtantiæ à Sole, quatenus hunc effectum producit, (ut in præc. Prop. oſtenſum eſt,) & interim Planeta ejuſdem maneat molis & denſitatis; quippe idem Planeta: patet celeritatem Planetæ diminui, cæteris paribus, in eadem ratione cum conſtipatione & denſitate virtutis vectoriæ Solis; hoc eſt, in inverſa ratione diſtantiæ à Sole. Porro, virtus Solis Planetam extrudens & trahens, quæ fit ſecundum lineas virtuoſas ex centro Solis exeuntes, & una cum Sole circumeuntes, (ut fit in reliquis operibus naturalibus,) fortis eſt in ratione ſinûs complementi anguli, quem radius Solis continet cum fibra per quam admittitur virtus Solaris intra Planetam: Et igitur Orbita hæc Excentrica non erit perfectus Circulus, ſed à lateribus paulo anguſtior & compreſſior Ellipſis evadit, cujus umbilicus alter eſt ipſe Sol. Sed & ex iiſdem principiis oſtendit Ellipſin circa Solem in umbilico poſitum ita deſcribi, ut æquales Areæ temporibus

æqualibus

æqualibus deſcribantur per radium ad Solem ductum, quem *Vectorem* nuncupat; & univerſaliter areas, quas verrit radius vector, eſſe proportionales temporibus quibus deſcribuntur.

Verum cum fibræ hæ libratoriæ, quarum ope Planetæ in altum librantur, ſibi ſemper in omni Planetæ circumductione quaſi parallelæ maneant, & (per ſupra oſtenſa) ita reſpectu univerſi totius inclinentur, ut cujuſque Planetæ Linea Apſidum perpendicularis ſit fibris hiſce, vel in plano orbis Planetæ vel in ſitu huic parallelo poſitis; cumque nullius è primariis Planetis axis, circa quem motu quaſi diurno rotatur, hanc habeat poſitionem, & nulla alia præter axem hunc, eique parallelas rectas, ſitum eundem reſpectu univerſi conſervet, ſi Planetæ Globus totus ſit ſolidus & unitus; patet *Keplero* neceſſe fuiſſe intra cruſtam hanc Planetæ exteriorem, (cujus axis ſitum datum retinet, quippe circa quem Planeta motu ſuo diurno revolvitur,) globum à cruſta prorſus ſeparatum & diviſum, & ejus motui diurno minime obſequentem ponere, cujus axis & rectæ illi parallelæ fibrarum dictarum *Libratoriarum* vices ſuſtinerent, & ſitum ad hoc opus neceſſarium modo deſcriptum conſervarent; dum interim cruſta exterior, pro Planetæ cujuſque indole, motu diurno ſibi peculiari circumrotatur.

PROPOSITIO LXIX.

C*Auſas, cur Planetarum Orbitæ ſint ad Eclipticam inclinatæ, à* Keplero *adductas explicare.*

In Phyſica hac *Kepleriana*, in qua nunc verſamur, ſi nullæ inessent Planetis fibræ (quales Prop. præc. deſcripſimus) quibus in altum librantur, vel ſi fibræ hæ latus Soli obvertant; (hoc eſt, neque plagam Soli amicam neque inimicam;) Planeta quivis in eadem à Sole diſtantia manens perfectum circulum Soli concentricum deſcriberet. Pari modo, Planetæ (viribus hinc ſolummodo ortis agitati) omnes in eodem plano, uniformi & directiſſimo flumine, medio quaſi alveo (ſive circulo inter polos convolutionis Solis medio, *Viâ Regiâ* dicto) circumirent. Cum vero varie hinc inde ab hac Regia via divagentur, oportet effectus hujus cauſam non eſſe abſimilem illi, quâ fit ut navis vento impulſa paulatim ad latus detrudatur, reſpectu lineæ ſecundum quam, per ſolum ventum, moveretur; per remum ſc. oblique ad puppim religatum, vel gubernaculum obliquo ſitu detentum. In quovis Planeta ſunt fibræ (quas ab officio appellat *Latitudinis*) in plano orbis ſui, vel huic parallelo, perpetuo conſtitutæ, quæque in omni Planetæ converſione aut motu ſibi ipſis ubique parallelæ manent, ita ut, dum Planeta in nodo ſive communi interſectione plani viæ Regiæ cum plano orbis verſatur, fibra Latitudinis media, quæ per Planetæ centrum tranſit, Orbitam tangat; adeoque fibrarum omnium pars una ad unam viæ Regiæ partem, altera vero ad alteram, extra planum iſtud emineat, inclinata ad illud eodem angulo, quo Planetæ orbis ad viam Regiam. Cum igitur

 ſpecies

ſpecies corporis Solaris incurrit in fibræ medietatem inſequentem exſtantem, Planetam expellet quorſum tendit antecedens medietas; hoc eſt, ſecundum planum Orbitæ Planetæ dicto propriæ: Cum autem interim fibræ hæ Latitudinis maneant in ſitu ſibi ipſis parallelo per omnem ambitum, hinc fit ut in Planeta, in limite ſive maxima à via Regia remotione poſito, neuter fibrarum terminus antecedat, ſed fibræ velut in profundum hujus fluminis (id eſt, verſus Solem) porrectæ, & impetum latere rectâ objecto excipientes, cauſam nullam præbeant ejectionis ulterioris in ullam plagam; quoad in his Limitum punctis permutatio fiat, ut ille fibrarum terminus, qui ante Planetæ appulſum ad Limitem anteceſſiſſet, jam poſt inſequatur, antecedente altero, eoque Planeta rurſum ad viam Regiam accedere incipiat. Loco enim facultatis gubernaculi in nave, vis alia fibrarum multo convenientior Planetæ ineſt; quod, ſicut fibræ, quibus Planeta in altum libratur, naturalem habent potentiam ad retinendum ſitum parallelum in tranſportatione corporis, ſic etiam ineſt fibris Latitudinis, præter ſimilem vim retinendi ſitum parallelum, etiam naturalis potentia agilitatis, ſeu tuendi lineam planè eandem, & ſecundum eam derivandi motum ſibi illatum, in quantum quidem tendit motus in eandem plagam cum altero fibræ extremo. Quoniam vero fibræ hæ Latitudinis diverſæ prorſus ſunt à prius deſcriptis fibris quibus Sol Planetam attrahit & repellit, cum quoad naturam & officium, tum quoad ſitum; quia Latitudinis fibræ ubique ſint parallelæ rectæ Orbitam in nodo cum via Regia tangenti, aliæ vero iſtæ (ex Prop. præced.) parallelæ ſint rectæ eandem Orbitam in Aphelio tangenti: oportet fibras haſce ſecundum *Keplerum* in corporibus diverſis reperiri, dummodo (ex *Kepleri* ſententia) apſides progrediantur & nodi regrediantur, utut lente in Planetis primariis, & extra dubium ſit hoc revera contingere in ſecundariis. Quare neceſſium habuit præter Cruſtam exteriorem fibris inſtructam, quibus axis, circa quem Planeta motu ſuo diurno revolvitur, ſibi in toto Planetæ circuitu circa Solem parallelus conſervatur, & interiorem Cruſtam (quæ, reſpectu exterioris, nuclei inſtar ſit) ab hac prorſus ſeparatam aliiſque viribus agitatam ponere; in qua nempe reſideant fibræ, quibus Planeta in altum & profundum libratur: & intra hunc nucleum, ſive potius Cruſtam, alium adhuc interiorem ponere nucleum à ſuperiore media ſeparatum, & aliâ gaudentem periodo, in quo fibræ Latitudinis repanduntur; cum impoſſibile ſit in eodem ſolido compacto hærere intertextas fibras haſce diverſas, quarum diverſæ ſunt periodi.

PROPOSITIO LXX.

Quæ in ſupra explicata Phyſica Cæleſti Kepleriana *falſa repeπiuntur, breviter indicare & refellere.*

Cum *Kepleri* Phyſicam Cæleſtem impugnandam ſuſcipimus, non eo animo illud facimus, quaſi Virum hunc immortalis famæ inter

Syſtema-

Systematum fabricatores & Causarum Physicarum indagatores vulgares numeremus. Etenim tantum abfuit, ut è contra pene solus fuerit (si forte Antiquissimos quosdam, ut *Pythagoram* &c. excipias) qui Physicam Cœlestem more Mathematicorum tractavit. Ejus *Rationes Archetypicæ*, *Concinnitates Geometricæ*, & *Proportiones Harmonicæ* eam ostendunt ingenii vim, qualem in Scriptoribus Astronomiæ Physicæve ante illum frustra quæras: Adeo ut harum rerum judex idoneus & æstimator æquus *Jeremias Horoccius*, à *Keplero* sub studiorum suorum Astronomicorum initio licet alienus, post alios frustra tentatos *Kepleri* Doctrinam & Rationes Physicas ambabus ulnis amplexus, sic lectorem suum alloquatur: *Licet mihi* Keplerum *supra mortales admirari*; *licet egregium, divinissimum, aut si quid majus appellare*; *licet denique supra totum Philosophantium scholam vel unicum* Keplerum *æstimare. Hunc solum canite Poetæ — Hunc solum terite Philosophi*; *de illo certi, habere istum omnia, qui habet* Keplerum. Quid enim majus, quid divinius in hisce rebus homini accidere potuit, quam ex speculationibus harmonicis proportionem Orbium Planetariorum exactissime determinare, quam verissimam Planetarum viam circa Solem (Ellipticam nempe) primum detegere, denique quam modum verissimum indicare, quo Planeta in semita hac incedit; sc. ut radio ad Solis centrum in Ellipsis umbilico positum ducto areas describat temporibus proportionales? Quæ vero in *Kepleri* Mechanica motuum causa displicent, hæc fere sunt.

1. Si neque Planetæ plaga amica neque inimica Soli obversa fuerit, aut si Planeta (ob debilitatem fibrarum, quibus in altum & profundum libratur) ita comparatus fuerit, ut à Sole nec attrahatur nec expellatur, (ut in Venere accidit ex *Kepleri* sententia,) tum à circumrotata Solis specie vult Planetam perfectum describere circulum; cum tamen constet corpus, quod non urgetur à vi ad centrum tendente, circuli peripheriam non describere, sed rectam. Cum ergo Planetarum orbitæ etiam in hoc casu circulares sint, patet illas ab alia vi, præter illam ab obversa plaga amica oriundam, versus centrum trudi.

2. Dum Planeta à perihelio ad aphelium à Sole ascendit, plaga Soli inimica ad Solem obvertitur, unde & à Sole repellitur, & in hoc casu urgetur hâc solâ vi, quæ in recta Solem & Planetam jungente dirigitur. In Mechanicis vero notum est tantum abesse ut Planeta hâc solâ vi agitatus describat Ellipsin cui umbilicus est Sol, ut curvam è contra describeret versus Solem convexam. Quare necesse est ut Planeta, cujus semita est Ellipsis cui Sol est umbilicus, urgeatur, etiam dum à perihelio ad aphelium ascendit à Sole, à vi ad Solem tendente, cum Ellipsis sit versus utrumque umbilicum cava. Toto ergo cœlo aberrat *Keplerus*, dum Planetam vult à Sole repelli in ascensu ad aphelium, aut dum Planetam vult neque trahi neque repelli, dum circulum perfectum Soli concentricum describit: Nisi enim in utroque casu trahatur vel alias impellatur versus

ſus Solem, curvam verſus illum cavam non deſcribet: Nam retineri abſque tractione omnino non poteſt.

3. Dum in proportionem orbium Planetariorum inquirit, quædam aſſumit obſervationi plane contraria, utut rationibus archetypicis, quas ſibi imaginatus eſt, ſatis congrua: Nempe quod corporum Planetariorum magnitudines ſunt ut ipſorum diſtantiæ à Sole; quodque eorundem denſitates ſunt inverſe in ſubduplicata ratione magnitudinum. Unde ſequitur quantitatem materiæ in Planetis eſſe directe in ſubduplicata ratione diſtantiarum à Sole: Quippe materiæ quantitas eſt ut magnitudo & denſitas conjunctim. Vulgo autem notum eſt Martem eſſe mole minorem Venere, qui tamen ſecundum *Keplerum* deberet eſſe Veneris duplus; quippe duplo magis à Sole diſtans. Obſervationes produnt Jovis Globum eſſe Saturno majorem, qui tamen fere duplo minor eſſet per prædictam regulam. Potuiſſet tamen ex ſibi notis & à ſe primum detectis, (nempe quod Planetæ via eſt perimeter Ellipſis cujus umbilicorum alter eſt in Solis centro, quam ita percurrit ut radius vector areas verrat temporibus proportionales,) abſque conſideratione magnitudinis & denſitatis Planetarum, geometrice deducere tempora periodica Planetarum, circa commune centrum revolventium, eſſe in ſeſquiplicata ratione majorum axium, ſive diſtantiarum mediocrium à Sole. Verum proportionem Orbium Planetariorum horumque numerum, ex intervallis ad interpoſitionem quinque Corporum Regularium neceſſariis, deduxiſſe *Keplerum* credibile eſt; & tales poſtea magnitudines & denſitates Planetis tribuiſſe, unde eandem hanc proportionem alio ordine exſtrueret.

4. Ut taceam virtutem parum Mechanicam, & Animali vi proximam, quam tribuit Planetarum fibris, quibus in altum librantur, & illis, quibus in latum excurrunt; (hiſce quidem naturalem potentiam agilitatis, illis vero, in una plaga totius corporis Solaris appetentiam, in altera fugam;) & hinc oriundam Planetæ cujuſvis diviſionem in Corticem, & Nucleum à cortice ſeparatum, & in illius cavitate diverſâ periodo libratum, & in quibuſdam Nucleum rurſus hunc interiore nucleo ſimiliter gravidum: Ut inquam ſupradicta parum Mechanica, & à Naturæ more aliena taceam; Syſtema *Kepleri* de modo quo Sol Planetas circumagit, attrahit & repellit, ita conſtitutum eſt, ut primæ fere motûs & Naturæ legi adverſetur, quâ cautum eſt, ut actioni contraria ſemper ſit & æqualis reactio. Nam ſecundum *Keplerum* in Epit. Lib. IV. *Non Planetis ipſis, ſed Soli tantum ineſt Virtus iſta expulſionis & attractionis. Et licet vis Solis tractoria & repulſoria porrigatur ad Planetas, Planetæ vis ſimilis non porrigitur ad Solem.* Si enim hoc fieret, agnoſcit quod *Sol à Planetis in proportione corporum converſa, ſitu ſuo, quem habet in centro mundi, emoveri, vel ſaltem titubare deberet, jam huc jam illuc protractus, prout multi Planetæ ab uno latere, ſimili inter ſe facultate, in Solem ingruerint. Hoc vero modis omnibus effugit, negatâ mutuâ attractione & expulſione.* Oblitus erat *Keplerus*

plerus veræ doctrinæ de Gravitate, quam ante XI. annos in *Introductione ad Commentarios in Stellam Martis* stabilivit, hisce axiomatibus fultam: *Quod gravitas est affectio corporea mutua inter cognata corpora ad unitionem seu conjunctionem. Duo corpora non impedita coirent loco intermedio, quodlibet accedens ad alterum tanto intervallo, quanta est alterius moles in comparatione; adeoque si Luna & Terra non retinerentur, quælibet in suo circuitu, Terra ascenderet ad Lunam quinquagesimâ quarta parte intervalli; Luna descenderet ad Terram 53 circiter partibus intervalli, ibique jungerentur; posito tamen quod substantia utriusque sit ejusdem densitatis. Quod Luna prolectat aquas terrestres; unde fit fluxus, ubi sunt latissimi alvei Oceani, aquisque spaciosa reciprocandi libertas. Et si Terra cessaret attrahere ad se aquas suas, aquæ marinæ elevarentur & in corpus Lunæ influerent.* Neque se audivit respondentem & obviam euntem incommodis supra recensitis titubationis Solis ejusque emotionis à centro mundi, dum sic ait: *Nam tanta est moles, tanta densitas in materia corporis Solaris, tanta ejus vis attrahendi pellendique, tanta vicissim exilitas & Planetæ, & renitentiæ ejus, ut Sol de statu suo nihil periclitetur.*

Ex supra traditis patet, quam parum abfuerit inclytus hic Philosophus & Astronomus à veræ Physicæ Cœlestis inventione, (qui etiam in *Epit. Astr. Lib.* V. §. I. dixerat, *Ut Sol trahit Planetam, sic Terra trahit corpora; ob quem tractum corpora dicuntur gravia*,) quantaque ad hanc auxilia contulerit, quamque recte vaticinatus fuerit, dum ait, *Verissimæ causæ, & quantitates, & plagæ motuum Apsidum, & Nodorum Planetarum, & reliqua hujusmodi latent in pandectis ævi sequentis, non ante discenda, quam librum hunc Deus Arbiter seculorum recluserit mortalibus.*

PROPOSITIO LXXI.

CArtesii *Physicam Cœlestem, sive Causam & Rationem cur Planetæ in orbibus circa Solem deferuntur, quam* Renatus Des Cartes *commentus est, summatim & breviter explicare.*

Qui Physicas motuum Cœlestium causas eruere sunt conati, ad unum fere omnes illas à Sole petunt. Nam numeros fere omnes probabilitatis implent Solis in suo spatio rotatio circa axem immobilem, in plagam eandem in quam omnes Planetæ sequuntur, & periodo quidem breviore quam illi proximus Mercurius, sed Planeta quivis periodo majori quo à Sole remotior; & Planetarum etiam primariorum rotatio circa proprios axes; & secundariorum circa hos rursus primarios, sicut primariorum circa Solem: omnes versus eandem plagam, & in eodem fere plano. Phænomena enim hæc altâ velut voce exclamant, vel omnem hunc primariorum Planetarum motum à motu Solis oriri, vel saltem tam hunc quam illum ab una communi causa dependere. Hinc factum est, ut Philosophorum multi

multi Planetas ab æthere, circa Solem ad modum Vorticis five turbinis agitato, deferri exiftimarint; idque diu ante *Cartefii*, immo ante *Epicuri*, tempora. Verum *Keplerus*, qui Aftrorum motus perfpectiores habebat, fatis videbat illos ab hujufmodi Vorticibus corporeis non deferri: Quippe fi Planetæ, materiæ Vorticis innatantes & in illa quafi quieti, fimul cum partibus Vorticis circumferrentur; videbat illos perfectos defcripturos circulos, aliafque fortituros periodos, pro ratione diftantiæ à centro, quam quæ illis ex obfervatis competunt. Maluit ergo fpeciem corporis Solaris immateriatam loco materiæ in Vorticem circumrotatæ fubftituere, hanc ipfam interim *Vorticis & Fluminis Cœleftis* nomine indigitans. Poftea vero *Cartefius*, minutias & obfervationes Aftronomicas fufque deque habens & Mundum fuo more condere certus, Vortices poftliminio reduxit; popularem utique & Philofopho aptum modum ftellarum motus repræfentandi. Et quamvis Vortices fuerint ab aliis ante *Cartefium* in Cœlos introducti, & à multis poft illum adhibiti & in alios ufus detorti, *Cartefii* tamen nomen retinent. Hocce ergo fyftema, quatenus propofitum noftrum attingit, ex ipfius *Cartefii* verbis, *Parte tertiâ Principiorum Philofophiæ*, breviter defcribemus.

Supponit *Cartefius* omnem illam materiam, ex qua hic mundus afpectabilis eft compofitus, fuiffe initio à Deo divifam in particulas quamproxime inter fe æquales, & magnitudine mediocres, & æqualiter fuiffe motas, tum fingulas circa propria fua centra, & feparatim à fe mutuo, ita ut corpus fluidum componerent; tum etiam plures circa alia quædam puncta æque à fe mutuo remota, ficque varios Vortices componerent. Poftea particulas hafce æquales, inteftino motu attritas, refolvit in globulos diverfæ magnitudinis, quas omnes fecundi elementi vocat; & fluidum quoddam ex partibus irregularibus minutiffimis ab angulis globulorum detritis & maximâ celeritate in omnes partes motis conftans, quod materiam primi elementi dicit. Cumque hujus major fuppeteret copia, quam quæ interftitiis globulorum implendis fufficeret, reliqua verfus centrum detrudebatur à globulis à centro, ex motu circulari, recedentibus, ibique in corpus fphæricum collecta corpus Solis cujufdam in cujufvis Vorticis centro conftituit. Præter motum æqualem, particulis circa centrum Vorticis primitus impreffum, Sol, modo in Vorticis centro genitus, & in eandem partem cum reliqua Vorticis materia circa fuum axem revolutus, & femper aliquid fui per anguftos meatus qui funt inter globulos fecundi elementi verfus Eclipticam, five circulum inter polos medium, emittens, (tantundem à vicinis Vorticibus ad polos recipiens,) vim habet fecum rapiendi globulos iftos; viciniores quidem celerius, remotiores autem tardius. Cum autem inferiores globuli materiæ cœleftis celerius moveantur quam fuperiores, debent etiam effe minores. Si enim effent majores vel æquales, hoc ipfo haberent plus virium, ideoque ex vi centrifuga fuperiores evaderent. Atque hæc omnia in quovis Vortice ita fe habebunt (ut dictum eft) ufque ad certum terminum, ultra quem globuli fuperiores

periores inferioribus celerius moventur, & quantum ad magnitudinem ſunt æquales. Terminum hunc in Solis Vortice circa Saturni orbem aut paulo ultra conſtituit.

Hiſce poſitis, ſi contingat ſidus aliquod, quod in centro ſui Verticis poſitum Solis vicem gerit, maculis obvolutum atque ſic debilitatum à Vortice Solis vicino devictum abripi; ſi ſidus hoc minoris agitationis ſit capax, ſive minus habeat ſoliditatis, quam globuli ſecundi elementi, qui ſunt verſus circumferentiam noſtri Cœli, ſed tamen aliquanto plus quam aliqui ex iis qui ſunt verſus Solem; intelligemus ſidus illud, ſtatim atque à Vortice Solis abreptum eſt, continuo verſus ejus centrum deſcendere debere, donec devenerit ad eos globulos Cœleſtes, quibus in ſoliditate, ſive in aptitudine ad perſeverandum in ſuo motu per rectas lineas, eſt æquale. Cumque tandem ibi erit, non amplius ad Solem magis accedet, neque etiam ab eo recedet, niſi quatenus ab aliquibus aliis cauſis inferius recenſendis nonnihil hinc inde propelletur; ſed inter iſtos globulos Cœleſtes libratum, circa Solem aſſidue gyrabit, & erit Planeta. Horum igitur unuſquiſque quieſcit in ea Cœli regione, in qua verſatur: Et omnis variatio ſitûs, quæ in illis obſervatur, ex eo tantum procedit, quod omnis materia Cœli, quæ illos continet, moveatur. Secundum hoc igitur Syſtema nihil vetat quo minus arbitremur ſpatium, in quo jam unicus Vortex Solis continetur, initio in ſeptemdecim pluresve Vortices fuiſſe diviſum; eoſque ita fuiſſe diſpoſitos, ut ſidera, quæ in centris ſuis habebant, multis paulatim maculis tegerentur, & deinde iſti Vortices alii ab aliis deſtruerentur, unus citius, alius tardius, pro diverſo eorum ſitu. Adeo ut cum illi quatuor, in quorum centris erant Sol, Terra, Jupiter & Saturnus, cæteris eſſent majores, ſidera quæ in centris quinque minorum Saturnum circumſtantium verſabantur, verſus Saturnum delapſa ſint; & quæ in centris quatuor aliorum Jovi vicinorum verſus Jovem; & ſimiliter Luna Telluri vicina verſus Terram; & poſtea Mercurius, Venus, Terra cum Luna, & Mars (quæ ſidera etiam ſingula ſuum Vorticem prius habuerunt) verſus Solem; ac tandem etiam Jupiter & Saturnus, una cum minoribus ſideribus iis adjunctis, confluxerint verſus eundem Solem ipſis multo majorem, poſtquam eorum Vortices fuerunt abſumpti: Sidera autem reliquorum Vorticum, ſi unquam plura fuerint quam ſeptemdecim in hoc ſpatio, in Cometas abierint, in recta fere linea de Vortice in Verticem trajicientes, & nunquam in orbem revertentes. Sicque jam videntes primarios Planetas ad diverſas diſtantias circa Solem deferri, judicabimus id ex eo contingere, quod eorum qui Soli viciniores ſunt, ſoliditas ſit minor quam remotiorum: Atque hinc etiam fieri, quod ſemper eadem pars Lunæ ſit Terræ obverſa, vel certe non multum ab ea deflectat, quia alia ejus pars, à Terra averſa, aliquanto eſt ſolidior, & ideo Terram circumeundo majorem ambitum debet percurrere. Et videntes inferiores ex iſtis Planetis altioribus celerius in orbem ferri, putabimus id ex eo fieri, quod materia primi elementi, quæ Solem

M com-

componit, celerrime gyrando viciniores cœli partes, iisque innatantes & in iis relative quiescentes Planetas, magis secum abripiat quam remotiores. Jupiter autem, Terra &c. circa proprios axes vertuntur, quia antea erant sidera lucida in aliquorum Vorticum centris consistentia, & ibi proculdubio nostri Solis instar gyrantia; & nunc materia primi elementi in eorum centris congregata similes adhuc motus habet, ipsosque impellit.

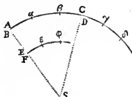
Denique non putandum est omnia centra Planetarum accurate in eodem plano semper consistere, nec circulos, quos describunt, esse omnino perfectos; sed ut in omnibus aliis rebus naturalibus contingere videmus, ista tantum præterpropter talia esse, ac etiam labentibus sæculis continuo mutari. Cum enim omnia corpora, quæ sunt in universo, contigua sint, atque in se mutuo agant, motus uniuscujusque à motibus aliorum omnium dependet, atque ideo innumeris modis variatur. Unde quamvis omnes Planetæ motus circulares semper affectent, nullos tamen perfectos circulos unquam describent; sed modis omnibus tam in longitudinem quam in latitudinem semper aliquantulum aberrabunt.

PROPOSITIO LXXII. LEMMA.

SI circa eundem axem revolvantur corpora duo in eadem ab axe distantia, atque etiam alia duo similiter in alia quavis distantia; dico rationem differentiæ motûs angularis priorum corporum ad differentiam motûs angularis posteriorum componi ex ratione translationis corporum priorum à se invicem ad translationem posteriorum à se invicem, & ratione distantiæ posteriorum ab axe ad distantiam priorum ab eodem.

Motus angularis dicitur is, quo conficitur angulus ad axem circa quem fit motus: Unde illa dicuntur habere eundem vel æqualem motum angularem, quæ, in quantumvis inæquali distantia ab axe posita, æquales angulos ad axem eodem tempore vel temporibus æqualibus conficiunt: Et differentia motuum angularium est differentia angulorum ad axem à mobilibus simul confectorum.

Sint in eadem distantia ab S axe motûs bina corpora contigua A & B; item alia bina C & D. Moveantur postea utcunque, & à se invicem separentur; nempe A in α, & eodem tempore B in β, C in γ, & D in δ. Patet jam (ex Prop. XXXIII. Elem. 6.) differentiam motuum angularium binorum corporum A & B (nimirum angulum αSβ) esse ad differentiam motuum angularium binorum C & D (hoc est, angulum δSγ) sicut translatio priorum duorum à se invicem (sive via, quâ alterum ab altero transfertur, nempe αβ) ad δγ translationem duorum posteriorum; hoc est, si distantiæ sint æquales, translationes sint

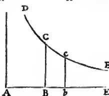


ſunt ut differentiæ motuum angularium. Rurſus, ſi in diſtantiis ab axe S utcunque inæqualibus, corpora contigua bina A & B, atque alia bina E & F, ita moveantur in loca α, β, & ε, φ, ut differentiæ motuum angularium (ſc. anguli α S β, ε S φ) ſint æquales; erunt (per Prop. XXXIII. Elem. 6.) tranſlationes α β, ε φ ut diſtantiæ S A, S E. Adeoque (per Prop. XXIII. Elem. 6.) ſi neque diſtantiæ ab axe, neque differentiæ motuum angularium fuerint æquales; ratio tranſlationum componetur ex ratione differentiarum motuum angularium, & ratione diſtantiarum ab axe: Et ideo (auferendo ab utraque parte rationem diſtantiarum ab axe) ratio differentiarum motuum angularium componitur ex directa ratione tranſlationum corporum à ſe invicem & inverſa ratione diſtantiarum ab axe motûs. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXIII. LEMMA.

Si curva DCE *ſit ita verſus rectam* AE, *infinite verſus* E *productam, relata, ut demiſſa ex quovis curvæ puncto ad* AE *recta perpendicularis* CB *ſit reciproce ut cubus rectæ* AB *interceptæ inter* B *&* A *punctum in recta* EA *datum; erit ſpatium interminatum* BCEE, *inter rectas* CB, BE *& curvam* CE *comprehenſum, inverſe ut quadratum rectæ* AB.

Vocetur AB, X; BC, Y: & quoniam Y eſt ut $\frac{1}{X^3}$; erit $Y = \frac{1}{X^3}$ ductæ in conſtantem quandam ſive invariatam quantitatem; ſit hæc a^4, ut obſervetur lex homogeneorum: hoc eſt, $Y = \frac{a^4}{X^3}$; ſive $Y = a^4 X^{-3}$. Adeoque ſumma omnium Y (ſive quantitas fluens cujus fluxio eſt Y, ejuſve valor $a^4 X^{-3}$) erit $-2\,a^4 X^{-2}$: hoc eſt, ut Geometris notum, area ad alteras rectæ BC partes jacens, nempe area BCEE, æqualis eſt $\frac{2a^4}{X^2}$. Et, quia $2\,a^4$ eſt quantitas data, eſt area BCEE ut $\frac{1}{X^2}$; hoc eſt, inverſe ut quadratum rectæ AB: ſive area BCEE ad aream bcEE ſicut Abq ad ABq. Q. E. D.



PROPOSITIO LXXIV. LEMMA.

Si Corporum duorum contiguorum unum ſuper alterum gliſcat, & idem fiat in aliis duobus corporibus, eâdem Vi atque priora verſus ſe invicem preſſis; dico impreſſionem factam à frictione priorum in ſe mutuo eſſe ad ſimilem impreſſionem poſteriorum in ratione compoſita ex ratione tranſlationis priorum ad tranſlationem poſteriorum, & ratione ſuperficiei, quâ priora ſe mutuo contingunt, ad ſuperficiem, quâ poſteriora ſe mutuo contingunt; nempe in quibus impreſſiones fiunt.

Si ſuperficies contiguæ eſſent perfecte lubricæ, nulla foret corporum impreſſio in ſe mutuo, dum gliſcunt. Patet vero ſuppoſitionem

nem maxime naturalem esse, quod resistentia, quæ oritur ex defectu lubricitatis partium, est (cæteris paribus) proportionalis velocitati quâ partes separantur à se invicem; hoc est, si superficies contiguæ æquales fuerint, quod resistentia, & hinc orta impressio corporum in se mutuo, proportionalis est velocitati relativæ; sive huic, in dato tempore, proportionali translationi corporum. Quod si translationes (sive velocitates quibus corpora separantur ab invicem) fuerint æquales, resistentiæ sive impressiones sunt inter se ut superficies in quibus corpora bina & bina se contingunt. Et igitur, cum neque superficies, neque translationes æquantur; sed reliqua omnia, (ut vis corpora versus se invicem premens, defectus lubricitatis &c,) erunt impressiones, quas corpora bina & bina in se mutuo faciunt, in ratione composita ex ratione superficierum contiguarum & ratione translationum ab invicem. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXV.

Si sphæra solida in fluido uniformi & infinito, circa axem positione datum, uniformi cum motu revolvatur, & ab hujus impulsu solo agatur fluidum in orbem, perseveret autem fluidi pars unaquæque uniformiter in motu; dico quod tempora periodica partium fluidi erunt ut quadrata distantiarum à centro sphæræ.

Designet AEH sphæram uniformiter circa axem s rotatam. Fluidum infinitum sphæræ undique circumfusum divisum intelligatur in orbes innumeros concentricos ejusdem crassitudinis, quorum quivis per se spectatus solidus est; hi vero designentur per circulos BFK, CGL, DMN, &c. Quoniam fluidum sic divisum homogeneum ponitur; (hoc est, omnes ejus partes æqualiter compressæ;) impressiones contiguorum orbium in se mutuo factæ erunt (per Lem. præc.) ut eorum translationes ab invicem, & superficies contiguæ in quibus impressiones fiunt conjunctim. Si impressio in orbem aliquem major est vel minor ex parte concava, quam ex parte convexa, prævalebit impressio fortior, & velocitatem orbis vel accelerabit vel retardabit, prout in eandem plagam cum ipsius motu, vel in contrariam dirigitur.



Proinde, quoniam (ex hypothesi) fluidum in motu suo uniformiter perseverat, impressiones ex utraque parte cujusque orbis, in plagas contrarias factæ, æquales sunt; & ideo ratio quæ æqualis est rationi impressionum (nimirum ratio composita ex rationibus translationum & superficierum contiguarum) est etiam ratio æqualitatis. Unde translationes sunt reciproce ut superficies contiguæ; hoc est, reciproce ut quadrata distantiarum à centro: Sed (per Prop. LXXII.)

LXXII.) differentiæ motuum angularium sunt ut translationes directe, & distantiæ à motûs centro inverse: Et igitur dictæ differentiæ motuum angularium orbium concentricorum sunt reciproce ut quadrata distantiarum à centro, & reciproce ut distantiæ à centro conjunctim; hoc est, reciproce ut cubi distantiarum à centro. Ergo, si ex omnibus punctis rectæ SZ ex centro eductæ, ubi superficies contiguæ orbium concentricorum illam secant, (nempe A, B, C, D, &c.) erigantur ad SZ normales A a, B b, C c, D d, cubis ipsarum SA, SB, SC, SD, &c. reciproce proportionales; erunt hæ ordinatæ respective ut prædictæ differentiæ motuum angularium respectivorum orbium concentricorum, & summæ harum ordinatarum ut summæ dictarum differentiarum; hoc est, (cum orbis extimus seu infinite diffitus omnino non moveatur,) ut motus toti angulares. Si jam crassitudo orbium minuatur in infinitum, (quomodo circumfusum medium eatenus fit uniformiter fluidum,) summæ prædictarum ordinatarum fient areæ A Z a, B Z b, C Z c, D Z d, &c. Adeoque motus toti angulares orbium BFK, CGL, DMN, &c. sunt ut areæ BZb, CZc, DZd, &c. respective. In figura vero A Z a ordinatæ B b, C c, D d, &c. sunt reciproce ut cubi rectarum SB, SC, SD, &c. Unde (per Prop. LXXIII.) areæ BZb, CZc, DZd, &c. sunt inverse ut quadrata rectarum SB, SC, SD, &c. Et ideo, motus angulares orbium BFK, CGL, DMN, &c. sunt inverse ut quadrata suarum semidiametrorum SB, SC, SD, &c. Sed tempora periodica sunt motibus angularibus reciproce proportionalia: Ergo tempora periodica orbium BFK, CGL, DMN, &c. sunt in ratione directa (quippe reciproca inversæ) suarum distantiarum à centro S; nempe rectarum SB, SC, SD, &c. Adeoque patet propositio, si medium sphæræ circumfusum constare intelligatur ex innumeris solidis orbibus tenuissimis concentricis. Si vero ductæ intelligantur infinitæ rectæ quamplurimæ continentes cum axe angulos æqualibus excessibus se mutuo superantes, & his rectis circa axem revolutis, & superficies conicas describentibus, concipiantur orbes in annulos innumeros secti; annulus unusquisque habebit annulos quatuor sibi contiguos, unum interiorem, alium exteriorem, & duos laterales, ex eodem orbe resectos. Attritu interioris & exterioris nequit intermedius aliter moveri quam prius ante sectos orbes: alioquin partes fluidi non perseverarent in motu suo uniformiter; sed medius iste in motu suo acceleraretur vel retardaretur, (ut prius de orbibus integris ostensum,) contra hypothesin. Et propterea annulorum series quælibet, à solida sphæra centrali in infinitum rectà pergens, & inter duas proximas superficies conicas comprehensa, movebitur eodem prorsus modo quo hæ ipsæ movebantur ante divisionem orbium in annulos; nisi quatenus quisque in hac serie annulus impeditur ab attritu annulorum ad latera. Hic vero attritus nullus est, quia annuli omnes à media sphæra solida æqualiter distantes, (hoc est, ex eodem orbe resecti,) eodem tempore revolvuntur: Nam si hoc non fieret, sed qui versus polos citius vel tardius circuitus suos absolverent,

quam qui sunt versus circulum inter polos medium; tardiores ex attritu mutuo incitarentur & velociores retardarentur, contra hypothesin, quâ supposuimus fluidum perseverare in motu suo uniformiter. Cum ergo annulorum omnium, in eadem distantia à centro, idem sit tempus periodicum, revolventur similiter ac si ex orbe solido nondum essent resecti; hoc est, absque attritu: & ideo eadem lex etiam in hoc casu orbium in annulos resectorum obtinet, quæ prius obtinebat ante orbium divisionem; hoc est, annulorum singulorum tempora periodica erunt ut quadrata distantiarum ipsorum à centro mediæ sphæræ solidæ.

Dividatur jam annulus unusquisque, sectionibus transversis, in particulas innumeras constituentes fluidum absolute & uniformiter tale: Et quoniam hæ sectiones non spectant ad legem motus circularis, sed ad constitutionem fluidi solummodo conducunt; perseverabit motus circularis ut prius. His divisionibus annuli omnes quam minimi asperitatem & vim attritûs mutui aut non mutabunt, aut mutabunt æqualiter: & manente causarum proportione manebit effectuum proportio; hoc est, proportio motuum & temporum periodicorum ut prius. Et igitur partium singularum, in supra descripto Vortice, tempora periodica erunt ut quadrata distantiarum à centro Vorticis. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Si major sit resistentia partium Vorticis in majore à centro distantia quam in minore, vel ob majorem crassitiem vel minorem fluiditatem particularum fluidum constituentium, vel ob aliam quamlibet causam; tum segnius movebuntur partes Vorticis à centro remotiores, quam pro ratione superius in Propositione stabilita: hoc est, tempus periodicum partium Vorticis à centro remotiorum erit ad tempus periodicum partium centro viciniorum in majore quam duplicata ratione distantiarum istarum particularum à centro.

COROLLARIUM 2.

Si Vortex non extendatur in infinitum, sed fluidum in Vorticem circumactum contineatur vase rigido violenter detento, diversæ figuræ à sphærica globo centrali concentrica; movebuntur Vorticis particulæ, non in circulorum peripheriis globo circumagenti concentricis, sed in lineis fere conformibus vasis figuræ; & tempora periodica erunt ut quadrata mediocrium distantiarum à centro quamproxime.

PROPOSITIO LXXVI.

Quæ in supra explicata Physica Cartesiana *sunt erronea breviter indicare & refellere.*

1. Cum ex Prop. Præc. pateat Vorticem quemlibet, à sphæra solida circa axem positione datum uniformiter revoluta factum, in infinitum

infinitum propagari, si non impediatur; si Mundus ex hujusmodi Vorticibus constaret, (ut ex *Cartesii* systemate fit,) fierent totidem Vortices in infinitum pergentes, quot sunt Fixæ, quarum quævis (ex mente *Cartesii*) instar Solis nostri Vorticem efficit. Neque *Vortices* definirentur certis limitibus, sed serperent & in se mutuo paulatim excurrerent. Atque hoc pacto fluidi infiniti universum constituentis pars unaquæque eo agitabitur motu, qui ex omnium sphærarum centralium sive Solium actionibus resultat. Quantum vero hæc incertitudo absit à certo ordine, situ & motu Fixarum, quæ arctissimis vinculis calculi simplicissimi connectuntur, Astronomiæ periti judicabunt.

2. Porro, quoniam Vorticis supradicto modo geniti partes centro propiores (per præced.) celerius motæ urgent exteriores, motumque ipsis eâ actione perpetuo communicant, & exteriores illæ eandem motûs quantitatem in alias adhuc exteriores simul transferunt; quia (ex hypothesi) ea est Vorticis conditio, ut unaquæque fluidi pars perseveret in motu suo uniformiter, neque in eadem à centro distantia nunc magis nunc minus incitetur: patet quod motus perpetuo transfertur à centro ad circumferentiam Vorticis, & per infinitatem circumferentiæ absorbetur. Et proinde, ad conservationem Vorticis in eodem statu requiritur principium aliquod activum, à quo sphæra centralis (sive Sol istius Vorticis) eandem semper quantitatem motûs accipiat quam imprimit in materiam Vorticis. Unde autem tale principium activum in Sole quovis Vorticem ciente residens arcessant *Cartesiani*, non video; cum ipse *Cartesius paragraph.* 146. *Part. Tert. Princip. Philos.* audacter dicat: *Nihil occurret circa phænomena Planetarum, cujus ratio ex jam dictis non facile reddatur.* Necessitatem hujusmodi principii activi in Vorticum centralibus sphæris satis perspexit oculatissimus *Keplerus*: *Adeoque ne paulatim langueat motus*, in illas ab omnipotentia creatrice in ipso rerum exordio impressus, *hunc vel perpetuâ Creatoris curâ, vel animæ ad id destinatæ ope sustentatum* vult. Nam absque tali principio activo, necesse est ut sphæræ centrales & Vorticum partes interiores, propagantes semper motum suum in exteriores, neque novum aliquem motum accipientes, tardescant paulatim & in orbem agi desinant. Adeoque Mundus hic *Cartesianus* absque principio hoc activo amechanico ad quietem & interitum sponte suâ vergit.

3. Agnoscentibus *Cartesio* & *Cartesianis*, corpora quæ in Vortice delata in orbem redeunt, ejusdem sunt densitatis cum Vorticis partibus, in quibus versantur, & eâdem cum ipsis lege quoad velocitatem & cursûs determinationem moventur: in hoc solo differunt fluidum deferens & corpus delatum, quod corporum à Vortice sic delatorum partes datum inter se situm servent, & quod sint partes Vorticis quasi congelatæ & solidæ, nec motu intestino inter se cieri & misceri facile possint, ut partes ejus fluidæ; cætera prorsus æquales. Cum igitur Vorticis partes (per præced.) eâ lege revolvantur, ut earum

earum tempora periodica ſint in duplicata ratione diſtantiarum à centro, Planetæ etiam circa Solem delati & in fluida Vorticis materia, cui innatant, relative quieſcentes eâdem lege revolventur. Cum ergo Tellus (*ex. gr.*) periodum ſuam abſolvat uno anno, Saturni, cujus diſtantia à Sole noncupla ſeſquialtera eſt diſtantiæ Terræ, periodus eſſet nonaginta annorum, cum tamen vix ſit 30 annorum; ſimiliter periodus Jovis eſſet 27 annorum, quæ tamen ad 12 non aſcendit: & omnes ſuperiores periodos haberent veris majores; inferiores autem veris minores. Si Vorticum patroni reſpondeant, Vortices non eſſe uniformiter fluidos, (ut in præcedente ſupponebatur.) ſed partes Vorticem conſtituentes in receſſu à centro eſſe craſſiores, ut *Carteſius paragr.* 82. *Part.* III. ponit; tum (per Corol. 1. Prop. præc.) Planetæ à Sole remotiores erunt adhuc ſegniores, cum tamen hactenus (ex hoc ſyſtemate) nimis ſint ſegnes; patetque ex hac Vorticum conſtitutione *Carteſiana*, longius ab obſervatis recedi quam ſi Vortices eſſent ex fluido uniformi compoſiti. Igitur cum demonſtratum ſit partes Vorticis lege longe aliâ revolvi quam quæ in Planetis obſervatur; nempe tempora partium Vorticis periodica eſſe ut quadrata diſtantiarum à centro, ſi materia Vorticis fuerit homogenea; vel etiam ut altiores quædam dignitates diſtantiarum, ſi materia Vorticis ſit in majori diſtantia craſſior; cum interim (per Prop. XXII.) in Planetis Quadrata temporum periodicorum ſint ut Cubi diſtantiarum; (hoc eſt, Planetarum tempora periodica ut diſtantiarum dignitates quarum exponentes ſunt $\frac{3}{2}$, quæ multo humiliores ſunt quam illæ quæ exponuntur per 2, vel numerum binario majorem;) palam eſt Planetas ab hujuſmodi Vorticibus corporeis non deferri.

4. Si Vortex in infinitum extenderetur, patet (ex Prop. præc.) fluidi partem quamlibet perfectum circulum deſcribere debere, & (ex Corol. 2.) aberrationem à via circulari procedere à vaſe rigido, (vel quod hujus inſtar eſt,) in quo Vorticis materia continetur. Unde clare ſequitur, quo major eſt Vortex reſpectu ſemitæ ab ejus parte fluida (vel à Planeta ſimul delato) deſcriptæ, tanto magis Planetæ ſemitam ad circulum perfectum accedere debere; hoc eſt, Planetæ Soli propioris minorem futuram excentricitatem quam remotioris; cum tamen Obſervationes Aſtronomicæ teſtentur Mercurii orbitam eſſe multo magis excentricam quam Saturni. Rurſus, quia (per Corol. 2. Prop. præc.) Vorticis particulæ ſimulque delati Planetæ movebuntur in lineis fere conformibus figuræ vaſis, in quo fluidum continetur, Planetarum omnium Aphelia è Sole ſpectata erunt verſus eaſdem Fixas poſita; cum tamen Planetarum Aphelia à ſe mutuo longe diſtent, ut Jovis & Terræ, circuli quadrante; Martis & Terræ, circuli triente; Martis & Veneris ſint fere oppoſita. Porro, materia Vorticis (more fluminis) intra cancellos anguſtos coarctata (per leges mechanicas) velocius moveri debet, quam dum in latiore alveo libere decurrit; idque in ratione inverſa latitudinum alveorum, aut quæ harum inſtar ſunt: Sed in principio ♍, diſtantia inter orbes Martis & Veneris eſt ad eorundem diſtantiam

in

in puncto opposito, (nempe in principio ♓) fere ut 3 ad 2; adeoque Vorticis fluidum intermedium, Tellurem deferens, velocius feretur in eadem ratione in principio ♓ quam in principio ♍; utpote intra angustiores limites contentum; (nam fluidi Martem & Venerem deferentis semitæ cancellorum vel alvei vices gerunt;) hoc est, Tellus è Sole visa in principio ♓ dimidio velocius feretur quam cum eadem è Sole in principio ♍ conspicitur, vel Sol è Tellure visus in principio ♍ dimidio velocius inter Fixas moveri videbitur quam in principio ♓: Contrarium tamen accidit, ex observatione omnium omnino Astronomorum: & Sol in principio ♍ è Tellure visus motu diurno conficere videtur tantum minuta prima 58, cum in principio ♓ integrum gradum pari tempore confecisse videatur.

5. Corpus à Vortice abreptum, & ejusdem densitatis cum partibus Vorticis inter quas versatur, in orbem rediens, si alias non impediatur, circulum describit; cujus plano perpendicularis est axis sphæræ centralis, quâ fluidum in Vorticem circumagitur: & si corporis semita ad hoc planum inclinata sit, paulatim minuetur ista inclinatio, tandemque coincident. Etenim ex demonstratione Prop. præc. patet, quamlibet particulam fluidi Vorticem componentis hujusmodi circulum describere; quare & Planeta, qui non nisi ab hisce particulis defertur, inter eas relative quiescens talem etiam describet, & si per vim aliquam exterius ingruentem hinc deflectat, paulatim minuetur inclinatio ab occursu particularum fluidi prædictos circulos describentium, & hujusmodi circulum describet ipse, sic tandem in Vorticis fluido relative quiescens & simul cum ipso delatus. Verum ne vel unicus reperitur Planeta, ad cujus orbitæ planum Axis Solis normalis est; neque per bis mille annos, quibus observationes instituuntur, inclinatio orbitæ alicujus Planetæ ad istud planum diminuta deprehenditur; neque ullæ ab hisce Philosophis Planetis assignantur fibræ latitudinis, quibus inclinatio hæc eadem conservetur. Apologia autem, quam pro Planetarum excentricitate varia, varia etiam orbitarum ad se invicem inclinatione, varioque apheliorum situ affert *Cartesius paragr.* 34. *Part. Tert. Princip.* (nempe hæc: *Sed ut in omnibus aliis rebus naturalibus contingere videmus; ista tantum præterpropter talia esse, ac etiam labentibus sæculis continuo mutari,*) plane ostendit illum in calculo Astronomico prorsus peregrinum. Quamvis enim Causas Physicas in Syderum motibus locum obtinere non sit negandum, inæqualitates tamen casuales penitusque irregulares (quales *Cartesius* innuere videtur) in illis admittendas nullus his assuetus censebit; quin potius cum acutissimo & ad speculationes Astronomicas optime comparato *Jer. Horoccio*, adversam (ut ipse ait) sententiam tutari percupiente, dicet, *Mirari nos merito funditores aliquos aut sclopetarios, qui ex balistis & bombardis suis incredibili penitus collimationis certitudine tela projiciunt. Sin autem momentaneis illis, quæ per crassum & inquietum aera moventur, tantam inesse certitudinem videamus, annon longe majorem expecta-*

expectabimus in corporibus illis perpetuis in placidissimo ac purissimo æthere æternâ lege revolutis?

6. Cum globuli fluidum Vorticis Solaris componentes sint prope Solem minores, & proinde illorum massa, in dato spatio contenta illudque replens, minus densa quam in majore à Sole distantia; sequitur & Planetas, qui ejusdem sunt densitatis cum Vorticis particulis, quibus innatant, quo propiores sunt Soli minus esse solidos; quod & agnoscit *Cartesius paragr.* 147. *Part. Tert. Princip.* Cujus tamen contrarium inferius, proprio loco, ostendemus: nempe Planetam quemvis, quo Soli vicinior est, eo & solidiorem sive densiorem esse; hoc est, plus materiæ sub æquali magnitudine continere. Quod & melius congruit rationibus archetypicis, concinnitati geometricæ, & causis finalibus: ex quibus palam est collocasse Deum Planetas in diversis distantiis à Sole, ut quilibet pro gradu densitatis calore Solis majore vel minore fruatur; & proinde densiorem Planetam esse Soli etiam propiorem, cum materia omnis densior ad operationes naturales obeundas majorem calorem requirat. Et quamvis non sit ea densitatis ratio in Planetis, quam posuit *Keplerus*; nempe reciproca radicum distantiarum à Sole; sed reciproca distantiarum à Sole ductarum in radices diametrorum apparentium: tamen hic (ubi maxime erravit) generale illud consecutus est *Keplerus* per rationes archetypicas, quod Planetæ densiores essent Soli viciniores; cum interim tempore posterior *Cartesius*, ex neglectu (aut potius contemptu) rationum archetypicarum & causarum finalium, opiniones foverit causis istis finalibus & veræ Physicæ sive mechanicæ (quæ plerumque ad idem deducunt) plane contrarias; & inter alias hanc, quod Planetarum Soli viciniorum soliditas sit minor quam remotiorum.

7. *Tycho* olim ex Cometarum motu demonstravit Planetas in solidis orbibus non moveri; quia nimirum Cometæ orbes Planetarios trajiciunt. Iidem Cometæ nunc Planetas à Vorticibus corporeis non deferri æque evidenter ostendunt; quoniam Cometæ plerumque vias valde obliquas, quandoque Zodiaci planum ad angulos rectos secantes, & nonnunquam cursui Planetarum directe contrarias sequuntur, motusque hosce liberrimos quidem diutissime conservant, universali huic legi obnoxii, quod radio ad Solem ducto areas describant temporibus proportionales; quod prorsus impossibile esset, si integra Vorticis materia circa Solem ageretur vi sufficienti ad ingentia Planetarum corpora devehenda. Neque *Cartesium* juvat, quod Cometas ultra Saturnum relegat contra observationum fidem, (quas *Tycho* & Astronomi non detorserunt, ut hypothesibus propriis inservirent, quod innuere vult *Cartesius*;) cum Vorticis Solaris materia ultra Saturnum (secundum ipsum) momentum majus habeat ad illos secum rapiendos, quam prope Venerem & Mercurium; cum quod globuli Vorticem constituentes majores sint illic quam hic; tum præcipue quod multo celerius moveantur, quippe circuitum immense majorem *intra paucas hebdomadas* absolventes; ut habet *Cartesius*

tesius paragr. 62. *Part. Tert. Princip.* Ex hisce ergo omnibus & singulis constat hanc Vorticum hypothesin cum phænomenis Astronomicis omnino pugnare, & non tam ad explicandos quam perturbandos motus Cœlestes conducere.

PROPOSITIO LXXVII.

C*Ausas Motuum Cœlestium à celeberrimo D.* Leibnitio *adductas recensere & explicare.*

In quærendis motuum Cœlestium causis adeo pronum est eas ab ambiente fluido æthere petere, ut Philosophi Planetas considerarint circa Solem delatos similiter atque paleæ vel festucæ innatantes aquæ deferuntur ab aqua, in vorticem acta à baculo, in medio vasis quiescentis circa axem suum rotato. Sententia hæc vetustissima neglecta diu jacuit: sed superiore sæculo à magnis Viris est resuscitata; quippe ante *Cartesium*, (de quo supra,) *Torricellio* & ipsi *Galilæo* probata; propter rationes proculdubio sub initio Prop LXXI. summatim expositas.

Tam vehementer autem placuit hæc sententia, ut acutissimus Philosophus D. *Leibnitius* (etiam post edita *Newtoni Princip. Math. Philos. Nat.*) illi nomen suum dederit; qui *nihil aliud superesse judicat, quam ut ostendatur quomodo causæ motuum Cœlestium à motibus ætheris sive (Astronomice loquendo) ab orbibus deferentibus quidem, sed fluidis oriantur.* Tam celebre inter Geometras nomen meretur certe, ut ejus *Tentamen de motuum Cœlestium Causis* (quod cum orbe literato communicavit in *Actis Erudit. Lipsiæ* editis *Mense Februario Anni* MDCLXXXIX.) exactissime consideretur. D. *Leibnitius* enim (si quis alius) Vortices motibus Cœlestibus accommodare valet, & *Legum Cœlestium à Keplero inventarum rationes reddere.* Præsertim cum *aliqua in eo genere illi lux affulserit, & inquisitio commode admodum & naturaliter successisse* ipsi perspicacissimo videatur, *ut inde in eam sit erectus spem, veris motuum Causis à se appropinquatum esse.* Hujus igitur Philosophi modum magna hæc opera explicandi paucis & suis fere verbis trademus.

Primo, pro certo assumit *Leibnitius* omnia corpora, quæ in fluido lineam curvam describunt, (ipsosque adeo Planetas,) ab ipsius fluidi motu agi. Omnia enim curvam describentia ab ea recedere conantur per rectam tangentem, (ex natura motûs;) oportet igitur esse quod coerceat. Nihil autem contiguum est nisi fluidum, (ex hypothesi,) & nullus conatus coercetur nisi à contiguo & moto, (ex natura corporis;) fluidum ergo ipsum in motu esse necesse est.

Cum ex observatione exactissima constet Planetam quemlibet primarium orbitam circa Solem describere, eâ lege motûs, ut radiis à Sole ad Planetam ductis areæ semper abscindantur temporibus proportionales; consentaneum est Ætherem seu Orbem fluidum cujusque Planetæ circulatione circa Solem moveri, quæ dictæ motûs legi congruat. Hoc vero demum fiet, si orbium innumerorum cir-

N 2 cularium

cularium concentricorum exiguæ craſſitudinis, in quos orbis Planetæ fluidus cogitatione dividitur, quilibet ſuam habeat propriam circulationem, tanto velociorem proportione quanto quiſque eſt Soli propior; hoc eſt, ſi velocitates circulandi, quæ ſunt in partibus fluidi, ſint radiis ſeu diſtantiis à Sole reciproce proportionales. Unde fit, quod, ſive Planeta magis ſive minus à Sole diſtet, ſectores æqualibus temporibus à radio vectore deſcripti æquales ſint. Nam dicti ſectores ſunt in ratione compoſita ex directa ratione radiorum ſeu diſtantiarum à Sole, & reciproca arcuum ſive circulationum; ideoque (ex hujus circulationis natura) in ratione æqualitatis. Circulationem ſupra deſcriptam (ubi velocitates circulandi ſunt diſtantiis à centro reciproce proportionales) vocat *Harmonicam*, quia poſitis diſtantiis à centro creſcentibus æquabiliter ſeu Arithmetice, circulationes decreſcunt in Harmonica progreſſione; quippe quantitatibus in progreſſione Arithmetica poſitis reciproce proportionales, quam eſſe Harmonice proportionalium proprietatem vulgo notum eſt.

Ponit itaque Vir celeberrimus Planetam moveri motu duplici ſeu compoſito ex circulatione Harmonica orbis ſui fluidi deferentis, & motu *paracentrico* acceſſûs ad Solem & receſſûs ab eodem. Facit autem circulatio ætheris, ut Planeta circuletur harmonice, non velut motu proprio, ſed quaſi tranquillâ natatione in fluido deferente, cujus motum ſequitur. Unde nec impetum circulandi velociorem retinet, quem habuerat in orbe inferiore ſeu propiore, ſed eum elangueſcentem, dum ſuperiores (majori velocitati quam ſuæ reſiſtentes) trajicit, continuo deponit, & ſeſe orbi ad quem accedit inſenſibiliter accommodat; & viciſſim dum à ſuperioribus ad inferiores tendit, impetum eorum accipit. Itaque non tantum in arcubus circuli, ſed & in curva alia quacunque deſcribenda, circulatio harmonica locum habet. Nam area temporis elemento deſcripta, à radiis è Sole ad Planetam in alia quavis curva motum ductis abſciſſa, comparabiliter non differt à ſectore circuli, cujus idem eſt angulus ad centrum, & radius præcedentium alteruter.

Alter motus cum priore motum Planetæ integrum componens (nempe paracentricus) duplici ex cauſa ortum ducit; nempe ex *impreſſione excuſſoria circulationis & attractione Solari* (aut quod hujus inſtar eſt) inter ſe compoſitis. Cum enim omne mobile à linea Curva, quam deſcribit, recedere conetur per tangentem; per hunc motum ſolum, Planeta à Vortice harmonice circulato delatus à Sole recedet. Et ejus conatus centrifugi ab Autore oſtenduntur eſſe in ratione radiorum reciproca triplicata. Altera motûs Planetæ paracentrici pars componens eſt attractio Solaris, ſive, quæ hujus vices gerit, Planetæ Gravitas: & licet hanc vim Attractionem vocet, eam ab impulſu fluidi ambientis derivari (ſicut & ipſas actiones magneticas) nullus dubitat.

Porro, quoniam ex obſervatione conſtat quemlibet Planetam primarium orbitam deſcribere Ellipticam, in cujus altero focorum eſt Sol, ita ut radiis è Sole ad Planetam ductis areæ ſemper abſcindantur tempo-

temporibus proportionales; nulla autem est in Vortice circulationis Lex, quæ ultimam conditionem adimpleat, præter harmonicam. Reliquum est ut quæratur Gravitatis lex, quæ, juncta cum conatu centrifugo mobilis harmonice circulantis, motum faciat paracentricum, qui una cum circulatione harmonica mobile in perimetro Ellipsis movere facit, quam (post præmissum Lemma rationem circulationis in coni Sectione ad velocitatem paracentricam ostendens) definit, Theorema sequens demonstrando: *Si mobile, quod gravitatem habet, feratur in Ellipsi (aut alia Sectione coni) circulatione harmonica, sitque in foco Ellipseos centrum tam attractionis quam circulationis; erunt attractiones seu gravitatis sollicitationes ut quadrata circulationum directe, seu ut quadrata radiorum sive distantiarum à foco reciproce.* Invenit igitur inesse Planetis Gravitatem ad Solis centrum tendentem, cujus ea est Lex, ut sit quadrato distantiæ à foco reciproce proportionalis. Hanc porro legem antea notam fuisse D. *Newtono* ultra agnoscit; quippe cujus *Princip. Philos.* antea edita fuerant, & in hisce Actis relata.

Post subnexa Corollaria quædam ex primario suo Theoremate pulchre consequentia, finem *Tentamini* huic Physico-Astronomico imponit, duo agnoscens in hoc argumento potissimum præstanda ipsi superesse: Unum, ut explicet quis motus ætheris Planetas graves faciat, seu versus Solem pellat, & quidem in reciproca duplicata ratione distantiarum, sive (ut ipse loquitur) in duplicata ratione viciniarum. Deinde, quæ sit causa comparationis motuum inter diversos Planetas Systematis ejusdem, ita ut tempora periodica sint in sesquiplicata ratione mediarum distantiarum. Cumque (secundum Autorem) horum utrumque pendere necesse sit à contiguis corporibus, quæ omnia Ætheris nomine indigitat, duo hæc eo collimant, ut distinctius explicetur motus Vorticis, seu Ætheris Systema unumquodque constituentis. Sed cum hæc altius repetenda sint, & propterea brevitati schediasmatis includi non possint, quid illi consentaneum visum sit, rectius separatim exponendum ait.

PROPOSITIO LXXVIII.

QUæ in supra recensitis Causis Motuum Cœlestium, à D. Leibnitio in Tentamine assignatis, minus Physica sunt indicare.

Contra modo descriptum celeberrimi *Leibnitii Tentamen de Causis Motuum Cœlestium* faciunt quædam ex superius adductis rationibus contra Vortices corporeos Planetas deferentes: nempe quod Cometarum quorundam viæ sint ad Zodiacum valde obliquæ, quandoque hujus planum ad angulos rectos secent, immo nonnunquam cursui Planetarum directe contrariæ. Cumque Cometæ (dum à nobis observantur) areas circa Solem describant temporibus proportionales, pari jure Vorticem harmonice circulantem ponere oporteret, cuivis Cometæ æque ac Planetæ circumvehendo necessarium; hoc est, Vorticem Vortici contrarium.

Considerando quidem unicum Planetam circa Solem (vel aliud quodvis centrum) rotatum, si hic per Vorticem deferendus sit, nullo proprio motu agitatus, sed quasi tranquillâ natatione in fluido deferente, cujus motum sequitur, (quod Autor supponit;) oportet Vorticem harmonice circulari, ut areæ per radios à Planeta ad Solem ductos abscissæ sint proportionales temporibus. Alia nulla Vorticis constitutio rationem inter areas efficiet eandem quam inter tempora. Unde si Autoris Vortex Planetarum motibus non satisfaciat, certe alius nullus obtinebit. Atque hoc semel posito, reliqua, quæ per Geometriam inde deducit Autor, optime procedunt, ut illi solent. Quibus ego addo, hujusmodi Vorticem (cujus nempe fluidum in plano per centrum, cui axis est normalis, harmonice circuletur) mechanice producendum, si sphæra solida in fluido uniformi & infinito, circa axem positione datum, uniformi cum motu revolvatur, & ab hujus impulsu solo agatur fluidum in orbem, & hujus pars unaquæque perseveret uniformiter in motu suo. Atque hoc tertium Autori restabat circa motum Vorticis Solaris, seu Ætheris, explicandum; nempe quomodo in circulationem harmonicam impelli & incitari possit. Nam, quoniam universaliter Tempora percurrendi sunt ut spatia percursa directe, & velocitates inverse; & in motu circulari spatia unâ revolutione percursa sunt ut radii, & in circulatione harmonica velocitates sive circulationes reciproce ut radii; patet tempora periodica partium Vorticis harmonice circulantis esse in duplicata ratione radiorum: Atqui hanc eandem esse proprietatem circulationis in plano per centrum, cui axis est normalis in Vortice, per sphæram centralem ad motum incitato, demonstravimus Prop. LXXV.

Verum, si duorum aut plurium Planetarum motus inter se comparentur, apparebit materiam fluidam Vorticis Solaris non moveri circulatione harmonicâ. Nam hactenus demonstravimus tempora periodica partium fluidi harmonice circulantium (& consequenter etiam corporum, quæ tranquillâ natatione in fluido deferuntur) esse in duplicata ratione radiorum. Verum tempora periodica Planetarum non sunt in duplicata, sed tantum in sesquiplicata ratione distantiarum à centro: Et igitur Planetæ diversi non moventur circulatione harmonicâ.

Dicet proculdubio Autor se non ponere totum fluidum Vorticis Solaris moveri circulatione harmonicâ continuâ, & nullibi interruptâ, à Mercurio usque ad Saturnum inclusive; sed fluidum deferens Mercurium moveri circulatione harmonicâ à perihelio usque ad aphelium; deinde interruptâ hâc harmoniâ rursus circulari harmonice à Veneris perihelio usque ad ejus aphelium, sed non continuatâ harmoniâ cum priore circulatione prope Mercurium; hoc est, ita ut circulatio fluidi deferentis Venerem sit ad circulationem fluidi deferentis Mercurium ut distantia Mercurii à Sole ad distantiam Veneris ab eodem; atque rursus (interruptâ priore harmoniâ) fluidum Terram deferens moveri harmonice quidem à Terræ perihelio

perihelio ad aphelium, si solitaria spectetur hæc harmonia, & non comparetur cum harmonia fluidi ad Venerem vel Mercurium; atque ita in reliquis deinceps Planetis: hoc est, per crassitiem cujusvis orbis harmoniam obtinere particularem à cæteris separatam & disjunctam; similiterque in Jovis & Saturni satellitibus ascendendo à Jovis & Saturni centro. Fatendum tamen est Autorem circulationem suam harmonicam etiam ad diversos Planetas extendere videri *paragr.* 17. ubi ait: *in distantia dupla tantum quarta pars anguli è Sole spectati eodem temporis elemento absolvitur, in tripla tantum nona*: Nam certe hi numeri in eodem Planeta locum non habent. Quod si (quod maxime oporteret) de interrupta harmonia partium fluidi circulantium expresse loquatur, ægre Philosophis persuadebit rem ita se habere; quod nempe per crassitiem orbis Mercurii à perihelio ad aphelium circulatio sit harmonica, sive fluidi velocitates ut distantiæ à centro reciproce: comparando vero circulationem hanc cum circulatione ætheris ad alterum quemvis Planetam, illa sit ad hanc in reciproca subduplicata ratione radiorum: Nam independenter ab omni causa physica demonstravimus (Prop. XXVII. & XXVIII.) Planetarum celeritates esse reciproce in subduplicata ratione distantiarum à Sole. Monstrosus certe futurus est Solis Vortex, & hi fluidi orbes deferentes deferentibus solidis absurdiores, si per crassitiem cujusvis è sex deferentibus orbibus harmonica circulatio locum habeat, & harmonia interim hæc quinquies interrumpatur; nempe ad interstitia deferentium. Et contra hanc interruptionem facit, quod Cometa per Zodiacum in consequentia delatus, & interstitia hæc orbium Planetas deferentium trajiciens ita moveatur, ac si deferretur ab æthere harmonice circulante; id est, ita ut areæ à radio vectore descriptæ sint temporibus proportionales. Advertatur porro quam difformiter difformis esset Solaris Vortex, in quo Orbis Saturni crassities, ubi circulatio ætheris harmonica obtinet, major est quam distantia Mercurii à Venere, vel Veneris à Terra, vel etiam Terræ à Marte, in quorum singulis interrumpitur harmonia; & ubi, depositâ ratione radiorum reciprocâ quam in harmonia servant, circulationes in horum binis quibusvis inter se comparatis sunt in subduplicata ratione radiorum reciproca, mox resumpturæ priorem harmoniam. Videtur ipsum celeberrimum Autorem hanc Vorticis harmonice circulantis labem detexisse, cum *illud superesse* agnoscat, *ut explicet quæ sit causa comparationis motuum inter diversos Planetas systematis ejusdem, ita ut tempora periodica sint in sesquiplicata ratione mediarum distantiarum*: Illud enim non esse circulationis harmonicæ effectum satis perspexit.

Mirum fortasse videbitur celeberrimum D. *Leibnitium*, qui ex causis (primo obtutu) tam diversis à prius stabilitis Planetarum motus deduxit, in eandem tamen incidisse legem Gravitatis quâ quisque in Orbita Elliptica retinetur. Istius coincidentiæ hæc est ratio. Licet *Leibnitius* ad Planetam circumducendum adhibeat materiam

Vorticis

Vorticis harmonice circulantem; quia tamen in Planeta ſic circumducto, & curvam quamvis deſcribente, agnoſcit conatum excuſſorium, quo fieret ut Planeta in recta tangente Curvam moveretur niſi coerceretur; idem facit ac ſi Planetam æquabiliter in Recta moveri ſtatuiſſet niſi coerceretur: Nam hi duo motus ſimul iſtud efficiunt; id eſt, idem ac ſi nullâ externâ Vi agitatus in ſpatiis liberis feratur. In utroque enim caſu lineam Rectam motu æquabili deſcribet: Nam mobile lineam rectam æquabili motu deſcribens illam ita percurrit (per Prop. 1. Elem. 6.) ut areæ per radios ad quodvis datum punctum ductos abſciſſæ ſint temporibus proportionales. Cum ergo circulatio harmonica & conatus excuſſorius ſimul eadem præſtent atque motus æquabilis in recta, fieri non potuit quin inveniret legem Gravitatis eandem cum prius inventa; nempe quæ Planetam ab eadem tangente recta, quam eodem modo percurreret, ad eandem Sectionem coni detrudat verſus Solem eodem modo poſitum.

SECTIO XI.

De aliis Mundi Syſtematibus, & Viribus ad illa conſervanda neceſſariis.

Hactenus vetus Syſtema Mundi *Philolaicum* explicuimus, oſtendendo quænam Phænomena in illo contingant, quodque hæc cum obſervatis congruant. Fuſe etiam actum eſt de Directione & Lege Virium, quibus Syſtema Solare in iſto ſtatu continetur, quibuſque modis iſtud fieri ſenſerint Philoſophi hujus Aſſertores. Reliquum eſt ut paucis expediamus, quem Ordinem, quemque Motum Corporibus hujus Syſtematis tribuerint alii Philoſophi, quæ dogmata hodie Aſſertorum ſuorum *Syſtemata* appellantur; & ſimul indicemus Directionem & Legem Virium, quibus Syſtemata iſta ſubſiſtere poſſint.

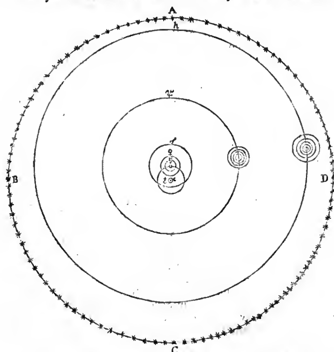
PROPOSITIO LXXIX.

M*Undi Syſtema* Semi-tychonicum *deſcribere.*

Dogmatis hujus Aſſertores ſtatuunt Tellurem loco immotam in centro Sphæræ, in cujus ſuperficie A B C D Fixas collocatas volunt: Tellurem interim ſuper axem ſuum ab oriente in occidentem motu diurno rotari concedunt. Porro, in hoc Syſtemate Sol circa Tellurem movetur ſpatio annuo ad diſtantiam æqualem illi, ad quam Tellus circa Solem in Syſtemate *Philolaico*: & circa Solem, ceu centrum, Planetæ quinque ſc. Mercurius, Venus, Mars, Jupiter & Saturnus revolvuntur verſus eandem plagam, & ad eaſdem diſtantias, quas in illo. Præterea, circa Terram Luna, & circa Jovem & Saturnum ſui revolvuntur Satellites, iiſdem periodis quibus ſupra eſt dictum ad Prop. xv.

Hic

Hic Ordo & hi Motus magnorum Mundi corporum Aſtronomis pleriſque placent, quibus diſplicet alterum iſtud Syſtema ſuperius fuſe explicatum, quod ab inſtauratore *Copernico Copernicanum* vulgo audit, ut *Longomontano* & aliis. Nam in hoc apparens revolutio diurna Syderum omnium ab ortu in occaſum, & motus Planetarum



proprii ſive ſecundi, prorſus eadem erunt atque in Syſtemate *Copernicano*, & Tellus interim in Sphæræ Fixarum centro conſiſtens ſolâ revolutione circa proprium axem cietur. Et licet Fixas collocent in ſuperficie ſphærica, cujus centrum eſt Tellus, iſtud magis Aſtronomicum cenſendum eſt quam Phyſicum: Poterunt namque Fixæ ad diverſas diſtantias, per omne ſpatium Mundanum quaſi ſparſæ, ſalvo hoc Syſtemate, collocari; earumque motus in conſequentia explicabitur tribuendo Telluris Axi motum lentiſſimum, qualem Prop. LXIV. explicuimus.

PROPOSITIO LXXX.

D*irectionem & Legem Virium, quibus Syſtema* Semi-tychonicum *conſervari poſſet, explicare.*

Patet primo iiſdem opus eſſe Viribus, & eâdem directione, ad con-

Digitized by Google

ſervandum Planetas quinque primarios Mercurium, Venerem, Martem, Jovem & Saturnum in Orbitis ſuis circa Solem, & Jovis Saturnique Comites in Orbitis ſuis circa Jovem & Saturnum, atque in Syſtemate *Copernicano*: Eædem namque ſunt Orbitæ iſtorum Primariorum circa Solem & Comitum circa proprios primarios in utroque Syſtemate. Innoteſcit igitur Lex Vis centripetæ, quâ in hoc Syſtemate Planetæ ſecundarii Jovis tendunt ad Jovem, Satellites Saturni ad Saturnum, & Primarii Mercurius, Venus, Mars, Jupiter & Saturnus horumque Satellites ad Solem: Eſt enim Vis illa, quam Prop. LXVII. demonſtravimus eandem eſſe cum Gravitate noſtra, quæ eſt quadrato diſtantiæ reciproce proportionalis. Patet porro, poſito hoc Syſtemate, Lunam in Orbita ſua retineri per Gravitatem verſus Tellurem eâdem Lege propagatam: Nam Prop. XLVI. ubi iſtud demonſtratur, perinde obtinet, ſive Tellus in eodem loco immota maneat, ſive motu annuo circa Solem feratur. At cum differentia inter Syſtema *Copernicanum* & *Semi-tychonicum* ſit, quod in hoc Sol (cum ſuis quaſi comitibus Planetis quinque primariis horumque ſecundariis) circa Terram feratur in Orbita ſimili & contrario poſita ei, in qua Terra cum ſuo comite circa Solem fertur in illo; præter Vim Gravitatis neceſſariam ad Syſtema *Copernicanum*, ut Terra cum ſuo comite circa Solem feratur, opus erit Vi huic æquali, at cum directione contraria, ut Sol una cum comitibus Planetis circa immotam Tellurem moveatur in Syſtemate *Semi-tychonico*: Namque duæ hæ Vires æquales & contrariæ in Tellurem impreſſæ, illam immotam tenent. (Immo ſi motum Terræ Comitiſque Lunæ ſecundum tangentem Orbis magni progreſſivum, contrarius impetus unicus & non repetendus ſiſtat, & poſtea alia iſta Vis jam deſcripta in univerſum Syſtema Solare agat, mutabitur Syſtema *Copernicanum* in *Semi-tychonicum*.) Igitur ad *Semi-tychonicum* conſervandum opus eſt & ſupra explicatâ Gravitate acceleratrice corporum omnium in omnia, quæ in data diſtantia eſt ut corpus verſus quod ſit, & dato corpore verſus quod ſit, reciproce ut quadratum diſtantiæ; & etiam Gravitate quâdam aliâ, æquali nempe illi quâ Tellus verſus Solem tenderet, agente æqualiter in Solem, Mercurium, Venerem, Terram, Martem, Jovem & Saturnum, horumque Comites per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram. Nam Vim illam, quâ Tellus circa axem ſuum rotatur, hiſce non annumero; quippe ſemel tantum imprimendam Terræ ſicut & reliquis corporibus Mundi magnis circa axes revolutis: neque (propter eandem rationem) Vim illam, quâ Planetæ in Orbitarum ſuarum tangentibus progrederentur: Nam de Viribus earumque Lege nunc agitur quibus Syſtema conſervari, non quibus produci poſſit.

PRO-

PROPOSITIO LXXXI.

M*Undi Systema* Tychonicum *describere.*

Hoc in nullo differt à Systemate descripto in Prop. LXXIX, præterquam quod Terra omni motu privata prorsus quiescat; ideoque Stellæ omnes, tam Fixæ quam Erraticæ, non tantum motibus secundis feruntur, sed etiam communi illo sive primo ab ortu in occasum spatio diei naturalis. Systema hoc magno *Tychoni* placuisse perhibetur; licet alii negent *Tychonem* motum diurnum expresse Syderibus concessisse. Fatendum est tamen illum contra Telluris Diurnum motum æque ac Annuum disputasse: Unde satis certo concluditur eum motum diurnum ipsi Cœlo Syderibusque cunctis tribuisse.

PROPOSITIO LXXXII.

D*Irectionem & Legem Virium, quibus Systema* Tychonicum *conservari posset, explicare.*

Eædem Vires, quæ requiruntur ad Systema *Semi-tychonicum*, requiruntur etiam ad *Tychonicum* hocce, cum iidem motus Solis & Planetarum in utroque supponantur; sed & illæ insuper, quibus Stellæ omnes, cum Fixæ tum Erraticæ, à motibus rectilineis retrahuntur & retinentur in Orbitis suis, quas motu diurno circa Tellurem describunt. Vires autem hæ, cum eadem sit Periodus in omnibus, sunt (per Corol. 1. Prop. XXVI.) ut semidiametri circulorum quos describunt. Et ideo, præter vires Prop. LXXX. explicatas, opus erit Vi versus Terram tendente, quæ in recessu à Terra augetur in ratione distantiæ auctæ; contra quam fit in Gravitate per Universum Systema Solare, & in Virtute omni naturali à centro, vel ad centrum, in lineis rectis undiquaque per regiones in circuitu propagata, quæ (per Prop. XLVIII.) in recessu à centro minuitur in duplicata ratione distantiæ auctæ. Atque ut facilius æstimetur Vis ista, quâ stellæ retinentur in Orbitis per motum diurnum descriptis, conferatur hæc apud Lunam cum Vi gravitatis, quâ (per Prop. XLVI.) Luna retinetur in Orbita, quam spatio menstruo circa Tellurem percurrit. Et cum circuli à Luna per motum menstruum & diurnum descripti sint æquales, Vires, quibus Luna in iis retinetur, (per Corol. 3. Prop. XXVI.) sunt reciproce ut quadrata temporum; hoc est, Vis, quâ retinetur Luna, (cum in Æquatore motu diurno circa Solem fertur,) ne per rectam tangentem Orbitam excutiatur, est ad Vim, quâ retinetur in Orbita, quam mense periodico circa Terram percurrit, ut 27×27 ad 1; sive ut 729 ad 1. Verum Vis hæc versus Terram tendens obtinet in iis tantum stellis, quæ in Æquatore sunt positæ: Nam Vis, quâ Stella quævis extra hunc versus Polorum alterum declinans à motu rectilineo retrahitur & in Orbita Æquatori parallela continetur, (per Prop. XII.) tendit ad

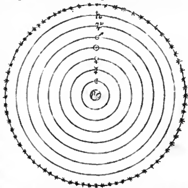
circuli istius centrum, non ad Terram extra ejus planum positam; estque (per Corol. 1. Prop. XXVI.) ut circuli istius semidiameter; hoc est, in data ab Axe distantia æqualis sive eadem, & in data à Terra distantia ut sinus complementi declinationis.

Ad Systema igitur *Tychonicum* conservandum requiritur, 1°. Gravitas ista acceleratrix corporum omnium in omnia, quæ datâ distantiâ est ut corpus versus quod sit, & dato corpore versus quod sit, est inverse ut quadratum distantiæ. 2°. Vis quædam alia acceleratrix, æqualis nempe illi, quâ per superiorem Vim Tellus versus Solem tenderet, æqualiter agens in Solem, Mercurium, Venerem, Terram, Martem, Jovem, Saturnum, horumque Comites per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram. 3°. Vis acceleratrix versus punctum proximum Axis Mundi tendens, distantiæ ab isto puncto proportionalis, ad ultimas usque Fixas porrecta. 4°. Vis alia similis ad punctum proximum Axis Eclipticæ tendens, & distantiæ ab illo proportionalis. Vis hæc ea est, quâ retinentur Fixæ in Orbitis, quas motu proprio ab occasu in ortum super Eclipticæ Polos describunt; & in locis inter centrum & Fixas intermediis omnino non agit, sed apud Fixas agere incipit; estque (per Corol. 3. Prop. XXVI.) ad Vim consimilem in Axe Mundi in duplicata ratione Diei naturalis ad Periodum Fixarum super polos Eclipticæ. Atque hæ quatuor sufficerent.

PROPOSITIO LXXXIII.

M*undi Systema* Ptolemaicum *describere.*

In hoc Systemate Terra in centro immota prorsus consistit. Huic proxima Luna, dein Mercurius, postea Venus, supra Venerem Sol, proxime Mars, tum Jupiter, & Saturnus Jovem ambiens; ut in schemate ab occidente in orientem sub Zodiaco periodos suas absolvunt. Supra Saturnum Fixarum sphæra integra (in cujus centro est Terra) super Eclipticæ polos etiam ab occasu in ortum lentissime revolvitur. Sed & Fixæ & omnes dicti Planetæ super polos Æquatoris ab ortu in occasum spatio diei naturalis revolvuntur. Quos supra Fixas ponunt Orbes Assertores *Ptolemaici* Systematis, non numeramus; cum *Theoriæ* tantum inserviant, & Mundum aspectabilem non spectent. Et propter eandem rationem omittimus etiam cujusque Planetæ Epicyclos: In Orbitis enim hic delineatis deferuntur centra Epicyclorum,



in

in quorum circumferentiis ipsa Planetarum corpora moventur. In hoc schemate Planetarum Orbitas non delineavimus juxta proportionem quam in Cœlis servant; tum quod hanc non declaraverit ipse *Ptolemæus*, præterquam in Sole & Luna; quodque licet circuli deferentes centra Epicyclorum distent, ipsi Planetarum Cœli in hoc systemate sunt contigui, inferiore quandoque in Apogæo ascendente à Tellure ad distantiam æqualem illi, ad quam proxime superior descendit in Perigæo: tum quod Mercurii & Veneris (ut de Luna taceam) Orbitæ ex *Ptolemæi* Theoriis petitæ evanescant fere respectu Orbitæ Saturni, & ideo in eodem schemate vix sint describendæ: Nam in hoc Saturni distantia à Terra centies sexagies major est distantiâ Mercurii à Terra; at in *Copernicano* Systemate Mercurii distantia à Sole vigesies & quater tantum superatur à distantia Saturni ab eodem.

Licet Ordo Planetarum supra descriptus Philosophorum & Astronomorum vulgo placuerit, non defuere tamen qui Lunæ Solem immediate superponerent, Soli Mercurium & Mercurio Venerem; quæ opinio *Platoni* vulgo tribuitur: *Porphyrius* vero Soli Venerem immediate superposuit & Veneri Mercurium, tribus reliquis (Marte, Jove & Saturno) ut prius manentibus: hâc forte ratione ducti, quod Luminaria bina Terris proxima esse conveniens judicarent; cum illi ad motus magis attendentes medium inter Planetas locum tribuerint Soli, à cujus motu reliquorum Planetarum motus in suis Epicyclis dependere compertum habebant.

PROPOSITIO LXXXIV.

D*Irectionem & Legem Virium, quibus Systema* Ptolemaicum *conservari posset, explicare.*

Primo, ad continenda Sydera in Orbitis, quas motu diurno circa Tellurem describunt, similibus opus est Viribus atque in Systemate *Tychonico* ad eundem effectum producendum; nempe quæ à quovis Mundi puncto tendant ad proximum punctum Axis, sintque in ratione distantiarum ab illo. Secundo, ad Fixas continendas in Orbitis, quas motu proprio ab occasu in ortum describunt, similibus opus est Viribus atque in supra descripto *Tychonico*; sc. quæ tendant ad punctum proximum Axis Eclipticæ, sintque in eadem ratione cum distantiis ab illo. Deinde ad Luminaria (Solem & Lunam) continenda in Orbitis, quas per motus suos secundos describunt; cum Orbitæ istæ similes sint earum Orbitis in Systemate *Tychonico*, similibus etiam opus erit in hoc Systemate Viribus ad illa in dictis Orbitis retinenda atque in illo; nempe (per Prop. LXXX.) gravitate acceleratrice trium Corporum Solis, Terræ & Lunæ versus se invicem, (quæ alia nulla corpora Mundana afficiat, licet sint intermedia,) quæ in data distantia sit ut corpus versus quod sit, & versus datum corpus sit reciproce ut quadratum distantiæ ab illo; prætereaque gravitate quâdam aliâ æquali illi, quâ

Tellus versus Solem tenderet, agente æqualiter in Solem, Terram & Lunam per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram, sed quæ alium nullum Planetam afficiat. Nam Vis illa, quâ retinetur Sol in Orbita annua, non est eadem cum illa, quâ retinetur Luna in Orbita menstrua, ad Solem usque propagata: Etenim Vis, quâ Luna retinetur, eadem est (per Prop. XLVI.) cum Gravitate apud nos. Quod si Sol retineretur per eam ipsam eousque propagatam, Cubi distantiarum Solis & Lunæ (per Prop. XXVII.) eandem haberent rationem quam Quadrata Temporum periodicorum eorundem; adeoque, positâ Lunæ distantiâ à Terra 60 semidiametrorum Terræ, Sol non ultra 340 Terræ semidiametros distaret; & ejus Parallaxis horizontalis ultra 9 scrupula prima ascenderet, reclamante observatione; & præterea non daretur locus pro Epicyclis Mercurii & Veneris inter Cœlos Lunæ & Solis, ubi secundum hoc Systema collocantur.

Philosophi quidam hujus Sectæ nolunt Solis & Lunæ motus sub Zodiaco à motibus diurnis super polos Æquatoris nisi mente distinguere, ita ut cujusque motus sit reipsâ in eadem simplici Linea Spirali, orta ex compositione prædictorum motuum, in quos motus isti Cœlestes ab Astronomis (propter majorem facilitatem) dividi intelliguntur; & motus simplicissimus in recta poterit ex duobus vel pluribus motibus componi. Quoniam vero Spiralis ista non est Linea in plano descripta, nequit (per Prop. XI.) corpus in illa retineri per Vim unicam ad immotum punctum tendentem. Vel igitur Viribus diversis supra descriptis opus erit, vel illis æquipollente Vi unicâ tendente ad punctum interea prorsum & retrorsum motum, & quidem in Linea satis composita.

Porro, ad continendos Planetas reliquos (Mercurium, Venerem, Martem, Jovem & Saturnum) in Orbitis, quas motu proprio describunt, Vires ad Tellurem tendentes non sufficiunt, (ut Prop. XIII. est demonstratum;) neque Vires ad Solem tendentes, cum Veneris & Mercurii Orbitæ Solem in hoc Systemate non cingant, & proinde non sint in omnibus partibus versus illum cavæ: unde ex Prop. XI. constat propositum. Nullumque est in Systemate punctum, (nedum Corpus notabile,) quod possit esse centrum, ad quod tendant Vires quibus Planetæ retinentur, ne secundum tangentes rectas exeant; reclamante nimirum supradictarum rationum alterâ.

Quod si Systema hoc *Ptolemaicum* ad literam intelligatur; hoc est, si motus à *Ptolemæo* descripti non habeantur pro motibus per mentem tantum separatis, sed talibus qui revera Planetis insunt; tum opus erit Vi in centro Epicycli uniuscujusque è Planetis (Saturno, Jove, Marte, Venere & Mercurio) tendente ad centrum deferentis; nempe in imaginario puncto (sive ubi corpus nullum consistit) ad imaginarium punctum; & præterea opus erit Vi in ipso Planeta quæ tendat ad centrum Epicycli; nempe Vi in Corpore, quæ tendat ad imaginarium punctum. Sed & Vires hæ, quibus quisque

Planeta

Planeta ejusque Epicycli centrum urgentur, non propagantur ultra suum punctum suumque Planetam, nec alios afficiunt; & peculiari opus est Vi ad continendum unumquodque Epicycli centrum & unumquemque Planetam in propria Orbita, ita ut nulla sit Lex quæ omnes respiciat: Gravitas autem ordinaria Satellitum Jovis & Saturni versus centra Jovis & Saturni respectiva illibata interim manet.

Postquam Veneris & Mercurii Phases per Telescopium conspectæ sunt, Systema Mundi *Ptolemaicum* à Philosophis rejectum est: inde enim clare evincitur Mercurium & Venerem Orbitis suis Solem cingere; ut in Scholio Prop. VI. est ostensum. Qui igitur pro Terræ immobilitate steterunt, Mercurium & Venerem in Epicyclis circa Solem ceu centrum moveri statuerunt, Mundi Systema *Philolaicum* in tantum amplexi, & *Ægyptiorum* Vetus postliminio reducentes; quod etiam *Vitruvio* probatur in suo de *Architectura Libro*, & Venerabili *Bedæ* in suo de *Natura Rerum*. *Ricciolus* in *Almagesto* Solis satellitio Martem adjungit, ita ut Solis sint Satellites, qui satellitio proprio non gaudent; circa Tellurem vero ceu centrum immediatum, præter Luminaria, soli rotentur Saturnus & Jupiter, qui Comites habent; atque Systema hoc fere *Tychonicum* suum dicit.

Non erit necessarium Vires earumque directionem explicare, quibus Systema *Ægyptiacum* & alterum illud paulo diversum *Ricciolicum* conservari possent: Istud enim ex supra dictis facile apparet. Prout enim illa ex supra descriptis Systematibus componuntur, ita Vires ad illa conservanda necessariæ partes sunt supra explicatarum Virium respectivarum.

SCHOLIUM.

Sectio hæc in eum finem subjungitur, ut non tantum Astronomi, (qui motuum Cœlestium multiplicitatem minime reformidant, & pro postulato habent Stellam quamvis motu quovis movere,) diversa Systemata pensitantes, quod Phænomenis optime congruat amplectantur; sed ut Physici etiam Systema eligant, quod rationibus Physicis optime respondeat; nempe vel vetus *Philolaicum* sive *Copernicanum*, quod Phænomenis congruit & conservari potest per solam Gravitatem eodem tenore per Universum propagatam; Vim nempe acceleratricem corporum omnium in omnia, quæ est in data distantia ut corpus versus quod sit, & dato corpore versus quod sit, reciproce ut quadratum distantiæ: vel *Semi-tychonicum* Prop. LXXIX. descriptum, quod eadem prorsus præstat (phænomena quod spectat) cum *Copernicano*, sed quod præter eandem istam Gravitatem, quæ requiritur ad Systema Copernicanum, (per Prop. LXXX.) opus habet Vi quâdam aliâ, cujus magnitudo & directio perpetuo mutantur; est quippe Vis ista æqualis illi, quâ Tellus versus Solem tenderet, agitque æqualiter in corpora omnia Systematis Solaris secundum rectas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione

à Sole

à Sole ad Terram: vel (si Telluri quietem omnimodam afferere certo sit constitutum) ipsum *Tychonicum* Prop. LXXXI. descriptum, paria faciens quoad Phænomena, in quo (per Prop. LXXXII.) præter duas prædictas Vires opus est aliis duabus; nempe Vi æquali in singulis punctis axis Mundi, quæ augetur pro ratione distantiæ auctæ, estque apud Lunam ad Vim gravitatis in duplicata ratione mensis periodici ad diem naturalem; & Vi aliâ simili & similiter propagatâ in singulis punctis axis Eclipticæ, quæ in solas Fixas agat, quæque apud Fixas sit ad priorem Vim in axe Mundi in duplicata ratione diei naturalis ad annum magnum, sive Periodum Fixarum super polos Eclipticæ: vel ipsum *Ptolemaicum* Prop. LXXXIII. descriptum; atqui hoc Phænomenis non congruit, ut Prop. LXXXIV. ostensum. Verum si, sepositis Phænomenis Phasium Veneris & Mercurii, ad ea sola Phænomena motûs attendatur, quæ *Ptolemæo* innotuere, & illius Systema pro vero habeatur; (per Prop. LXXXIV.) præter duo genera Virium attractricium, per axem Mundi axemque Eclipticæ æqualiter dispersarum, opus erit Gravitate acceleratrice Solis, Terræ & Lunæ versus se invicem, Planetas reliquos haud afficiente, quæ in data distantia est ut Corpus versus quod fit, & versus datum corpus reciproce ut quadratum distantiæ ab illo; & præterea Gravitate quâdam aliâ (æquali illi, quâ Tellus versus Solem tenderet) agente æqualiter in Solem, Terram & Lunam per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram. Opus præterea est Vi particulari in centro Epicycli cujusque è Planetis Saturno, Jove, Marte, Venere & Mercurio, quæ tendat ad centrum Deferentis sui; & Vi particulari in ipso Planeta tendente ad centrum proprii Epicycli, salvâ interim gravitate ordinariâ Satellitum Jovis & Saturni. Si vero vel *Ægyptiacum* (vel *Ricciolicum*) arrideat, (quod quidem Phænomenis respondere poterit,) opus erit (præter Vires in axibus Mundi & Eclipticæ residentes) Gravitate mutuâ Solis, Mercurii, Veneris, Terræ cum Luna, (& Martis,) ut in *Copernicano* & *Tychonico*, sed quæ ad Jovem & Saturnum non pertingat; & præterea Vi æquali illi, quâ Tellus versus Solem tenderet, agente æqualiter in Solem, Mercurium, Venerem, Terram cum Luna (& Martem) per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram; prætereaque Vi particulari in centro Epicycli utriusque Planetæ Jovis & Saturni, quæ tendat ad centrum sui Deferentis, & Vi particulari in ipso Jove & Saturno tendente ad centrum proprii Epicycli.

ASTRONOMIÆ

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER SECUNDUS

De Primo Motu.

IN Libro præcedente jacta ſunt fundamenta Aſtronomiæ Veræ & Phyſicæ; id eſt, Stellarum motus, prout in ipſa rerum natura revera fiunt, generatim ſunt explicati: Verum & apparentiarum habenda eſt ratio; hoc eſt, Aſtronomiæ ad illas aptatæ Elementa condenda ſunt. Sicut enim cuivis Philoſopho phænomenon Cœleſtium rationes expendenti extra dubium eſt poſitum Terram inter Planetas referri, ita cuivis viſu prædito conſtat Tellurem in Mundi medio immotam apparere, Cœlumque & omnia inibi contenta circa hanc ad ſenſum moveri. Hujus phænomeni non tantum ratio eſt reddenda, (quod in Libro præcedente hactenus eſt factum,) ſed etiam modi explicandi, quos ad Stellarum loca è Tellure viſa definienda adhibuerunt Aſtronomi, qui vel rem ita ſe habere cum vulgo ſtatuunt, vel qui Syſtema hoc apparentiarum retinendum cenſent, utut rem prorſus aliter ſe habere certo ſciant; & ex hoc Syſtemate cum vulgo plerumque loquendum, & viſui aliiſque ſenſibus ſemper & ubique à ratione & veriore Phyſica vim non eſſe inferendam. Huic igitur fini deſtinatus eſt Liber hic Secundus; Vocibus nempe in Aſtronomia uſitatis explicandis; & Sphærarum, Globorum & reliquarum Machinarum, quibus Motum præcipue Diurnum imitantur artifices & ob oculos ponunt, deſcriptioni & uſui tradendis, & generatim illis omnibus è Phyſico Syſtemate eruendis, & ſecundum apparens Syſtema tractandis & Calculo ſubducendis, quæ *Doctrinæ Sphæricæ* nomine ab Aſtronomis indigitantur: Et quamvis Doctrina hæc Sphærica à ſcriptoribus omnibus prius tradatur; ordinem tamen invertere non ſumus veriti, tam quod hâc methodo melius cavetur, ne, qui Aſtronomiam juniores diſcunt, Syſtemati Terræ immotæ primo aſſuefacti illud pro vero & indubio habeant, cui etiam à Senſibus proniores ſunt; quam quod Sphærica hæc ex *Kepleri* ſententia *multis rebus ex Theorica* (quæ eſt Doctrina de motu Planetarum proprio, Lib. præc. adumbrata) *per anticipationem petitis indiget, illa vero per ſeipſam tradi & comprehendi poteſt, nullo indigens adminiculo motûs diurni ſeu primi, aut hunc tractantis Doctrinæ Sphæricæ.*

P SECTIO

SECTIO I.

De Genesi circulorum Sphæræ, & Vocibus in Astronomia usitatis inde pendentibus.

PROPOSITIO I.

Eclipticæ & Zodiaci genesin & naturam, eorumque divisiones, item Secundariorum Eclipticæ, horumque officia exponere, & Voces in Astronomia usitatas hinc pendentes explicare.

Observator in Tellure constitutus, visu suo (quatenus non impeditur) undique æqualiter prolato, Mundum per superficiem sphæricam sibi (hoc est, Telluri) concentricam definit, & remota omnia, quorum distantia est incognita, utut revera inæqualiter admodum dissita, quasi in eadem dicta concava superficie collocari judicat, velut Fixas, Solem, ipsamque Lunam; ut Prop. XXXII. Lib. I. ostensum est. Sphæra hæc Telluri concentrica illique circundata, visu definita, & Fixis micantibus interstincta, spatii absoluti vices gerens, immota prorsus spectatur dum abstrahimus à motu diurno, quo universa hæc sphæra vel potius totum Cœlum ab oriente in occidentem spatio 24 horarum revolvitur. Cum autem, per motum Telluris annuum circa Solem, Sol è Tellure spectatus videatur ad stellas magis orientales quotidie progredi, (ut Prop. II. Lib. I. ostensum,) Sol in sphæra immobili sive spatio Mundano moveri videbitur; cujus semita inter Fixas notata *Ecliptica* dicitur, quod Luminarium Eclipses non nisi in illa contingant; ut supra est ostensum.

Stabilitâ semel Eclipticâ hâc, manifestum est quod sicut Planetarum orbitæ circa Solem non sunt in uno plano omnes, sed illorum quivis è Sole spectatus nunc in hanc nunc in illam Viæ Telluris inter Fixas notatæ partem excurrit; sic Planetæ iidem è Tellure spectati nunc in hanc nunc in illam Eclipticæ partem excurrunt, & varie etiam in iisdem Orbitarum suarum punctis excurrere videntur, pro vario Telluris situ, (ut Prop. V. & VIII. Lib. I. ostensum;) sed maximus illorum excursus intra decem gradus continetur: Astronomi igitur tractum istum Cœli stellati, quem Sol, Luna & Planetæ motibus suis insignire videntur, quique Zona est 20 gradus lata, (decem nempe ad utrumque Eclipticæ latus,) uno nomine *Zodiacum* dixere ab imaginibus animalium, quas Fixæ in isto tractu referre visæ sunt. Harum duodecim constituerunt, vel quod hic numerus aptissimus sit, quippe in partes, duas, tres, quatuor, sex & duodecim absque residuo divisibilis; vel quod, dum Sol Zodiacum spatio annuo peragrare videtur, duodecim proxime contingant Lunationes, sive Luna phases omnes duodecies subeat. Zodiaci partes hæ *Signa* dicuntur, harumque notæ sunt, Aries ♈, Taurus ♉, Gemini ♊, Cancer ♋, Leo ♌, Virgo ♍, Libra ♎, Scorpio ♏, Sagittarius ♐, Capricornus ♑, Aquarius ♒, Pisces ♓. Horum Signorum quodvis

quodvis rursus in partes 30 æquales dividitur, ut integer circulus (reliquorum omnium instar) in 360 dispescatur. Quamvis Zodiaci aut alterius circuli nullum sit proprie initium, nullus finis; Astronomi initium numerandi faciunt à primo puncto Arietis, in quo Sol è Tellure videtur cum dies noctibus æquantur, & ver incipit borealis hemisphærii Telluris incolis, quod etiam est punctum communis interfectionis Eclipticæ & Æquatoris; ut Prop. XXXIII. Lib. I. ostensum. Numeratio autem fit ab ♈ ad ♉, ♊, & ita denuo, donec ad initium ♈ reversum fuerit, in eandem plagam, in quam Sol circa Terram moveri videtur. Atque progressus in hanc plagam dicitur fieri in *Consequentia Signorum*, sive secundum eorum Seriem; in eandem nempe, in quam Sol, Luna & plerumque cæteri Planetæ moveri videntur: Sed phænomenon, quod inverso ordine sive ab ♉ ad ♈ vel ab ♈ ad ♓ fertur, dicitur contra seriem signorum sive in *Antecedentia* moveri.

Exinde vero quod Axis Telluris post plures revolutiones circa Solem à situ parallelo illi, quem prius habuerat, aberrat describens superficiem conicam, imagines stellarum migrarunt ex Zodiaci Signis, quibus olim nomina ob viciniam dederunt. Atque hoc fit non ex Stellarum aut Zodiaci motu, sed quod una cum Telluris Axe Æquator Terrestris moveatur, ita ut Æquatoris Cœlestis interfectiones cum Ecliptica, sive puncta Æquinoctialia (& proinde etiam omnia Zodiaci puncta, quatenus numeris exprimuntur) migrent in antecedentia; & Imagines sive ipsæ Fixæ respectu horum in consequentia transferri videantur; ut Prop. LXIV. Lib. I. ostensum est.

Si per Eclipticæ polos ducti intelligantur circuli innumeri, Eclipticæ ad angulos rectos occurrentes, & hujus *Secundarii* dicti; horum ope quodvis in Cœlo punctum ad Eclipticam refertur: nempe phænomenon quodvis in eo Zodiaci vel Eclipticæ puncto esse intelligitur, in quo hujusmodi semicirculus per phænomenon transiens Eclipticæ occurrit. Et phænomena, quæ hoc modo ad idem Zodiaci punctum referuntur, conjuncta dicuntur sive in *Conjunctione*; quæ vero ad opposita referuntur, in *Oppositione*. Si Zodiaci quadrans interjaceat puncta, ad quæ phænomena referuntur, dicuntur esse in aspectu *Quadrato*; si vero Zodiaci triens, in aspectu *Trino*; denique si interjaceat Zodiaci sextans, aspectum dicuntur habere *Sextilem*.

Porro, arcus Eclipticæ inter initium Arietis & dictum interfectionis punctum interceptus, & in consequentia numeratus, dicitur phænomeni vel puncti istius *Longitudo*, sicut & Secundarii arcus inter Eclipticam & dictum phænomenon aut Cœli punctum interceptus ejusdem *Latitudo* appellatur; unde & Secundariis hisce nomen *Circulorum Latitudinis* inditum. Latitudo est vel *Borealis* vel *Australis*: Cœlum enim ab Ecliptica (circulo Cœlesti, quoniam is in Cœlis primitus consideratur) in Hemisphærium Boreale & Australe ab Astronomis dividitur.

PROPOSITIO II.

Æquinoctialis Cœleſtis ejuſque Secundariorum & Parallelorum geneſin, naturam & officia exponere, & Voces in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare.

Si Æquatoris Terreſtris ſive circuli medii inter polos, ſuper quibus Tellus motu diurno circumvolvitur, planum undiquaque productum intelligatur; interſecabit illud ſphæricam Cœli ſuperficiem Telluri concentricam in circulo correſpondenti in Cœlo, & Axis Terræ productus ſignabit Polos in eadem ſphæra. Et quamvis Tellus cum ſuo Axe & Æqnatore motu annuo circa Solem deferatur, tantillus eſt tamen circulus à Terra peragratus reſpectu ſphæræ Fixarum, ut Axis & Æquator Terreſtres (ſibi ipſis ubique paralleli) producti in eaſdem ad ſenſum Fixas incidant, adeoque Fixæ reliquæ omnes, quæ eundem inter ſe ſitum retinent, eundem etiam reſpectu Æquatoris & Polorum Cœleſtium ſitum retineant, niſi quatenus Axis & Æquator in Terra ſibi ipſis paralleli non manent; de quo Prop. ſequenti. Et quoniam Tellus ſuper Axe proprio ſpatio diei naturalis revolvitur ab occidente in orientem, corpora quævis à Terra ſeparata circulnm in cava ſphæra Cœleſti Æquatori parallelum eodem tempore ab ortu in occaſum deſcribere videbuntur, oculo in Tellure poſito, qui ſe ſuumque domicilium immotum judicat; ut Prop. XXXII. Lib. I. fuſe eſt explicatum.

Verum quia Tellus circa Solem motu annuo defertur, Æquator Terreſtris ſibi ſemper parallelus non niſi bis in anno Soli ita ſe applicat, ut Sol in ejus plano producto reperiatur, & proinde Solis lumen ad utrumque Telluris polum pertingat, & quodlibet Telluris punctum motu diurno revolutum tam diu in luce verſetur quam in tenebris (ut Prop. XXXIII. Lib. I. oſtenſum eſt;) hoc eſt, non niſi bis in anno Sol motu diurno Æquinoctialem circulum Cœleſtem deſcribere videatur, quo caſu omnibus Telluris incolis dies noctibus æquantur: Namque Æquinoctialis Eclipticam interſecat in puncto in quo Sol inter Fixas apparet, cum ejus lumen ad utrumque Telluris polum pertingit, & Æquinoctium per totum Terrarum orbem efficit. In omni enim alio caſu Sol motu diurno (reliquorum Cœleſtium inſtar) circulos deſcribere videtur Æquinoctiali parallelos, inter quos eminent illi, quos Sol in cœlo deſcribere videtur, cum Poli Terræ maxime annuunt ad Solem; hoc eſt, cum Sol è Tellure in initio Signorum Cancri & Capricorni inter Fixas ſpectatur; quique proinde *Tropici Cancri* & *Capricorni* vocantur, quia Sol inde verſus Æquatorem ſtatim revertitur. Sunt & alii duo circuli circulo Æquinoctiali paralleli (quos nimirum Eclipticæ Poli motu diurno percurrere videntur; tantumque proinde ab Æquinoctialis Polis diſtant quantum Tropici ab Æquinoctiali) *Polares* dicti, vel quod ab Eclipticæ Polis per motum primum ſive diurnum deſcribantur, vel quod vicini ſint Polis Æquinoctialis, qui & *Poli*

Mundi

Mundi dicuntur, quia omnis præter Terram Mundus ſuper illos revolvi videtur ſpatio 24 horarum. Æquinoctialis circulus, ut vulgo, in 360 gradus dividitur, & gradus hi numerantur verſus eaſdem partes cum Eclipticæ aut Zodiaci gradibus; nempe ab occaſu in ortum, ſecundum ſeriem Signorum, & ab eodem etiam initio; nempe primo puncto Arietis. Sicut per Eclipticæ Secundarios quodlibet in Cœlo punctum ad Zodiacum refertur, ita per Æquatoris Secundarios ad Æquinoctialem. Et Secundarii arcus inter punctum & Æquatorem comprehenſus dicitur iſtius puncti *Declinatio*; *Auſtralis* vel *Borealis*, prout verſus hunc vel illum Polum fit. Punctum enim tantum declinare dicitur, quantum à primario hoc circulo (quippe motûs diurni in oculos maxime incurrentis medio & præcipuo) diſtat: Diſtantia hæc ſive Declinatio penes Æquatoris Secundarios eſt, qui proinde *Declinationum Circuli* appellantur. Horum præcipui ſunt *Coluri* duo, quorum alter per Eclipticæ & Æquatoris interſectiones ſive puncta Æquinoctiorum tranſiens vocatur *Colurus Æquinoctiorum*; alter priori ad angulos rectos *Colurus Solſtitiorum* dicitur, quoniam Eclipticæ occurrit in punctis ab Æquatore remotiſſimis, ubi Solſtitia celebrantur.

PROPOSITIO III.

ÆQuatoris Terreſtris ejuſque Secundariorum & Parallelorum naturam & officia exponere, & Voces in Aſtronomia & Geographia uſitatas hinc pendentes explicare.

Æquator proprie eſt circulus Terreſtris, quippe in Terra primitus exiſtens, & non niſi ratione primi motûs (qui in Cœlo eſt tantum apparens) in Cœlum invectus. Hujus vero Paralleli quatuor præcipui, duo Tropici & totidem Polares, poſſunt in Terra intelligi vel quaſi ejuſdem nominis circulis Cœleſtibus (quorum geneſin Prop. præc. expoſuimus) directe ſubjecti, vel (quod magis naturaliter fit) in ipſa Tellure primitus geniti. Et Tropici hoc pacto erunt circuli in Terra Viæ Solis diurnæ apparenti directe ſubjecti, quando Telluris Polus proximus ad Solem maxime annuit: Polares autem qui Terræ tractus definiunt quibus tunc perpetua eſt Dies aut Nox; ut Prop. XXXIII. Lib. I. explicatum eſt.

Quatuor hi circuli Æquatori paralleli Telluris globum in quinque *Zonas* dividunt; quarum *Torrida* eſt, quæ utroque Tropico continetur, viæ quippe Solis ſubjecta, & ejus radios directos & proinde fortes excipiens. Hujus incolæ dicuntur *Amphiſcii*, quoniam hominis erecti umbra movetur tam verſus dextram quam verſus ſiniſtram reſpicientis ipſam, & quod umbra meridiana verſus utrumque Polum diverſis anni temporibus projiciatur. Qui Polaribus includuntur Terrarum tractus, binas *Zonas* conſtituunt; *Frigidas* quidem, quod obliquos & proinde debiles radios Solis patiantur, qui glaciei vim hyeme & nocte longâ gelu conſtrictam, æſtate & die licet productiori, reſolvere nequeunt. Harum incolæ,

umbræ respectu, *Periscii* sunt, quod umbra (Sole non occidente) circum illos gyretur. Inter mediam Torridam & extremas Frigidas intermediæ jacent duæ *Zonæ Temperatæ*, quippe utriusque extremæ adjacentis affectionum participes: quarum *Borealis* Tropico Cancri & Polari Arctico; *Australis* vero Tropico Capricorni & Polari Antarctico clauditur. Et quamvis Veteres has solas Temperatas & habitabiles dixerint, experientiâ constat Frigidas ipsas, & præcipue Torridam, animalibus & vegetabilibus alendis aptissimas esse; aliis causis, partim Physicis partim Astronomicis, radiorum incidentiam nimis directam aut obliquam compensantibus. Temperatarum Zonarum incolæ *Heteroscii* appellantur, nempe quibus umbra meridiana versus alterum tantum polum sc. proximum dirigitur, & quibus umbra versus unam tantum plagam circumducitur, uti nobis in Zona Temperata Boreali degentibus, & umbram propriam respicientibus versus dextram.

Rursus, ad Æquatorem Terrestrem degentibus Dies Noctibus perpetuo æquantur, quoniam tam Æquator quam Circulus partem Terræ à Sole illuminatam ab obscura distinguens sunt sphæræ maximi, & igitur (per Prop. XI. *Lib.* I. *Theod.*) se mutuo bifariam secant; unde quodvis in Æquatore punctum æquabiliter motu diurno circumvectum tamdiu in luce versatur quam in tenebris. Verum incolæ extra Æquatorem versus alterutrum polum degenti Dies longiores sunt Noctibus, quando polus Terræ proximus annuit ad Solem, & longissimæ cum dictus Terræ polus maxime annuit ad Solem: Et quo magis distat incola ab Æquatore, eo longiores sunt illi Dies longissimæ, donec tandem ad Polarem æstate nulla fit Nox; ut Prop. XXXIII. Lib. I. fuse ostensum est. Hinc ergo factum est, ut *Ptolemæus* aliique Geographi Terram diviserint per circulos *Parallelos* Æquatori, à se mutuo, & ab eorum initio (ipso nempe Æquatore) ita distantes, ut longissima Dies augeatur horæ quadrante de *Parallelo* in *Parallelum*. Divisionem in minores partes neglexerunt, quippe insensibiles; & spatium hoc (licet proprie zonulam) pro indivisibili secundum latitudinem habuerunt, & ideo *Parallelum* dixerunt, subintelligentes circulum. Posito ergo ipso Æquatore primo Parallelo, secundus per ea Terræ loca transit, ubi dies longissima est horarum 12¼; tertius per ea, ubi Dies est 12½ horarum; atque ita denuo, & similiter in altero hemisphærio. Duo autem hujusmodi spatia *Clima* constituunt, quæ proinde semi-horæ augmento distinguuntur. Clima quodvis ab insigni aliquo loco prope medium sito denominarunt: Horum ergo numerantur 24 inter Æquatorem & Polarem alterutrum, quum dies maxima augeatur 12 horis. Verum Vetustiores hanc numerationem non ab ipso Æquatore inceperunt, sed primum Clima per *Meroen* Insulam traduxerunt, ubi hactenus dies longissima per integram horam aucta deprehenditur supra 12 horas, vel quod regionem hanc prope Æquatorem pro mundo recto relinquerent, respectu cujus regiones ad latera κλίματα dicuntur; vel quod interiora forsan pro inhabitatis haberent:

berent: quamvis *Ptolemæus* dicat multos etiam tum fuiſſe, qui contenderent ſub ipſo Æquinoctiali eſſe habitationes, quaſi in regione temperata, ſed ſuæ ætatis homines ad illum uſque diem illò non penetrâſſe. Ex altera parte computum Parallelorum exactum ad Polarem uſque non produxit *Ptolemæus*, cum ibi & crebriores ſint, & in Borealioribus omnia exacte nimis ſcrutari operæ pretium non duxerit. At ultra Æquatorem verſus Polum Antarcticum nomen impoſuit Climati cuivis, quo indicatur Clima iſtud ignotum tantum diſtare ab Æquatore verſus Auſtrum, quantum notum quoddam ab eodem diſtat verſus Boream; ut Clima Αντι-δια-Μερόης, Αντι-δια-Συήνης, &c.

Sicut Stellarum aut punctorum in Cœlo loca ſecundum longitudinem & latitudinem computantur per Eclipticam (circulum proprie Cœleſtem) ejuſque Secundarios; ita locorum in Terra Longitudines & Latitudines computantur in Æquatore (circulo proprie Terreſtri) ejuſque Secundariis, per polos Terræ tranſeuntibus. Hujuſmodi autem Secundarius per locum aliquem in Terra traductus iſtius loci *Meridianus* dicitur, quoniam cum per revolutionem diurnam Tellus ad eum pervenerit ſitum, ut Sol in iſtius circuli plano producto fuerit, fit Meridies; ut infra fuſius explicabitur. Loci cujuſvis *Latitudo* eſt arcus Secundarii Æquatoris ſive Meridiani inter Æquatorem & Locum interceptus: Eſtque vel *Borealis* vel *Auſtralis*, prout locus ab Æquatore verſus hunc vel illum Polum diſtat. Loci vero Longitudo computatur in ipſo Æquatore ab occaſu ortum verſus, quia Terræ aridæ terminus verſus occaſum notior eſt quam quo ad ortum finitur. Verum cum in Æquatore nullum ſit initium, neque etiam hîc, ut in Cœlis, aliquod punctum cardinale per ejus interſectionem cum Ecliptica ſignatum; Geographorum arbitrio ſtabiliendus erat Primus Meridianus, à cujus nempe interſectione cum Æquatore numerationis initium ſumeretur. Illi vero Terram aridam & habitabilem nullam agnoſcebant præter continentem, quam ipſi incolebant cum adjacentibus inſulis: Meridianum igitur Primum per locorum notorum maxime occidentalem (ut Azores, vel Fortunatas) traductum fingebant, atque exinde Terrarum loca omnia, quaqua in longum patent, ortum verſus ſecundum Longitudinem diſponebant; Locique *Longitudinem* dicebant arcum Æquatoris interceptum inter *Primum Meridianum* & *Meridianum* Loci. Ex quo vero Telluris globus circumcirca habitatus reipſâ deprehenditur, & locorum occidentaliſſimus nullus detur, paulatim prædictus Longitudinem locorum numerandi modus negligitur, in Veterum monumentis intelligendis præcipue utilis; (licet etiamnum adhiberi poſſit;) & quiſque Meridianum Urbis propriæ pro præcipuo habet, & quomodo aliorum locorum Meridiani ad ortum vel occaſum poſiti ad hunc referuntur notat, ſive quot horæ effluant, ex quo Meridianus orientalior Solem reliquit, donec occidentalior eundem aſſequatur; vel ex quo Sol orientaliorem Meridianum relinquere viſus ad occidentaliorem pertingit.

Rurſus,

Rursus, ratione Meridianorum & Parallelorum comparati incolæ Telluris, alii Geographis dicuntur *Periæci*; qui in eodem Parallelo Terrestri & oppositis Meridianis degunt. (Oppositi Meridiani dicuntur ejusdem circuli oppositæ semisses à Polis computatæ, quoniam quæ in hujusmodi oppositis semicirculis sunt loca, ad opposita Æquatoris Terrestris puncta referuntur.) Unde Periœci Tempestates Anni easdem experiuntur, propter polum Terræ utrisque proximum annuentem ad Solem, vel ab eodem abnuentem; vel, secundum apparentiam immotæ Terræ loquendo, quoniam Sol ad utriusque loci parallelum (quippe eundem) pariter accedit, & ab eodem recedit: At meridiei & mediæ noctis vices subeunt alternas, prout horum vel istorum Meridianus per Telluris revolutionem diurnam Soli subjicitur, vel (quod tantundem valet) prout Sol ad horum vel istorum Meridianum revolutione diurnâ apparente gyratus accedit; nisi fuerint in Zona Frigida, ubi die simul fruuntur. Alii rursus dicuntur *Antœci*, in eodem Meridiano at oppositis Parallelis habitantes, ita ut meridies vel media nox utrisque simul contingat; quippe qui eandem habeant longitudinem. At horum æstas evadit istorum hyems, prout Tellus motu annuo nunc ipsius polum borealem nunc australem Soli magis obvertit; vel prout Sol ad hunc vel istum Polum ab Æquatore declinat. Alii denique vocantur *Antipodes*, quod in oppositis Meridianis æque ac Parallelis versantes adversis è diametro pedibus incedant. Hisce omnia contraria eveniunt: His nimirum æstas & longæ dies vel noctes nullæ eodem tempore quo illis hyems & breves dies vel noctes perpetuæ; nox vero ibi quando hic dies, & dies quando hic nox. Patet Æquatoris incolam sibi esse Antœcum; eundem vero esse huic & Periœcum & Antipodem: Poli autem utriusque incolam sibi esse Periœcum, & ejus Antœcum eundem esse qui Antipodem.

PROPOSITIO IV.

Horizontis ejusque Secundariorum & Parallelorum genesin & naturam exponere, Vocesque in Astronomia usitatas hinc pendentes explicare.

Præter jam dictos Eclipticæ & Æquatoris circulos, respectu quorum loca stellarum è Tellure visa determinant Astronomi, est & alius *Horizon* dictus, qui est magnus ille circulus, quem quisque in planitie constitutus visu circumacto definit, quo Cœli pars conspicua dividitur ab inconspicua. Circulus hic est omnium in sphæra ad apparentiam præcipuus; quippe à quolibet Observatore vel maxime rudi statim determinatus. Ejus genesis ex vero Systemate tradita est superius Prop. XXXII. Lib. I. Verum quoniam superficies sphærica, ad quam phænomena Cœlestia referimus, Telluri non oculo concentrica intelligitur; planum per oculum Tellurem contingens hanc in æqualia segmenta non dividit, quare Horizon ibi descriptus, per sectionem dicti plani & Sphæræ genitus, *Sensibilis* proprie dicitur; quippe

quippe Senſu definitus: Et *Rationalis* iſtius ſpectatoris Horizon ille eſt, qui fit per ſectionem dictæ ſuperficiei ſphæricæ cum plano Horizonti ſenſibili parallelo, per ipſum Telluris centrum tranſeunte. Hæc autem plana parallela producta eundem in ſuperficie ſphæræ valde magnæ, in qua Fixæ ſpectantur, circulum ſignant, cum ipſa Tellus ad Fixarum ſphæram comparata puncti rationem habeat. Ex quibus patet Horizontem inter Fixas conſideratum eſſe circulum in ſphæra maximum, à puncto Vertici hominis (cujus eſt Horizon) incumbente, *Zenith* dicto, & huic oppoſito *Nadir* æqualiter undique diſtantem: Quæ proinde puncta Zenith & Nadir ſunt Horizontis Poli in quibus ſe invicem decuſſant Horizontis Secundarii per omnia Cœli puncta traducti, qui proinde *Verticales* nuncupantur, & quandoque *Azimuthi*: Horizontis vero paralleli, ſive ſupra illum verſus Zenith intelligantur, ſive infra verſus Nadir, *Almicantarath* dicuntur. Inter Circulos Verticales eminent præcipue duo, quorum alter per Zenith (communem Verticalium omnium nodum) & Mundi polos traducitur, vocaturque *Meridianus*; nempe *Cœleſtis*, quippe directe incumbens Meridiano Terreſtri: Circulus hic Horizontem interſecat in Cardinibus *Meridiei* & *Septentrionis*, illoſque ſignat. Verticalium principalium alter eſt huic ad angulos rectos, & Horizontem in punctis Ortûs & Occaſûs interſecat; & quoniam prior ille, licet Verticalis, alio item nomine ſc. Meridiani indigitatur, poſterior hic *Verticalis Primarii* appellationem ſibi habet relictam. Per Horizontem ejuſque Secundarios quodlibet in Cœlo punctum ſecundum Altitudinem ſupra aut Depreſſionem infra Horizontem, & Azimuthos diſponitur: Nempe cujuſvis puncti *Altitudo* aut *Depreſſio* eſt circuli Verticalis arcus inter dictum punctum & Horizontem interceptus: *Azimuthus* vero eſt Horizontis arcus interceptus inter cardinem Meridiei vel Septentrionis & punctum, in quo Verticalis per Phænomenon traductus occurrit Horizonti; qui *Orientalis* vel *Occidentalis* eſt, prout à Meridiano in orientalem vel occidentalem Cœli partem numeratur. Quandoque Azimuthus numeratur à Cardine Orientis vel Occidentis verſus Septentrionem aut Meridiem. At à Cardinibus hiſce perpetuo numeratur *Amplitudo Ortiva* vel *Occidua*, quæ eſt Horizontis arcus inde ad punctum oriens vel occidens numeratus, & utraque proinde *Borealis* vel *Auſtralis*; quanquam denominatio hæc primum fluxiſſe videatur à Conſtellationibus integris, quæſitumque quam amplum Horizontis ſpatium occupet oriendo vel occidendo conſtellatio quælibet.

Quatenus quælibet ſuperficiei convexæ Telluris portio, cui inſiſtit ſpectator, tanquam planum habetur Horizonti parallelum; in illo conſiderantur Ventorum Plagæ, quarum Cardinales ſunt Septentrio & Meridies, Oriens & Occidens; quæ nempe ſubſunt Meridiano & Primario Verticali ſupra deſcriptis, ſive ſectiones ſunt plani Horizontalis cum planis dictorum circulorum. Quatuor has Plagas monſtrat nobis Cœli motus; Plagam nempe Orientis, ubi Sol in Æquinoctiis

noctiis oritur: Occidentis, ubi se Sol condit eodem die: Septentrionis, quâ Polus mundi nobis Borealis hemisphærii Terræ incolis conspicitur, & Stellæ septem Triones dictæ perpetuo apparent: denique Plagam Meridiei, unde Sol nobis Medio die radiat. Voces enim Astronomicæ Terrarum tractibus in Zona temperata Boreali sitis accommodatæ sunt, quia Astronomia primum in iis solis colebatur. Mediæ totidem inter quatuor Cardinales nomina habent (in Anglicana & cognatis linguis) composita ex nominibus Cardinalium suorum lateralium, ita ut præponatur in compositione nomen præcipui Cardinis. Jam inter has octo collocatæ medio loco aliæ octo iterum ex nominibus priorum octo composita habent nomina, singula ex binorum lateralium sibi vicinorum, præposito nomine Cardinalis in compositione; unde fit, ut nomen præcipuorum Cardinum statim duplicetur, & reliquorum Cardinum nomina sint in initio & fine dictionis sic compositæ. Inter sedecim plagas, nominatas interjectæ sedecim aliæ composita habent nomina, singulæ ab una primarum octo, cui cum præpositione annectitur nomen Cardinis quorsum illa declinat; exsurguntque triginta & duæ Ventorum Plagæ, quæ sunt communes interfectiones planorum totidem Verticalium cum plano Horizontis, & ventis satis præcise distinguendis inserviunt. Pro Phænomenon vero Cœlestium Azimuthis numerandis adhibemus Horizontis gradus, incipiendo ab aliquo quatuor Cardinum; ut supérius dictum est. Porro Plagæ hæ (dum in plano Horizontali considerantur) rectæ lineæ habentur; si vero Terræ superficies tanquam sphærica consideretur, (qualis revera est,) dictarum Plagarum per Terræ superficiem productarum nulla recta est, Cardinales tantum sunt circuli; nempe qui Septentrionem & Meridiem indicat maximus atque idem cum Meridiano loci unde initium sumunt; qui vero Ortum & Occasum ostendit est circulus minor, parallelus nempe Æquatori, per locum transiens; nisi locus sit in ipso Æquatore, quo casu etiam major est; quippe ipse Æquator: Reliquæ Plagæ per Terræ superficiem productæ, quæque nunc *Rhumbi* & *Loxodromiæ* dicuntur, Curvæ sunt Spirales sui generis, Meridianos omnes in datis angulis secantes.

PROPOSITIO V.

Meridiani Cœlestis aliorumque Circulorum Horariorum genesin & naturam explicare.

Prop. III. explicatum est, qualis circulus sit Meridianus cujusvis loci in Terra consideratus; nempe circulus Terram cingens, per utrumque Polum & dictum locum traductus; & proinde maximus, quia per opposita puncta transiens. Et Meridianus Cœlestis ejusdem loci est huic in Cœlo directe superincumbens & respondens; nempe per Polos in Cœlo & loci Zenith traductus. Et quoniam Observator in eodem loco manens Tellurem & proinde sui ipsius locum ejusque verticem pro immotis habet, Meridianum Cœlestem

per

per immotos Polos immotumque Verticem traductum, tanquam circulum Cœlestem immotum concipit: verum cum Cœlum & omnia Sydera motu diurno revolvi videantur, Meridianum sui loci motûs hujus minime participem, tanquam extra Cœlum mobile concipit, Cœlumque intra illum revolutum. Et in quovis loco fit Meridies, cum Sol, per Cœli revolutionem diurnam apparentem, ad prædictum immobilem Meridianum Cœlestem supra Horizontem pervenisse videtur; media vero nox, cum Sol ad ejusdem partem infra Horizontem pertingit. Nam quoniam Meridianus hic Cœlestis per Horizontis & Æquatoris polos transit, & (per *Prop.* xv. *Lib.* I. *Sphæric. Theodosii*) Horizontem & Æquatorem hujusque parallelos omnes ad angulos rectos intersecat; patet Meridianum omnium Æquatori parallelorum circulorum segmenta ab Horizonte facta in æquales partes dividere; adeoque cum Sol per motum diurnum hujusmodi parallelum quendam describat, (arcum quidem illius supra Horizontem exstantem Diu, ejusque arcum infra eundem depressum Noctu,) constat Meridiem fieri, cum Sol ad circulum Meridianum supra Horizontem appellit, mediamque noctem cum ad ejus partem oppositam infra Horizontem latentem pertingit: unde & huic nomen est impositum. Et ob easdem rationes medium punctum moræ cujusvis Syderis supra aut infra Horizontem incidit, cum Sydus illud Meridianum attingit: Ubi simul ejus elevatio supra Horizontem est maxima, quæ & Altitudo Meridiana ejus Syderis dicitur.

Rursus, cum spatium temporis inter duos proximos meridies in 24 partes æquales (*Horas* dictas) divisum intelligatur, &, ob æquabilem Telluris revolutionem diurnam circa proprium axem, Sol æquabiliter Æquatorem aut huic parallelum aliquem super Polos Æquatoris Cœlestis describere videatur; præter Meridianum alii undecim concipiendi sunt circuli *Horarii* per Æquatoris polos traducti, qui una cum Meridiano Æquatorem in 24 partes æquales dividant; atque hi (ejusdem loci respectu) immobiles intelliguntur Meridiani instar extra sphæram positi, interea dum Cœlum æquabiliter subter illos revolvitur. Unde patet arcum Æquatoris inter duos hujusmodi circulos proximos interceptum esse 15^{gr}; nempe partem 24^{tam} integræ peripheriæ. Sed mutato Meridiano Terrestri, Observator omnes suos Horarios circulos mutat. Horarii dicuntur, quoniam Sol ad illorum quemvis per motum diurnum apparentem pervenisse spectatus, talem ante vel post meridiem Horam efficit, qualis est ordine circulus iste Meridiano orientalior vel occidentalior. Imaginari licet & alios infinitos hujusmodi circulos Horarios, prout Horam divisam supponimus in 60 scrupula prima, quorum quodvis rursus in 60 secunda dividitur, atque ita porro. Circuli hi Horarii iidem sunt positione cum Declinationum circulis, (de quibus Prop. II;) quippe Æquatoris secundarii: sed in hoc discrepant, quod Declinationum circuli una cum ipsis Stellis punctisque Cœli, quorum Declinationem mensurant, circumacti; Ho-

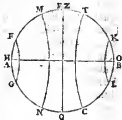
rarii vero (ut dictum est) immobiles concipiantur. In Cœlo etiam respondent Horarii Meridianis in Terra; & quidem Meridiani Terrestres sunt reipsâ circuli Horarii, & non nisi per apparentiam in Cœlum invecti. Nam sicut fit in loco dato meridies, cum Tellus motu diurno revoluta in eum situm pervenerit, ubi Meridiani planum productum in Solem incidit: ita talis est ante vel post meridiem Hora, qualis est ordine Meridianus Terrestris ille, in cujus plano producto Sol tunc reperitur, à Meridiano loci.

PROPOSITIO VI.

Varias Sphæræ Mundi appellationes, aliasque Voces in Astronomia usitatas, à varia inclinatione Horizontis ad Æquatorem pendentes explicare.

Cum pro diversitate locorum Terrestrium Horizon omnisque proinde Cœli facies; (hoc est, ipsa Mundi Sphæra) diversa fit; hanc diversitatem triplicem constituunt, pro triplici positione Horizontis ad Æquatorem. Aut enim Loci Horizon rectus est ad Æquatorem secans illum ad angulos rectos, aut obliquus, aut illum omnino non secat, sed cum eo coincidit. Quibus primum contingit, illi dicuntur incolere *Sphæram Rectam*; quibus vero secundum, *Obliquam*; quibus tertium accidit, eorum *Sphæra* dicitur *Parallela*, quod iis Stella quævis per motum diurnum videatur describere circulum Horizonti parallelum.

In Sphæra Recta, (nempe ubi Æquator E Q ad Horizontem H O erectus est, ut in Figura,) Æquator (per *Prop.* xv. *Lib.* I. *Theodosii*) per Horizontis polos Zenith & Nadir transibit: ipse ergo locus in Telluris superficie in Æquatore Terrestri erit; tales namque soli Zenith & Nadir in Æquatore Cœlesti habent. Sphæram igitur Rectam incolunt omnes, illique soli, qui sunt per longitudinem Æquatoris Terrestris dispersi. Horum Horizon per polos Mundi A & B transit (per supra citatam *Theodosii* Prop.) & quodvis in Cœlo punctum

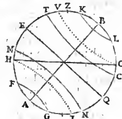


rectà super Horizontem ascendere videtur; quippe circulum motu apparenti diurno describens Æquatori (qui ad hunc Horizontem rectus est) parallelum. Et puncta, quæ simul oriuntur, simul etiam ad Meridianum pertingunt, simulque occidunt; quia poli, circa quos motus diurnus, quo Sydera Oriri, ad Meridianum pervenire & Occidere videntur, sunt tam in Horizonte quam Meridiano hujus Sphæræ. Atque ex hoc Sphæræ situ originem ducit modus reducendi puncta Cœli ad Æquatorem. Nempe *Ascensio Recta* cujuslibet in Cœlo puncti est arcus Æquatoris versus ortum numeratus, interceptus inter initium Arietis & punctum Æquatoris, quod simul cum dicto in Cœlis puncto ascendit in Sphæra Recta:

Simi-

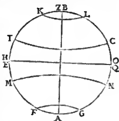
Similiterque intelligitur quid sit *Descensio Recta*: & loco Horizontis Sphæræ Rectæ, cujuslibet loci Meridianus assumi potest. Exinde quod soli Æquatoris Terrestris incolæ Sphæram habeant Rectam, ex supra dictis (præcipue ad Prop. xxxiii. Lib. I.) patet, quænam sint hujus Sphæræ affectiones; nempe noctes diebus hic perpetuo æquari, & quodlibet Cœli punctum tamdiu supra Horizontem conspici, quamdiu infra illum latet.

In Sphæra Obliqua, ubi Horizon H O Æquatorem E Q ad angulos obliquos secat; horum neuter per alterius polos transit, adeoque alter Æquatoris sive Mundi Polus supra Horizontem est, alter infra eundem: ille igitur semper apparet, hic vero latet: neque Æquator per verticem Z transibit, sed vertex erit inter Æquatorem & polum conspicuum. Hujusmodi Sphæræ duo erunt genera; vel enim polus Boreus B elevatur supra Horizontem H O, & Australis latet, vel è contra Australis attollitur, depresso Boreali. Prioris generis Sphæram habent omnes, qui inter Æquatorem Terrestrem & Polum Arcticum degunt; posteriorem, qui inter Æquatorem & Antarcticum. Et præcipua utriusque phænomena quoad æstatem & hyemem hactenus explicata videre est Prop. xxxiii. Lib. I. secundum verum Mundi Systema. Et in Systemate apparenti, cum quodvis in Cœlis punctum æquabili motu diurno describat vel Æquatorem vel illi parallelum quendam; solus vero Æquator, parallelorum autem nullus in duas æquales partes ab Horizonte obliquo dividatur; Sol & Stellæ omnes extra Æquatorem versus Polum conspicuum declinantes diutius supra Horizontem morantur quam infra; & è contra quæ versus Polum latentem declinant, diutius sub Horizonte latent quam supra eundem versantur. Atque hoc ad certum usque terminum versus utrumque Polum obtinet. Si enim Declinatio augeatur, donec Syderis distantia à Polo conspicuo minor sit quam Poli elevatio supra Horizontem, Sydus omnino non occidit: At si minor sit ejus distantia à Polo inconspicuo, supra Horizontem non ascendet; hoc est, non orietur. Et paralleli O V, H I semper conspicua & inconspicua in dato loco Sydera concludentes, Horizontemque tangentes, Veteribus quibusdam (ut *Euclidi* in *Phænomenis*, *Manilio* in *Astron.*) ejus loci *Polares* dicuntur, qui proinde majores sunt & longius à Cœlesti Polo remoti, quo locus, cujus sunt Polares, est ab Æquatore Terrestri remotior; hoc est, quo obliquior est Sphæra. Omnes autem inter Polares hosce intermediæ Stellæ vicissitudines habent ortûs & occasûs, ascensionis & descensionis. *Ascensio* Stellæ aut cujusvis Cœli puncti *Obliqua* est Arcus Æquatoris versus ortum numeratus, interceptus inter initium Arietis & punctum Æquatoris quod simul cum Stella oritur, in data Sphæra Obliqua: atque hæc pro varia Sphæræ obliquitate varia est. Et



Differentia Ascensionalis est differentia inter Ascensionem rectam & obliquam. Eademque de *Descensione Obliqua* sunt intelligenda.

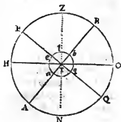
In Sphæra Parallela, ubi Horizon H O cum Æquatore E Q coincidit, unumque ex motûs diurni parallelis constituit, illorum Poli (nempe Zenith & Mundi Polus) etiam coincident: adeoque hæc Sphæræ positio solis ad binos Terræ Polos degentibus competit; omniaque Cœlestia per motum diurnum circulos Æquatori parallelos describentia, describent etiam circulos Horizonti parallelos. Unde nullus erit per motum hunc diurnum ortus aut occasus, nullaque adeo in hac Sphæra Ascensio Descensiove, nullusque Meridianus, cum hic per Polum locique verticem traducatur; cumque hi duo in hac Sphæra coincidant, circulum nequeunt determinare, quolibet verticali Meridiani nomen pari jure sibi vendicante. Solis vero phænomena ex motu Terræ annuo oriunda, in Sphæra parallela conspicua, Prop. XXXIII. Lib. I. explicata sunt; competentia nempe alterutrius Poli incolis. In Systemate vero apparenti patet Solem, dum ad illum ab Æquatore Polum declinat qui Zenith occupat, perpetuo conspici, semestremque diem constituere; sicut ex adverso semestrem esse noctem, dum Sol ad alteras Æquatoris ac proinde Horizontis partes declinat; dieique & noctis initia incidere in Solis ingressus in puncta Æquinoctialia.



PROPOSITIO VII.

Latitudo loci est arcus similis arcui elevationis Poli supra Horizontem.

Sit *a e b q* Tellus, cujus centrum T, Poli *a* & *b*, Æquator *e q*. Sumatur in hujus superficie locus quivis *l*, cujus Latitudo est *l e* arcus Meridiani inter ipsum & Æquatorem interceptus. Sit concentrica Sphæra Cœlestis, cujus Poli, Æquator, & Meridianus B, A, E Q, & B E A Q respondeant Polis, Æquatori, & Meridiano Terrestribus. Sit loci *l* Zenith Z & Nadir N; nempe in rectæ T *l* productæ interfectionibus cum superficie sphærica Cœlesti. Quare H O circulus in Sphæra maximus super polos Z & N descriptus est loci Horizon, & Meridiani arcus O B est Altitudo Poli conspicui B supra Horizontem, quem aio similem esse arcui *l e*, Latitudini nimirum loci. Nam quia A & B sunt Poli circuli E Q, est (per *Prop.* x. *Lib.* I. *Sphæric. Theod.*) angulus B T E rectus; & ob eandem rationem angulus Z T O est rectus. Si ergo ab æqualibus E T B, Z T O auferatur communis angulus Z T B, reliqui



liqui ETZ, BTO erunt æquales. Et igitur (per Prop. XXXIII. El. 6.) arcus *e l*, BO, quibus illi insistunt ad centrum, sunt similes. Q. E. D.

PROPOSITIO VIII.

C*Repusculi causas exponere, ejusque Limites definire.*

Crepusculum est crepera illa sive dubia Lux ante Solis ortum & post ejus occasum. Si nulla esset circa Tellurem Atmosphæra, neque ullus Auræ Æthereæ Soli proximæ splendor, quamprimum per Telluris motum diurnum quilibet in illius superficie locus in Telluris umbram volveretur, vel quamprimum Sol motu apparenti diurno infra ejus loci Horizontem descenderet, meræ essent tenebræ; quippe Spectator à radiis Solaribus relictus luce destitueretur: Verum non tantum Sol, sed & Soli proxime circumfusa aura Ætherea (illiusque quasi Atmosphæra accensa) etiam splendet; cumque hæc oriendo aut occidendo tempus majus insumat quam ipse Sol, ante Solis ortum Aurora manifestâ circulari figurâ enitetur, surgens in claritatem figuræ ejusdem, quæ est istius segmenti circuli hactenus orti Atmosphæræ Solaris, & diversa prorsus ab illa, quæ ab illuminatione Atmosphæræ Terrestris ab ipso Sole facta procedit: Quod & de Crepusculo post Solis occasum similiter est intelligendum. Verum quià materia splendens ob Solis viciniam nunc magis nunc minus splendet, Crepusculi hinc orti termini non erunt usque adeo certi, præsertim cum conjungatur cum alia potentiorique Lucis hujus creperæ causa. Nam postquam Telluris incola superficiei insistens ultra Lucis metas in Telluris umbram revolvitur, Telluri circumjecta Atmosphæra, satis longe supra Terram expansa, etiamnum illuminatur, locumque observatoris radiis reflexis illustrat. Hæc etiam causa subinde mutatur, prout plures aut pauciores in Atmosphæra suspensæ reperiuntur particulæ, radiis Solaribus reflectendis aut aliter ad nos detorquendis idoneæ; & prout particulæ hæ in majorem aut minorem emergunt altitudinem, quod ab Aeris (quippe fluidi cui innatant) gravitate per Baroscopium indicanda pendet. Nam si prope Terræ superficiem humiles admodum hærerent, statim etiam & hæ, paulo post cum loco cui incumbunt in umbram revolutæ, radios Solares non amplius exciperent: Si vero aut raræ admodum in expanso spatio natarent, aut lumini detorquendo parum idoneæ, lumen Solis aut non omnino aut saltem tenuissimum & movendo sensui vix sufficiens ad nos mitterent; sicut revera experimur in expanso illo omni extra Telluris umbram, quod (licet perpetuo radiis Solaribus pateat) tam debile lumen versus nos remittit, ut vix illius nomen sortiatur.

Cum ex utraque causa Crepusculi duratio varia fit, observatione tamen constat Diluculi matutini initium plerumque fieri, cum jam Sol non amplius quam 18^{gr} infra Horizontem deprimitur; & vespertino Crepusculo finem imponi, cum Sol ad similem profunditatem

tatem

tatem pervenit. *Tycho* quidem depressionem Solis, quæ Crepusculo terminum ponit, 16^{gr} esse vult: Alii ad 19^{gr} usque hanc extendunt; donec nimirum Fixæ minimæ cerni possint. *Cassinus* ex propria observatione ad 17^{gr} tantum hanc extendit. *Ricciolus* ex sua hanc aliam mane, aliam vespere, & diversis anni tempestatibus diversam invenit.

SCHOLIUM.

Crepusculo cognatum videtur Lumen istud ab oculatissimo D. *Cassini* primum Anno 1683. paulo ante Æquinoctium Vernum vespere observatum, à Sole Orientem versus secundum Eclipticam protensum. Sequentes observationes ipsius D. *Cassini* & D. *Fatio* evicerunt Lumen hoc ab utroque Solis latere diffundi secundum Eclipticam fere, sed ordinario ab hac ad septentrionem potius quam ad meridiem deflectere. Forma est utrinque acuminata; cuspides binæ à Sole nunc magis nunc minus distantes, initio duobus Signis aut paulo amplius à Sole remotæ, & post tres annos distantia in tria Signa aut etiam 100^{gr} excrevit: ejus latitudo est ultra 30^{gr} prope Horizontem: nequit vero Phænomenon hoc conspici ubi latissimum est; nempe ad ipsum Solem secundum latitudinis circulum. Ejus latera sunt fere recta, nonnihil quandoque circa medium, Solem inter & alterutram cuspidem, gibba; angulo nunc majore nunc minore ad invicem inclinata. Angulus hic in mediocri sua quantitate circiter 21^{gr}. Ex hisce patet Phænomenon hoc Luminosum simul cum Sole iisdemque passibus per Eclipticam moveri: quod & de utraque cuspide etiam verum est; nisi quatenus hæ per totius incrementum aut decrementum à Sole magis minusve distant. Claritas ejus est Viæ Lacteæ Caudæve Cometæ claritati haud absimilis, hujusque instar translucens; in medio major, versus extrema minor, sensim deficiens, & in circumfuso cæruleo Cœlesti exstincta: Unde diversis Observatoribus pro oculorum acie, eodem tempore & loco diversæ magnitudinis, & pro Cœlo puro aut turbido, Crepusculi proprie sic dicti & lucidiorum Syderum absentia vel præsentia, magis minusve extensa varieque terminata, mane semper debilior quam vespere apparet. Lumen hoc propter crepuscula pernoctia nequit mediâ æstate in regionibus prope alterutrum Polum conspici; mane & vespere ejusdem diei circa mediam hyemem (silente Lunâ) videri potest: in locis prope Æquatorem idem quovis anni tempore fiet. In locis quibusvis eo clarius videtur, quo ad Horizontem erectum magis; quippe ex Crepusculo & Vaporibus prope Horizontem hærentibus magis exstans: adeoque in regionibus hisce Borealibus optime videtur mane post Æquinoctium Autumnale, ineunte scil. *Octobri*; & vespere, exeunte *Februario*; Eclipticâ, secundum quam protenditur, tum (initio & fine Crepusculi tunc brevissimi) ad Horizontem magis erectâ; punctis Æquinoctialibus in illo constitutis.

Corpus (aut potius corpusculorum congeries) cujus hæc sunt Phæno-

Digitized by Google

Phænomena, videtur Lentis formâ Solem ambire; ut D. *Fatio* conjecit. Planum per Lentis aciem eſt in Eclipticæ plano, aut ſaltem non procul ab illo: ipſa acies inter Orbitas Veneris & Telluris, aſt huic propior. Particulæ iſtud lentiforme ſpatium replentes (ut Atmoſphæræ Solaris particulæ, de quibus modo dictum) lumen Solis reflectendo prædictam ſpeciem producere videntur: Annulus enim, cujus oppoſitæ facies planæ ſunt & parallelæ, Ellipſeos ſpeciem præ ſe ferret, verſus cuſpides obtuſiorem quam Phænomenon hoc. D. *Caſſini* particulas haſce Solis lumen remittentes, ſpatio hoc contentas, pro innumeris Planetis habet, cum ſeparatæ, Planetarum inſtar, motus ſuos circa Solem exerceant; quo modo Lumen hoc matutinum & veſpertinum ab innumeris Planetis ortum ducit, ſicut Via Lactea ab innumeris Fixis.

D. *Fatio* Lumen hoc Mundo coævum eſſe ſuſpicatur: *Caſſinus* è contra, brevi ante primam ejus obſervationem à ſe factam natum eſſe, atque illud duobus ante annis non exſtitiſſe, cum in loco, quem tum obtinere debuit, Cœlo intentus Cometam oculis frequenter intueretur. Illud vero antea exſtitiſſe, poſteaque evanuiſſe ſatis ducit veriſimile ex hiſtoriis antiquis, quæ illud deſcribere videntur; præſertim vero ex obſervatione D. *J. Childrey*, qui illud proculdubio vidit, ut patet ex ejus deſcriptione pag. 183, 184. in monito ad calcem *Libri*, quem ſub titulo *Britanniæ Baconicæ* idiomate *Anglico* Anno 1661. edidit; quippe eodem in loco, iiſdemque conſtellationibus, quibus iſtâ anni tempeſtate nunc apparet. Ejus verba latine reddita hæc ſunt: *Aliud inſuper eſt, quod Mathematicorum obſervationi commendatum volumus*; *nimirum Menſe Februario, pauloque ante & poſt hunc (ſicut per plures annos obſervavi) circa horam ſextam à Meridie, cum Crepuſculum Horizontem jam pene deſeruit*, Semita Luminoſa *à Crepuſculo verſus Pleiadas porrecta, illaſque quaſi contingens, ſe plane videndam præbet. Semita hæc quavis tempeſtate ſerena videtur*; *optime autem illuni Nocte.* Et paulo poſt: *Credimuſque Phænomenon hoc olim exſtitiſſe, & dehinc ſemper ad dictam anni tempeſtatem appariturum. At quænam ſit illius cauſa & natura, conjecturis aſſequi nequeo*; *ſed poſterorum indagini relinquo.*

PROPOSITIO IX.

Quid per Stellarum Ortum & Occaſum Poeticum intelligatur, explicare, ejuſque ſpecies, Coſmicum nempe, Achronycum & Heliacum exponere.

In præcedentibus actum eſt de vero ortu & occaſu ſyderum; aſcenſu nimirum ſupra Horizontem certi loci, & deſcenſu infra eundem, ſive potius depreſſione dati Horizontis infra ſydus, & elevatione ejuſdem ſupra illud; atque iſtud quidem abſque ulla Solis conſideratione. Comparandi vero jam ſunt ortus & occaſus Syderum cum motu Solis per Eclipticam, adeoque cum luce diurna

& cum Anni Tempeſtatibus. Hiſce enim ſignis veteres Agricolæ & ex eorum traditionibus Scriptores rei ruſticæ, nec non & Medici, Poetæ & Hiſtorici ſunt uſi ad Anni Tempeſtates deſignandas, qui proinde ſine harum vocum explicatione intelligi non poſſunt.

Tres vulgo numerantur ſpecies ortûs & occaſûs Poetici, *Coſmicus*, *Achronycus* & *Heliacus*. Oriri *Coſmice* vulgo dicitur Stella, quæ oritur oriente Sole, & occidere Coſmice, quæ occidit oriente Sole; adeo ut ortus & occaſus Coſmicus idem ſit ac matutinus, quaſi principium diei artificialis, ſive Solis ortus idem ſit qui Mundi ipſius. Oriri vero & occidere *Achronyce* vulgo dicitur Stella, quæ oritur vel occidit occidente Sole; adeoque Achronycus ortus vel occaſus idem ſonat atque veſpertinus. *Keplerus* vero haſce voces alio ſenſu accipiendas contendit; ita nempe ut oriri & occidere *Coſmice* idem ſonet quod ſupra Horizontem aſcendere, vel infra illum deſcendere; oriri vero aut occidere *Achronyce* ſit idem quod oriri aut occidere in Solis oppoſito, ſive in altero Acro aut termino Noctis: quo ſenſu & *Ptolemæus* & ad hunc uſque diem Aſtronomi plerique Planetam Achronycum appellant, cum eſt Soli oppoſitus & totâ nocte fulgidus: Adeo ut oriri Achronyce ſit, ut vulgo, idem quod oriri occidente Sole; occidere vero Achronyce idem ſit quod occidere oriente Sole; qui occaſus vulgo Coſmicus dicitur.

Oritur Stella *Heliace*, quando quæ prius latebat ſub radiis Solis, ſic ut eodem fere tempore cum Sole & oriretur & occideret, poſtridie è radiis Solis emerſit in tantum, ut Sole latente ſub Horizontem ipſa primum cerni poſſit, jamjam vel occubitura ſub Horizontem vel exſtinguenda ſuperventu lucis diurnæ. Occidit vero Stella *Heliace*, quæ cum prius, Sole non multum infra Horizontem merſo, adhuc cerneretur ſupra, jam in tantum ſe condidit Solis radiis, ut poſtridie orta ex Horizonte, vel occubitura ſub illum, cerni amplius non poſſit. Si nullum eſſet crepuſculum, Ortus hic & Occaſus ejuſdem ſtellæ Heliacus (qui rectius Apparitio & Occultatio dicerentur) non niſi per unicum diem utplurimum inter ſe diſtarent. Nam in illo caſu Stella vel ante Solis ortum conſpiceretur, ſi ejus aſcenſio obliqua in dato Horizonte vel tantillo minor eſſet quam ea Solis, vel poſt ejus occaſum cerneretur, ſi tantillo major. Immo ſi nulla prorſus eſſet Atmoſphæra, ſtellæ minimæ vel interdiu ipſo Sole lucente conſpicerentur. Ratio enim, cur nunc non apparent, hæc eſt: Atmoſphæræ particulæ à Sole fortiter illuſtratæ tam vividam ſtipatamque lucem in oculum ſpectatoris effundunt, ut retina (aliudve ſi quod ſit viſûs ſenſorium) debili admodum ſtellulæ imagine prorſus non moveatur, illamque proinde non videat. Quod ſi nulla eſſet Atmoſphæra Telluri circumfuſa, nec circumjecta ulla Terreſtria corpora quæ lumen reflectant; ſi Solis radii directi ab oculo arcerentur, oculus à radiis corporis aut valde lucidi aut fortiter illuſtrati (ſimiliter atque nunc noctu) vacuus ſtellas minimas clare videret, niſi hæ ſub Atmoſphæra Soli circumfuſa laterent: hæc enim cum Sole corpus unum lucidum conſtituunt. Cum vero

pro

pro minore Stellæ claritate majore opus fit depreffione Solis infra Horizontem, ut ea cernatur; patet Occafum Heliacum citius fieri & Ortum tardius. Ac primo, opus eft totali Crepufculi abolitione feu Solis depreffione 18^{gr}, ut Stellæ minimæ cernantur: pro fextæ magnitudinis Stellis cernendis Opus erit depreffione Solis 17^{gr}, & ita denuo, donec ad primæ magnitudinis Stellas cernendas, in Horizontis ea Plaga quæ ad Solem eft, opus fit Solis demerfione 12^{gr}. Planetæ clariore plenioreque fulgentes luce tantâ non opus habent, adeo ut Marti & Saturno Gradus tantum 11 debeantur; Jovi & Mercurio circiter 10: Veneri vero cernendæ 5^{gr} demerfionis neceffarii vulgo habeantur; quamvis hæc etiam fplendente Sole non raro cernatur, licet non ad Ortum vel Occafum Heliacum. Verum hæc in Planetis pendent à varia illorum à Tellure diftantia, & pleniore orbe minufve pleno inferiorum.

Stellæ omnes Fixæ fub Zodiaco fitæ, item Planetæ fuperiores Saturnus, Jupiter & Mars, quos nempe Sol motu annuo verfus orientem facto antevertit, oriuntur Heliace mane, paulo ante Solis ortum; nempe paucis poft diebus quam Cofmice oriuntur: occidunt vero Heliace vefpere; paulo nempe ante quam Achronyce occidunt. Luna vero, quæ Solem perpetuo antevertit, oritur Heliace vefpere; cum nempe nova ex radiis Solaribus emergit: occidit vero Heliace mane, cum jam vetus ad conjunctionem cum Sole properat. Inferiores vero Venus & Mercurius, qui aliquando Solem antevertunt, aliquando verfus occidentem poft Solem relinquuntur, (ficut Lib. I. fufe eft oftenfum,) quandoque Heliace oriuntur mane, cum nempe retrogradi funt; quandoque vefpere, cum directi; quod & de Occafu Heliaco fimiliter eft intelligendum. Fixæ vero, longe extra Zodiacum verfus Polum elevatum pofitæ, poffunt uno eodemque die fimul & oriri & occidere Heliace, aliafque fubire viciffitudines hujufmodi ortûs & occafûs refpectu; ut confideranti patebit.

Græci & *Romani* olim utebantur Anno ad Solis motum non exacto; unde fiebat ut nunc prævenirent Solem, nunc fequerentur. Cum autem Tempeftates Anni non revertantur cum erroneo Calendario, fed cum Sole & Solftitiis; ut operæ rufticæ, domefticæ, militares, fuâ quæque tempeftate fierent, Veteres propofuerunt ortus & occafus Syderum Calendarii loco. Cum enim ftellæ Fixæ ab Æquinoctialibus & Solftitialibus punctis non nifi lente admodum & motu tum temporis vix percepto moverentur, non dubitabant Solem ad eundem refpectu ejufdem Stellæ locum reverfum, ad eundem etiam refpectu Æquinoctiorum & Solftitiorum fitum denuo perveniffe; hoc eft, cum eadem Fixa rurfus Cofmice, Achronyce aut (quod præcipue attendebant) Heliace oritur vel occidit, eandem rurfus Anni Tempeftatem Orbi redditam, ac proinde ad eafdem operas revertendum effe; adeo ut ftatas Anni Tempeftates *Sydera* appellarent. Verum deprehenfum eft Fixas poft elapfos plurimos annos ex fedibus fuis exceffiffe; adeoque fi dies Ortûs vel Occafûs datæ Fixæ apud Veteres ad noftrum Calendarium reducendus

R 2 fit,

ſit, ratio eſt habenda motûs Fixarum intermedio tempore facti. Verum cum hodie exemplaria Calendarii facile comparari poſſint, & Calendarium Romanum (quo nos utimur) ad Solis motum, quo Anni Tempeſtates ordinantur, propius accedat quam Fixarum Ortus & Occaſus; fit ut paulatim obſervatio hujus Ortûs & Occaſûs neglecta jaceat, nec ab aliis uſurpetur quam à Poetis, qui Tempora per circumſtantias tam varii Ortûs & Occaſûs tot Syderum (quibus nihil pulchrius) deſcribere & veluti pingere ſolent; quamvis plerumque erroneè, quippe qui Calendarii noſtri diem per ejuſdem Stellæ ortum deſcribunt nunc, per quem recte deſcribebatur tempore Cæſaris, cum tamen tempora diſcrepent 14 diebus fere.

SECTIO II.

De Temporis Diviſione, aliiſque hinc pendentibus.

PROPOSITIO X.

Temporis Diviſionem in Horas Dies & Hebdomadas, Voceſque in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare.

Hactenus geneſin circulorum ſphæræ in Syſtemate Mundi apparenti, & voces in Aſtronomia uſitatiores inde pendentes explicuimus: Cum vero nullæ voces in Aſtronomicis ſæpius occurrant quam illæ, quibus Temporis ſpatium aliquod indicatur; neceſſe eſt ut de hiſce breviter hic agamus, Temporiſque diſpoſitionem Civilem obiter oſtendamus, quatenus in calculo Aſtronomico uſurpatur.

Temporis partes præcipuæ ſunt *Dies, Hora, Menſis* & *Annus*. Inter has primo occurrit *Dies*, (quippe ſpatium temporis notiſſimum;) eſtque vel Naturalis vel Artificialis. *Naturalis* dies eſt duratio integræ revolutionis apparentis Solis circa Terram. *Artificialis* eſt illa ejus pars, quâ Sol eſt ſupra Horizontem; opponiturque *Nocti*, quæ pro mora Solis infra eundem accipitur: Naturalis vero Dies utrumque comprehendit. Dies Naturalis vel eſt Aſtronomicus vel Civilis; qui quidem inter ſe non differunt niſi principio, pro Civitatis conſuetudine & Aſtronomorum placito: eſtque Aſtronomicus temporis ſpatium quod effluit ex quo Sol datum Meridianum Cœleſtem reliquit, donec ad eundem proxime revertatur; hoc eſt, ſpatium quo revolutio integri Æquatoris Cœleſtis peragitur, & præterea iſtius ejus partis quæ reſpondet Eclipticæ portioni, quam interim Sol motu annuo in ortum percurrit. At quia Æquatoris portio hæc Æquatori integro ſuperaddita non eſt ubique æqualis, (licet ejus quantitas mediocris ſit unius proxime gradûs,) tam propter Eclipticæ obliquitatem, quam quod motus Solis annuus circa Terram apparens non eſt æquabilis, Dies Naturales ſive Aſtronomici non ſunt præciſe inter ſe æquales: verum de inæqualitate hac inferius proprio loco agetur; minutias enim nunc negligimus. Aſtronomi plerique Diem inchoant

inchoant à Meridie. *Copernicus* vero *Hipparchum* secutus à media Nocte, quod in Tabulis *Prutenicis* dictis retinetur. Civitates variæ varium Diei initium statuunt. *Babylonii* Diem auspicabantur ab ortu Solis; *Judæi* & *Athenienses* ab occasu, quod etiamnum faciunt *Itali*. *Ægyptii* à media Nocte, quod etiamnum apud *Britannos*, *Gallos*, *Germanos*, aliasque *Europæ* gentes obtinet. Immo tacite olim à *Judæis* idem fiebat. Naturaliter enim Noctem, quam somno & silentio transigimus, partim ad præcedentem, partim ad insequentem Diem referimus; hoc est, Νυχθήμερον à media Nocte incipimus. *Umbri* olim à Meridie, quod adhuc *Arabes* retinent.

Licet dies Artificialis olim vix aliâ ratione vulgo divideretur quam in Matutinum Meridianum & Vespertinum tempus, & nox in Vigilias; posterius tamen dies Naturalis accuratius in 24 partes dividebatur, *Horas* dictas. Hora alia est æqualis, alia inæqualis. *Æqualis* est pars diei naturalis vigesima quarta. Hujusmodi Horâ semper usi sunt Astronomi, & nunc omnes fere gentes eâ utuntur. Horam primam, secundam, tertiam & ita denuo usque ad 24^{am} ab initio Noctis (Diei quippe Civilis principio) numerant *Itali*; eorumque horologia ita comparantur. Nos autem cum *Gallis*, &c. non 24 sed bis 12 Horas numeramus; forte ne tædiosus esset pulsuum ab horologio factorum numerus. Unde fit ut bipartiamur diem in Horas ante & post Meridiem. Licet Hora vulgo dividatur in quatuor tantum Quadrantes, (qui & à quibusdam Puncta dicuntur,) cum ulterior divisio in plerisque negotiis inutilis sit; Astronomi (& nunc politiores quique) illam in 60 scrupula prima, & quodlibet primum in 60 secunda subdividunt. *Hora inæqualis* est pars duodecima diei Artificialis, & pars item duodecima noctis. Dicitur etiam Temporaria, quod diversis anni temporibus variæ sit quantitatis. Sic hora diurna æstiva longior est hybernâ, & nocturna brevior; & hora diurna æstate longior est nocturnâ, & hyeme brevior: Tempore vero Æquinoctii diurnæ horæ nocturnis æquales sunt, & horæ hæ inæquales tunc eædem sunt cum æqualibus supra descriptis; unde & æquales illæ horæ ab Auctoribus *Æquinoctiales* appellantur. Horis hisce temporariis usi sunt *Judæi*, *Græci* & *Romani*. Qui mane vel vespere civilem diem inchoant, id faciunt, quod Sol tum sit in Horizonte, circulorum sphæræ maxime sensibili. Illi hoc habent commodi, quod ex ipso horarum æqualium numero sciant quota pars diei naturalis, hoc est, quantum temporis elapsum sit ab ortu Solis; hoc vero incommodi, quod tempora occasûs Solis, Meridiei & mediæ noctis, diversis anni tempestatibus diversis horarum numeris insigniantur, qui non nisi per computationem innotescant: Hi hoc habent commodi, quod immediate dignoscant quantum temporis adhuc restet ad Solis occasum, ut itinera aliósque labores huic accommodare possint; & hoc incommodi, quod non nisi per computationem horam ortûs, Meridiei mediæque noctis numerare possint. Qui à meridie mediave nocte diem civilem auspicantur, hoc faciunt, quod Sol sit tunc in

maxima elevatione aut depreſſione; at nomen horæ, quâ Sol oritur occiditve, non niſi ſubducto quaſi calculo tenent. Qui vero horis inæqualibus modo deſcriptis uterentur, Solis ortum & occaſum perpetuo per duodecimam horam indicarent; Meridiem & mediam noctem perpetuo per ſextam; ſolamque horæ quantitatem calculo dignoſcendam haberent.

Hebdomas eſt dierum collectio omnium antiquiſſima; ut ex Sacro Codice conſtat. Hâc uſi ſunt olim *Judæi*, & à Chriſtiana Fide recepta gentes aliæ. Cuilibet Hebdomadis diei nomen impoſitum eſt à Planetarum aliquo, hâc ratione: cum Horæ diei naturalis ſint vigintiquatuor, Planetæ vero ſeptem, hoc ordine in Syſtemate vulgari, Saturnus, Jupiter, Mars, Sol, Venus, Mercurius, Luna; inceperunt à prima Hebdomadis *Judaicæ* die, tribuentes Soli (authori diei) primam illius Horam, Veneri ſecundam, tertiam Mercurio, quartam Lunæ, tum incipientes à Saturno quintam eidem tribuebant Horam, & ita deinceps; unde fit ut diei ſequentis Hora prima Lunæ contingat, ac proinde iſti Hebdomadis diei nomen de ſuo imponat: Quod in ſequentibus ad Hebdomadis finem uſque continuatur.

PROPOSITIO XI.

T*Emporis Diviſionem in Menſes, Annos, horumque varia genera & collectiones explicare.*

Licet *Menſis* ſit proprie ſpatium temporis, quo Luna Zodiacum percurrit; cum tamen duodecim præterpropter labantur Menſes interea dum Sol Eclipticam ſemel peragrat, factum eſt ut *Menſis Solaris* nomine veniat etiam tempus illud, quo Sol Zodiaci Signum percurrit; quod fit diebus fere $30\frac{1}{2}$. Rurſus, *Lunaris* Menſis alius eſt *Periodicus*, quo Luna digreſſa ab aliquo Zodiaci puncto ad idem revertitur, eſtque paulo minor diebus $27\frac{1}{3}$; alius *Synodicus*, paulo major quam dierum $29\frac{1}{2}$, quo Luna omnes Phaſes ſubit, & ob hoc in Temporis notatione uſûs præcipui. Uterque Menſis, tam Solaris quam Lunaris Synodicus, vel eſt *Aſtronomicus* (de quo hactenus) vel *Civilis* pro civitatis cujuſque inſtituto. Gentibus enim quibuſdam, ut *Ægyptiis*, Solares placuere Menſes, quorum quemvis poſuerunt 30 dierum; atque ut annum complerent, poſt duodecim hujuſmodi Menſes poſuerunt quinque dies confectos ex duodecies denis illis horis, quibus Menſis quiſque Solaris 30 dies ſuperat. Pleriſque autem Veteribus Lunaris Synodicus Menſis placuit, ut olim *Judæis*, *Græcis*, & ad *Julii Cæſaris* tempora *Romanis*; & hodie *Muhammedanis*. Verum ut hujuſmodi Menſes Lunares, qui ex integris diebus non conſtant, ad uſus civiles (in quibus dierum fragmenta conſiderari nequeunt) aptentur; Menſes Civiles alternatim dierum 30 & 31 conſtituebant, (illos *Plenos*, hos *Cavos* dixere;) ſic ut duo hujuſmodi Menſes duobus Lunaribus, quorum quiſque eſt dierum $29\frac{1}{2}$ æquarentur; & ut Novilunium à Menſis

Civilis

Civilis die primo ſenſibiliter non digrederetur in Annorum aliquot curriculo.

Annus aliquando accipitur pro tempore revolutionis Planetæ per Zodiacum; quo ſenſu Menſis quandoque Annus dicitur: immo & interdum pro Tempore integræ revolutionis apparentis Fixarum per Zodiacum, quod *Annum Magnum* vocant: *Annus* autem proprie eſt Tempus, quo Sol Zodiacum perluſtrat. Eſtque duplex, Aſtronomicus vel Civilis: & Aſtronomicus rurſus duplex etiam pro duplicibus Solaris revolutionis metis; Sydereus nempe & Tropicus. *Sydereus* Annus eſt ſpatium temporis, quo digreſſus Sol ab aliqua Fixa ad eandem revertitur; eſtque dierum naturalium 365, horarum 6, ſcrupulorum primorum fere 10. *Tropicus* ſive *Vertens* eſt quo digreſſus Sol ab uno punctorum cardinalium, Æquinoctiali nimirum aut Solſtitiali, ad idem revertitur; qui Sydereo aliquanto eſt minor, quia ipſa Eclipticæ puncta cardinalia regrediuntur, & Soli obviam quaſi facta efficiunt ut Sol ad idem Eclipticæ punctum revertatur aliquanto citius quam ad eandem Fixam, ubi punctum iſtud Eclipticæ fuerat, cum Sol prius in dicto puncto verſaretur: eſtque Annus Tropicus dierum 365, horarum 5, ſcrupulorum proxime 49$\frac{1}{2}$; deficiens utique à Sydereo ſcrupulis fere 21.

Annus *Civilis* eſt ſpatium temporis, ad quod motus Solis vel Lunæ vel utriuſque digitum intendit, populari cujuſque gentis inſtituto receptum. Ex quo patet tres eſſe Anni Civilis formas; aut nempe erit pure *Lunaris*, aut pure *Solaris*, aut ex utroque compoſitus *Luni-Solaris*. Annus *Lunaris* conſtat ex duodecim Lunationibus ſive Menſibus Synodicis, qui diebus 354 abſolvuntur, poſt quos finitos Annum Civilem denuo incipiunt. Cumque hic à Solari Anno vertente, qui tempeſtates reducit, deficiat diebus 11; fit ut Anni hujus initium nunc in ver incidens poſt 8 annos incidat in hyemem, inde poſt alios totidem in autumnum, poſt in æſtatem, & denique exactis annis circiter triginta & tribus, rurſum in ver tranſeat. Atque hic vocatur *Annus Lunaris Vagus*, quod ejus initium vagetur per omnes Anni tempeſtates, idque unius hominis memoriâ: dicitur & *Solutus*, nempe à motu Solis, qui in illius ordinatione prorſus non conſideratur. Tali anno utuntur *Turcæ*; & primo excogitatus videtur in regionibus, ubi diſcrimina æſtatis & hyemis non ſunt admodum evidentia; & ubi, ob Aſtronomiæ defectum, reditus Solis in puncta Zodiaci cardinalia, qui Annum Solarem definit, non facile cognoſcitur: unde factum eſt, ut ſigna temporum à Luna petentes exordia ſuorum Annorum ab exordio Phaſium petierint; nulluſque ſit Lunationum numerus, qui tam prope ad Solarem Annum (cujus aliquam ſaltem cognitionem habebant) ac duodenarius accedebat. A Luna etiam petendam eſſe rationem crediderim, cur Diem civilem ab occaſu Solis inchoarent: neceſſe enim habebant Diem civilem ſimul cum Anno & Menſe inchoare; hoc eſt, cum Novilunio, quod initio non aliter quam per oculorum indicium dignoſcebant; cum nempe veſpere immediate poſt Solis occaſum

occaſum novam Lunam ſpectarentur. Et hinc etiam factum eſt, quod hujuſmodi Menſis dies prima, ſecunda, tertia &c. vocetur Luna prima, ſecunda, tertia &c. & Dies Plenilunii conſequenter quarta decima Luna.

Veteres, qui Lunarem Annum retinere volebant, illum tamen ita ad Solarem ligare, ut ejus initium quodammodo fixum cenſendum ſit, retineatque Anni Cardines per tempeſtates indicatas, ne à Menſibus ſuis multum dilabantur, Menſibus utebantur Intercalariis ſive Embolimæis. Ac primo ex undecim diebus reliquis ex quovis Anno Solari, poſt finitos duodecim Menſes Synodicos, ſpatio trium Annorum Menſem conficiebant integrum, tertio quoque Anno intercalandum. Verum cum ne hoc artificium exactum eſſet, tres Menſes, quorum quivis eſt 30 dierum, intercalabant in octo Annis: (nempe poſt tertium, quintum & octavum, alii vero aliter;) tandemque 8 Menſes in Annis 19. Unde patet horum Annorum quoſdam eſſe ſimplices, dierum nempe 354 vel 355, quot ſunt in Lunari Vago; quoſdam embolimæos ſive intercalarios, dierum 384 vel 385, cum nempe Anno inſunt tredecim Lunationes. Horum Annorum Lunarium fixorum, ſive Luni-ſolarium, eſt uſus apud *Judæos* & Eccleſiaſticos Pontificios.

Annorum Solarium, ſive ad unicum Solis motum atque hinc pendentes Tempeſtatum viciſſitudines comparatorum, tria ſunt genera; *Ægyptiacum* nempe, *Julianum* & *Gregorianum*. *Annus Ægyptiorum* eſt dierum 365, quem in duodecim Menſes Solares diviſerunt, quorum quiſque dierum 30, & quinque dies ad finem ſuperadjectos, (qui ἐπαγόμεναι dicebantur;) ſicut ſuperius dictum. In hujus Anni conſtitutione nulla eſt motûs Lunæ habita ratio: Verum cum deficiat hic Annus à Solari Tropico horis 5, ſcrupulis 49, ſive fere 6 horis; quatuor Annis antevertit Solarem Tropicum uno fere die integro, adeoque annis 1460 initium ejus vagatur per omnes Anni tempeſtates; unde quodammodo Vagus dici poterit, licet unius hominis ætate, ſive annis 60, illum non amplius quam 15 diebus antevertat.

Julius Cæſar deprehendens Annum *Ægyptiacum* ideo antevertere Tropicum, quod ſex horæ, quibus à Tropico deficit, prorſus negligantur in ejus conſtitutione; ideo ſex haſce horas Anno *Juliano* cuivis addidit, adeo ut *Julianus* quiſque ſit dierum 365, horarum ſex. Verum quia fragmentum hoc, ſive diei quadrans, in uſu civili conſiderari nequit; ex illis conflatum in quatuor Annis diem quarto cuique Anno addidit inter 23^{tium} & 24^{tum} diem *Februarii*, (quia ante *Cæſarem*, cum adhuc Anno Lunari uterentur *Romani*, menſem embolimæum ibidem intercalabant,) quo fit ut tum ſcribatur *bis ſexto* Kalendas Martii; unde & Anno illi nomen *Biſſextilis* inditum. Atque Annus hic *Julianus* conſtans diebus 365, & adjiciens in quatuor Annis diem unum, ut poſt tres ſimplices quartus ſit dierum 366, eſt Aſtronomico computo maxime accommodus; quippe qui inter Annum utrumque naturalem, nempe vertentem dierum 365, hora-

Digitized by Google

horarum 5 & scrup. 49, & Sydereum dierum 365, horarum 6 & scrup. 10, est medius, & naturalem repedationem *Æquinoctiorum* ad oculum quasi ostendit. Hæc Anni forma penes omnes gentes politiores inde à *Cæsare Augusto* (qui fere collapsum restituit) observatione continuâ trita est usque ad Annum 1582, quo à *Gregorio* XIII. *Pontifice Romano* reformatum est *Calendarium Julianum*. Illo tamen adhuc utuntur *Britanni, Hyberni*, aliique. Fatendum tamen est quantitatem Anni *Juliani* esse nimiam, quare Anni hujus initium paulatim prorepit respectu Tempestatum, vel (quod eodem redit) tempora Æquinoctiorum & Solstitiorum repedant respectu dierum hujus Anni. Cumque singulis Annis repedatio hæc fit 10½ scrupulorum, Annis 133 circiter erit unius diei, & proinde ab Anno Christi 325, quo *Concilium Nicænum* celebratum est, ad Annum 1582, quo Pontifex Calendarium reformavit, nempe 1260 annis repedatio hæc fuit 10 dierum. Atque exinde evenit ut cum tempore *Nicæni Concilii* Æquinoctium vernum contingeret circiter ad Diem XXI *Martii*, Anno 1582 deprehensum sit sensim adrepsisse XI *Martii*. Quare cum restituere cuperet Æquinoctium pristinæ sedi, suppressi sunt mense *Octobri* Anni 1582 decem dies, & Dies 5us mox habita pro 15us; quomodo factum ut qui alias fuisset XI Dies *Martii* insequentis, & Æquinoctii tempus, evaderet XXI *Martii*; hoc est, ut Æquinoctium fieret Die XXI *Martii*, sicut fiebat tempore *Concilii Nicæni* Paschatis celebrandi terminos instituentis. Verum exemptis sic è Calendario 10 diebus, si alia nulla reformatio fuisset adhibita, post aliquot annos simili modo sublaberentur Anni Cardines. Cavit igitur Pontifex ut semel in 133 annis (in quibus excessus Anni *Juliani* supra Tropicum excrescit in diem solidum) unus dies eximeretur è Calendario; hoc est, ut tres dies eximerentur in Annis quadringentis: quod fieri jussit, faciendo Centesimum quemque Æræ Christianæ Annum communem, qui secundum *Julium* est Bissextilis; at Quartum quemque Centesimum, ut in *Juliano*, Bissextilem. Nova hæc Anni forma, à Pontifice *Gregorio* XIII. cujus Auctoritate stabilita est *Gregoriana* dicta, obtinet per *Italiam, Galliam, Hispaniam, Germaniam* ubicunque Pontificis *Romani* auctoritas valet; & exeunte sæculo proxime elapso à multis *Germaniæ* Reformatis admissa est quoad menses civiles: Ad *Lunam* vero *Paschalem* inveniendam se astrinxerunt *Kepleri Tabulis Rudolphinis*, donec aliquid certius constituatur.

Sicut Anni forma apud varias nationes varia, ita & ejus Principium varium. *Judæi* Annum Ecclesiasticum incipiunt à Novilunio mensis, cujus Plenilunium proxime insequitur Æquinoctium vernum: *Ecclesia Romana* Annum suum à Dominica quæ in dictum Plenilunium incidit, vel illud proxime insequitur; sive *Festo Resurrectionis Domini*, quod ante Annum 1564 in *Galliæ* regno etiam obtinuit. *Judæi* Annum Civilem incipiunt à Novilunio cujus Plenilunium proxime insequitur Æquinoctium Autumnale. *Græci* Annum suum auspicabantur à Novilunio proximo Solstitio

Æstivo: & *Romani* olim suum à Novilunio insequente Solstitium Hybernum. Atque hæc videtur causa, cur *Julius Cæsar* principium sui Anni (licet Solaris) non posuerit in ipso Brumali Solstitio, sed exspectârit Novilunium insequens, ubi secundum modum tum receptum initium sui Anni sive Calendas Januarias poneret. Sed & forsan nondum penitus abolita erat vetus opinio, Solstitia confici in octavis partibus Signorum Cancri & Capricorni, non in ipsis horum Signorum initiis: (quâ nihil aliud apud peritiores intellectum est, quam quod Sol revera in octavis partibus Signorum versaretur, cum vulgo in eorum initio haberetur; quod idem sonat atque Æquinoctia & Solstitia per 6 aut 7 dies anticipâsse.) Et si Sol fuisset in primo Capricorni puncto IX. Cal. Jan. fuisset satis exacte in ejus octavo gradu ipsis Calendis Januariis. Quin & hoc artificio illud consecutus est, ut Calendis Mensis Quintilis, quem suo nomine *Julium* dixit, celebrarentur Ludi Olympici; forsan ex antiquissimo ritu propter Solstitium Æstivum instituti.

Quamvis Calendæ Januarii fere per totam *Europam* pro Anni, sive *Juliani* sive *Gregoriani*, capite nunc habeantur; alii tamen alia vel olim vel etiam nunc illi capita assignant. De mobili Festo Paschatis hactenus dictum. Æquinoctium vernum pro capite Anni habent *Veneti*, *Florentini*, *Pisani* in *Italia*, & *Treviri* in *Germania*. VIII Cal. *Apriles* sive Festum Annunciationis, hoc est, Incarnationis Christi, pro capite Anni statuerunt Veteres Ecclesiastici: statuit & adhuc Ecclesia *Anglicana*. Sed & Annum Civilem hinc etiam incipit *Anglia*, licet vulgus illum à Cal. *Januarii* cum vicinis gentibus inchoet.

Collectiones Annorum celebriores, sive tempora per repetitos Annos mensurata, sunt *Olympias*, Annorum 4; *Lustrum*, Annorum nunc 4 nunc 5; *Jubilæum*, Annorum 49 aut 50; *Seculum*, Annorum 100; *Annus Magnus*, qui, si significet revolutionem integram apparentem Fixarum donec ad idem unde digressæ sunt punctum revertantur, est 25000 vel 26000 Annorum circiter.

PROPOSITIO XII.

Epochas præcipuas & notabiliores recensere, & earum ad se mutuo relationem declarare.

Sicut Astronomi in corporum Cœlestium motibus supputandis certa assumunt Cœli puncta, à quibus initium sumant; ita & certa temporis momenta, à quibus, ceu radicibus, supputatio incipiat indeque procedat. Radices hæ, quas etiam *Epochas* & *Æras* dicunt, ordinario denominantur à celebri quodam & memorabili casu aut facinore, quod circa cujusvis initium accidit.

Illustrissima omnium & nobis maxime familiaris est *Epocha Nativitatis Christi*, sive Calendæ ejus *Januarii*, quem supponimus proxime insequutum Nativitatem Domini: Atque 45 ante annis est *Epocha Julii Cæsaris*, sive *Anni Juliani caput*; quando nempe re-

jecto

jecto veteri Anno *Romano* ab usque, uti credunt, *Numa* continuato, Annum *Julianum* per Imperium *Romanum* observandum proposuit *Cæsar*. Verum quidem est Annum hunc non fuisse ab initio usque observatum, sed post varias & confusas intercalationes præter ordinem; Anno demum quinquagesimo post ejus caput, hoc est, quinto Æræ vulgaris Nativitatis Christi, ab *Augusto* fuisse restitutum, eodem ordine ac si absque interruptione fuisset ab initio continuatum, mutato *Sextili* in *Augustum*.

Quamvis Epocha Nativitatis Christi superius descripta sit ex usu vulgari stabilita jam & fere universaliter recepta, *Anglia* tamen & *Hibernia* in negotiis Ecclesiæ & Reipublicæ Epochâ utuntur integro Anno posteriore: & Christum natum ponunt, non VIII Calendas *Januarias* finiente Anno quadragesimo quinto *Juliano*, sed Anno sequente; nempe finiente Anno *Juliano* quadragesimo sexto: & Christum conceptum ponunt VIII Calendas *Apriles* Anni quadragesimi sexti *Juliani*: & Annum numerant non denominatum à Nativitate sed ab *Incarnatione* Christi, hoc est, Conceptione; ac proinde numero eundem, per maximam Anni partem, cum reliquo Orbe qui Annos à Nativitate numerat. Verum in tribus fere mensibus, inter Calendas *Januarias* & VIII Calendas *Apriles*, diversum (ut ex sua Æra oportet) numerant Annum à reliquis. Ut differentia hæc inter Æras à Christo denominatas melius intelligatur, advertendum est *Dionysium Abbatem*, cognomento *Exiguum*, Annis post Christum plusquam quingentis Æræ hujus Auctorem fuisse, à quo primum tempore Anni à Christo Nato vel Incarnato numerari cœperunt, cum prius numerarentur per Consules, & ab Urbe Condita, in Imperio *Romano*; & extra illud per Annos quibus Rex quisque regnaverat. Atque Æra hæc, quæ ab Auctore *Dionysiana* aliquando dicitur, pro exacta & historica habenda non est. Nam nondum extra dubium est positum, num natus sit anno uno vel altero, vel etiam tertio, quarto aut quinto ante Æram vulgarem; ut ex *Kepleri* Libro *de Anno Natali Christi* constat. Sed Æra hæc hypothetica est à vera non nimis remota, quod ad Æram sufficit. Atque secundum *Dionysium* Æræ auctorem, Christus conceptus est VIII Calendas *Apriles* primi Anni currentis hujus Æræ, & natus Brumâ sequente, exeunte Anno 46to *Julii Cæsaris*. Computus hic Anni fuit primo universaliter receptus, at in *Anglia* sola nunc relictus, una cum Anni tam Civilis quam Ecclesiastici capite (nempe Festo Annunciationis) tunc temporis obtinente: Nam in reliquo Orbe Christiano ab ista Epocha tacite secessum est; opinio quippe vulgaris nunc est Christum Natum Brumâ antecedente Annunciationem *Dionysianam*, nempe exeunte Anno *Juliano* 45to, ideoque Annos à Nativitate numerant: atque sic Christum Anno uno majorem natu faciunt quam *Dionysius* Æræ auctor, & cum illo *Angli*.

Cum Æræ Christianæ communiori Tabulæ Astronomicæ nunc pleræque adaptentur, ad hanc reliquæ celebriores exigendæ sunt.

Ac primo celebratur *Epocha Orbis conditi*, de qua tamen insignes sunt controversiæ. Alii contendunt Mundum conditum ante Æram Christi vulgarem Annis 3950, quos ad veritatem propius accedere ait *Gassendus*, quodque Astronomis *Gallis* etiamnum probatur. Alii Annis 3983, cum quibus facit *Petavius*. *Keplerus* Annis 3993, mediâ æstate, ex Astrologia. *Hevelius* Anno currente 3963tio ante Christum, 24 *Octobris Anni Juliani* retro producti, Horâ VI vespertinâ in Meridiano Edensi, cum ex suis Tabulis Solaribus invenerit tum temporis Solem in principio ♎, ejusque Apogæum in principio ♈. Alii illum multo antiquiorem ponunt, etiam usque ad 5199 Annos ante Christum.

Olympiadum Epocha est inter profanas Antiquissima & Nobilissima, quæ refertur ad æstatem Anni ante Christum 777 ipsis Calendis *Julii*, in Anno *Juliano* retro producto.

Non multo posterior est *Epocha Urbis conditæ*, quæ ad Annum ante Christum 752 communiter refertur.

Æra Nabonassari, Astronomis semper celebris, incepit ad diem 26 *Februarii* Anni *Juliani* retro producti, Annoque ante Christum 747. Cumque hic dies fuerit primus Anni *Ægyptiaci*, *Ptolemæus* & post illum reliqui Astronomi, ipseque *Copernicus*, motus sydecrum per Annos *Ægyptiacos* inde computant. *Ægyptiorum* enim Annus dierum 365, licet in usu communi incommodus, quia ejus cardines per omnes tempestates vagantur, in Calculo Astronomico imprimis commodus est, quia nullâ intercalatione perturbatus.

Sequitur *Epocha Obitûs Alexandri Magni*, die 12mo *Novembris* tunc suppositi, Anno ante Christum 324. Cumque hic fuerit etiam vagi *Ægyptiaci* Anni primus (sic enim Ærarum conditores voluerunt, licet eventus ante vel post initium Anni inciderit) Annos *Ægyptiacos* dehinc computarunt *Theon*, *Albategnius* & alii qui illâ usi sunt. Inter Æras *Nabonassari* & *Obitûs Alexandri Magni* intersunt Anni *Ægyptiaci* præcise 424.

Transeo nunc *Æram Abyssinorum*, quæ & *Diocletiani* & *Martyrum* est: Item *Æram Arabum*, quæ & *Hegiræ* sive *Fugæ Muhammedis*: *Epocham* etiam *Persarum* sive *Jesdegird* dictam aliasque, quas (inter nos paucioris usûs) apud Auctores videre licet; & etiam Epocham Periodi *Julianæ* Annorum 7980, à *Scaligero* excogitatæ, Annis *Julianis* 4714 ante Æram Christi, adeoque ante Mundum conditum.

SECTIO

SECTIO III.

De Sphæris, aliisque Machinis ad Motum Primum adumbrandum excogitatis, & earum usu.

PROPOSITIO XIII.

Machinas vulgatiores, per quas Motum Primum sive diurnum imitantur Artifices & ad oculum demonstrant, nempe Globum Cœlestem & Sphæram describere.

Ut prædicti in Cœlis circuli melius concipiantur, Cœli stellati imaginem nobis sistunt Artifices in Globo Cœlesti, quæ est Sphæra ex Metallo, Charta vel simili aliqua materia constans, super duobus Polis facile mobilis. In superficie convexa notantur loca præcipuarum Stellarum Fixarum ita inter se & Polos Sphæræ disposita, sicut Stellæ, quas referunt, disponuntur ad se invicem & ad Polos, circa quos Cœlum motu diurno revolvi videtur. Depinguntur item imagines & deformationes Asterismorum, quos Stellæ istæ Veteribus, vel similitudine vel religione ductis, referre visæ sunt.

Delineantur præterea in superficie Globi Æquinoctialis circulus inter Polos medius, atque huic paralleli duo Tropici hinc inde ab Æquinoctiali gradibus 23½ remoti, totidemque Polares tantundem ab utroque Polo distantes. Delineatur etiam Ecliptica ad utrumque Tropicum pertingens, & Æquinoctialem in Globi superficie intersecans in punctis ita versus Stellarum loca relatis, sicut puncta Æquinoctialis Cœlestis (ubi Sol apparet Æquinoctiorum tempore) referuntur ad ipsas Stellas, sæculo quo Globi conficiuntur. Tam Æquinoctialis quam Ecliptica in gradus dividitur, initio facto à puncto Æquinoctii verni punctum referente; & Æquinoctialis quidem continuato numero usque ad 360, Ecliptica vero in 12 Signa propriis characteribus distincta, quorum quodvis rursus in 30 gradus dispescitur: & per cujusvis Signi initium ducti Eclipticæ secundarii in ejus polis coeuntes Globum universum in Signa etiam dividunt. Æquatoris vero duo tantum secundarii, Coluri nempe, in Globo Cœlesti depinguntur, quorum alter, nempe Solstitiorum Colurus, Eclipticæ etiam secundarius est. Globus hujusmodi, Firmamentum stellatum referens, volubilis est circa prædictos polos, ita in Meridianum, circulum æneum immobilem extra Globum positum, insertos, ut alteri Meridiani hujus faciei, quæ gradibus distinguitur, congruant; quæ facies proinde pro Meridiano vero habenda est, circuli crassitie ad firmitatem tantum conducente. Porro, Globus Meridiano (ut dictum est) cinctus in compagem (ligneam communiter) Horizontem referentem ita demittitur, ut ejus dimidium exstet supra compagis superficiem superam, quæ proinde pro Horizonte habenda est. Et ut Globus ad Horizontem satis prope undique accedat, in Horizonte sunt crenæ, ut Meridianus

extra Globum prominens in illas inseratur hinc inde. In Horizonte hoc artificiali satis lato, præter circulum intimum in gradus suos à convenientibus initiis numeratos divisum, est Calendarium *Julianum* pariter & *Gregorianum*, cum gradibus Signorum Eclipticæ juxta positis, quos Sol isto seculo præterpropter diebus istis occupat: est etiam & alius Ventorum sive plagarum circulus. Horizon hic suffultus est quatuor aut pluribus columellis pedamento infixis, cui etiam Pyxis Nautica imponitur, ut Globus præterpropter ad Mundi plagas dirigatur. Est præterea & Quadrans Altitudinis, qui ad Meridiani punctum supremum ope cochleæ affigi potest. Hujus margo in gradus divisa pro vero Quadrante habenda est: & numerantur gradus 90 ab ejus extremo Horizontem attingente sursum versus Zenith. In Globis, sicut hodie communiter fabricantur, adest etiam & Circulus *Horarius* dictus, Meridiano affixus, cui Polus est centrum. Dividitur circellus hic in bis 12 horas, ut ad nostrum horas numerandi morem accommodetur, à Meridiano incipientes. Et cum Polus Indicem gestet, horas pro Globi revolutione ostendet index, si duodecimam diurnam attingeret, dum Solis locus Meridiano subjicerctur.

Sphæra vulgo sic dicta in hoc differt à Globo, quod ejus superficies non sit unita & perfecta ut in Globo, sed circuli principaliores ex Armillis conflati (unde & Sphæræ hujusmodi *Armillaris* nomen) sphæricam superficiem adumbrent. In hujusmodi Sphæra, præter Horizontem & Meridianum (intra quos immotos, Globi instar, rotatur) sunt quatuor circuli maximi; nempe Æquator & Ecliptica sive potius Zodiacus (nam fasciæ instar 20^{gr} latus est hic circulus) duoque Coluri; & quatuor minores, sc. duo Tropici & totidem Polares: unde fit quod decem vulgo numerentur Sphæræ Circuli. Ita excavata est Sphæra hæc, ut transparentiâ quasi suâ Mundi effigies sit, ostendatque in sui medio Terræ globulum immotum ab axe suspensum, quod in Globo, cujus superficies integra est & unita, non tam bene procedit. Ex dictis patet in Sphæra Armillari supra descripta Fixarum loca non posse notari, si paucas excipias, quæ in Zodiaco videntur, quæ tamen plerumque etiam negliguntur; & ideo quæ Fixas attinent problemata, non posse per istiusmodi Sphæram solvi. Cum vero in superficie Globi Circuli Sphæræ dicti delineati sint, omnia, quæ per Sphæram Armillarem fiunt, per Globum etiam facillime confici possunt. Adeoque Sphæræ, licet sub initio renascentis Astronomiæ magni fuerint nominis, raro nunc, præterquam ad Juniorum imaginationem adjuvandam adhibentur.

Sphæris hisce Armillaribus quandoque adduntur Planetæ simulati in diversis circulis mobiles, ordine quo ab Astronomis Sectæ *Ptolemaicæ*, *Tychonicæ* aut *Copernicanæ* numerantur; unde & Machinis istis nomen. Adeoque in Sphæra *Ptolemaica* & *Tychonica* Planctæ intra Armillas, quibus Fixarum Cœlum repræsentatur, in plano Zodiaci in diversis circulis feruntur circa Terrellam

in

in medio immobilem. At cum ad Motum Primum ſive diurnum repræſentandum requiratur ut ſuperficies Sphærica (ab Armillis adumbrata) ſit Terræ concentrica, & hæc ſit in *Sphæra Copernicana* mobilis; ideo in illa Planetas ſimulatos extra Armillas Terræ circa mentitum Solem mobili circundatas ponunt Artifices. Quandoque Sphæræ iſtiuſmodi & Globi Elatere aut Pondere ita animantur, ut Fixarum ortum & occaſum, omnemque motum diurnum mentiantur: quandoque etiam Planetæ circuitus ſuos debito tempore perficiunt: Verum hæc non ſunt hujus loci.

PROPOSITIO XIV.

GLobum Terreſtrem, qualem vulgo conſtruunt Artifices, deſcribere.

Globus hic Terreſtris à ſupra deſcripto Cœleſti non differt, præterquam quod loco Stellarum & ex hiſce conflatorum Aſteriſmorum delineantur Terrarum & Marium deformationes. Horum Tractus, Sinus, Promontoria, reliquaque Terreſtria, in ſuperficie ſphærica convexa ita depinguntur, ut illorum imagines cum inter ſe & Polos, circa quos Globus in Meridiano convertitur, ſitum obtineant, quem habent loca Terreſtria, quæ referunt, Polique circa quos Tellus revera motu diurno revolvitur. Telluris autem hujus ſimulatæ loca tum demum ſitum iſtum obtinebunt, ſi quiſque ſecundum longitudinem latitudinemque obſervatam in hanc quaſi Terrellam transferatur. Depinguntur etiam in Globo Terreſtri Æquator, ejuſque ſecundarii ſive Meridiani per denos gradus tranſeuntes: inter quos unus præcipue eminet, qui per *Inſulas Azores* aut *Fortunatas* traductus primus Meridianus appellatur; à quo nimirum cujuſque loci Longitudo computatur, ut dictum eſt; & ab hoc proinde Meridiano numeratio graduum Æquatoris verſus ortum continuatur. Depinguntur item Æquatori paralleli, Tropici nimirum & Polares, aliique denis ſemper gradibus inter ſe diſtantes, & etiam (in ſpatiis præſertim ampla vaſtaque maria referentibus) Rhumbi Navium curſus per Pyxidem Nauticam ordinatos referentes. Porro, ut Globus Terreſtris præter uſus proprios etiam Sphæræ Cœleſtis (deficiente hâc) vices ſubire poſſit, Eclipticam illi aptârunt artifices. Cum vero circulus hic ſit pure Cœleſtis, & in Tellure locum nullum habeat, ideo ejus interſectionem cum Æquatore Terreſtri (quam ubivis ponere potuiſſent) poſuerunt ubi primus Meridianus Æquatorem interſecat.

PROPOSITIO XV.

VAria Problemata circa Situm locorum Terræ ad ſe invicem, & Motum Aſtrorum diurnum, per Globos reſolvere; hoc eſt, uſum præcipuum utriuſque Globi oſtendere.

Quamvis ſequentium Problematum ſolutio per Globos non ſit accurata,

accurata, ad Juniorum tamen animos formandos plurimum conducit: Ea autem omnia unicâ Propositione absolvemus. In illorum praxi per Globos exercenda concipiendus est Globus Cœlestis tanquam ipsa Mundi Machina; Sol vero & Stellæ, omniaque quæ in concavo Firmamento aspicimus, concipienda sunt tanquam super convexam superficiem spectata ab oculo extra superficiem illam posito: in Terrestri non opus est hâc fictione. Et quoniam Globi sunt instrumenta quibus in hac Propositione utimur, ii pro perfectis habendi sunt, neque quomodo fabricandi sint nunc inquirendum, sed hactenus fabricati adhibendi ad Problemata sequentia & similia.

1. *Dati in Globo Terrestri Loci Longitudinem & Latitudinem invenire.*

Datum Locum admove Meridiano (intellige semper faciei ejus numeris distinctæ, quæ (ut supra dictum) verus est Meridianus) & gradus Æquatoris, qui tum sub Meridiano reperietur, numero suo ostendet Longitudinem quæsitam. Nam initium numerandi gradus hosce sumitur à Meridiano primo; ut superius dictum. Porro, ab Æquatore computa in Meridiano ad Locum usque datum gradus Latitudinis: Nam Meridianus dividitur in quater 90 gradus, quorum bis 90 incipiunt numerari ab Æquatore versus utrumque Polum; at reliquorum bis 90 graduum numeratio incipit ab utroque polo, definitque in Æquinoctiali, sub Horizonte. Latitudo autem Septentrionalis erit aut Meridionalis, prout Locus datus ab Æquatore recedit ad hunc vel illum Polum.

2. *Datis Longitudine & Latitudine, Locum in Globo Terrestri, cui illæ congruunt, assignare.*

Quære in Æquatore gradum Longitudinis datæ; patet Locum quæsitum esse in Meridiano per punctum hoc in Æquatore sumptum traducto. Punctum igitur hoc admove Meridiano diviso, & ab Æquatore numera gradus Latitudinis datæ versus Polum Arcticum, si borea sit, vel Antarcticum, si australis, & punctum in numerationis fine erit ipse Locus quæsitus.

3. *Globum utrumque ad datam Latitudinem, nec non Quadrantem Altitudinis Globo aptare; & Globos uti decet ad Mundi Cardines disponere.*

Si Latitudo loci data sit borea, elevetur Polus Arcticus supra Horizontem, si australis Antarcticus, donec arcus Meridiani inter Polum & Horizontem interceptus totidem sit graduum, quot ipsa loci Latitudo: per Prop. enim VII. Elevatio Poli est arcus similis Latitudini loci; hoc est, totidem gradus continens. Unde ad oculum patet quænam Stellæ sint perpetuæ apparitionis; nempe quæ, voluto Globo sic aptato, Horizontem non subeunt: quænam è contra perpetuæ occultationis. Deinde ab Æquatore computa in Meridiano sursum gradus Latitudinis datæ, & punctum, in quod definit numeratio, erit vertex dati loci: (Nam Altitudo Poli æqualis est distantiæ Æquatoris à vertice, cum idem arcus, nempe distantia Poli

&

& Verticis sit utriusque complementum ad quadrantem:) Vertici sic invento affigatur Quadrans altitudinis ope cochleæ, ita ut ejus margo in gradus divisus (quæ Quadrantis vicem gerit) inde quasi procedat. Denique ope Pyxidis Nauticæ pedamento Globi affixæ, recta, quæ est communis sectio planorum Horizontis & Meridiani, in linea Meridiana collocetur, ita ut Polus Globi elevatus Mundi Polum ibi conspicuum respiciat. Supponimus enim acum Magneticam secundum lineam Meridianam dirigi; saltem ejus declinationem (quo minus istud contingat) notam esse. Unde & Meridianus Globi cum Meridiano loci congruet, & reliqui cardines cum reliquis cardinibus. Planum autem, cui insistit Globus, Horizontale est eligendum, ut Globi Horizon Loci Horizonti parallelus fiat, uti decet.

4. *Gradum quem Sol in Ecliptica ad datum tempus tenet, ope Calendarii & adjuncti Circuli Signorum super Horizontis superficie delineatorum indagare, indeque Locum ejus in ipsa Ecliptica assignare.*

Quære in dicto Calendario Mensem & Diem propositum, & è regione invenies Signum ejusque gradum quem Sol tum occupat. Deinde in Ecliptica, superficiei Globi inscripta, quære dictum Signum ejusque gradum, qui erit Locus Solis quæsitus. Si exactius procedere libeat, Locus Solis ex Ephemeridibus inventus in Ecliptica in superficie Globi descripta, ut prius, determinandus est. Eodemque modo Planetarum loca ex iisdem quæsita in Globi superficie designare licebit; quærendo nimirum primo longitudinem Planetæ in Ecliptica, & ejus latitudinem ab hac vel illa Eclipticæ parte ope circini ex Ecliptica protrahendo. Pro gradu, quem Sol præterpropter dato tempore in Ecliptica tenet, necesse tantum est scire, quo Die cujusque Mensis Sol Eclipticæ Signum ingreditur, & gradum unum pro quovis deinde Die computare. Ad illud consequendum recitantur versiculi, quos apud Doctrinæ Sphæricæ scriptores videre est.

5. *Ascensionem rectam & Declinationem Solis, vel Stellæ, vel puncti cujusvis dati invenire, adeoque Tempus Culminationis datæ Stellæ vel puncti invenire.*

Ascensio recta Solis, aut cujusvis puncti in Globo Cœlesti, similiter investigatur atque longitudo & latitudo loci in Globo Terrestri; (per Probl. 1:) idem enim in Cœlesti sunt Ascensio recta & Declinatio, quod in Terrestri longitudo & latitudo. Porro, loco Solis ad Meridianum admoto, adjunge indicem horarium horæ duodecimæ, (nam duodecimam numeramus cum Sol est in Meridiano;) & circumvoluto Globo, donec Stella aut punctum datum culminet, ostendet index simul delatus horam, quâ illud continget. Quoniam vero circellus hic horarius parvus nimis est, horæ partes in illo vix distingui possunt: sic ergo accuratius procedere licet. Quia integer Æquator (cum ejus portione quadam, competente nimirum motui Solis proprio interea facto) Meridianum spatio diei natu-

ralis pertranfit, idque æquabiliter; patet Æquatoris partem 24um, five gradus 15, in una hora Meridianum pertranfire, & illius gradum unum in quatuor fcrupulis primis horariis; atque fic porro. Si ergo ab Afcenfione recta Stellæ auferatur Afcenfio recta Solis, relinquetur portio Æquatoris, quæ Meridianum pertranfit, labente tempore intermedio inter Culminationem Solis & infequentem Stellæ Culminationem: quod fi tempus affumatur neceffarium ut pertranfeat dictus Æquatoris arcus, (concedendo pro quindecim gradibus horam unam, & pro quovis gradu minuta horaria 4, ut dictum eft; quæ Operatio communiter dicitur *Converfio arcûs Æquatoris in Tempus*;) invenietur tempus Culminationis Stellæ à meridie. Quod fi Stellæ Afcenfio recta minor fit Afcenfione rectâ Solis, ita ut hæc ab illa fubduci nequeat, illi addendus eft integer circulus, five gradus 360.

6. *Dato Loco Solis vel Stellæ cujufvis, Afcenfionem ejus & Defcenfionem Obliquam, nec non Amplitudinem Ortivam & Occiduam invenire.*

Datum Locum Solis vel Stellæ adjunge Horizonti ortivo, (Globo prius ad loci latitudinem per Probl. 3um compofito,) & nota gradum Æquatoris qui una afcendit: Arcus enim Æquatoris inter initium Arietis & punctum notatum interceptus (qui per numerum exprimitur puncto adpofitum) eft ipfa Solis vel Stellæ Afcenfio Obliqua: Tum à cardine Orientis (hoc eft, ab interfectione Æquatoris & Horizontis) ad Locum ufque Solis vel Stellæ, arcus in Horizonte interceptus eft Amplitudo Syderis Ortiva. Sin eundem Locum Solis vel Stellæ adjungas Horizonti occiduo, erit gradus Æquatoris fimul defcendens Defcenfio Obliqua, & Horizontis arcus interceptus inter Occidentis cardinem & Sydus occidens eft ejus Amplitudo Occidua.

7. *Datâ Afcenfione Solis vel Stellæ rectâ pariter atque obliquâ, dimidiatam ejus moram fupra & infra Horizontem; & fi Sol fit, cujus Afcenfiones dantur, Longitudinem Diei & Noctis, Horamque Ortûs & Occafûs Solis; fi vero fit Stella, ex dato tempore Culminationis Horam Ortûs & Occafûs ejufdem invenire: Et è contra, datis Loco Solis & Longitudine Diei, Loca in Tellure, quibus illa competit, determinare.*

Si indicem horarium aptaveris horæ duodecimæ Meridianæ circuli horarii, cum locus Solis fub Meridiano eft, voluto retrorfum Globo, donec idem locus Solis fit in Horizonte ortivo, oftendet index Horam Ortûs Solis; fi vero Locus hic Solis ad occiduum Horizontem volvatur, indicabitur tum Hora occafûs; oftendetque index Horam, quâ Stella data culminat, occidit vel oritur, quando Stella in Globo notata pervenit ad Meridianum vel Horizontem ortivum vel occiduum. In hifce enim omnibus ipfam rerum naturam imitamur. Ex Hora vero Ortûs & Occafûs, mora Syderis fupra vel infra Horizontem per fe conftat.

Ex datis Afcenfionibus abfque Globo idem accuratius per computum

tum ſic elicitur. Differentia Aſcenſionalis in tempus converſa, & addita ſex horis ſi Sydus ab Æquatore declinet ad Polum Mundi elevatum, vel ſubducta à ſex horis ſi declinet ad Polum depreſſum, dabit dimidiatam Syderis moram ſupra Horizontem: Hæc vero addita momento Culminationis dabit Horam Occaſûs, ab eodem vero ſubducta exhibet Horam Ortûs Syderis. Unde dabitur mora ejus integra ſupra Horizontem, (quæ cum de Sole agitur, eſt Longitudo Diei,) & reliquum ad 24 horas eſt ejus mora infra Horizontem.

Si vero quæratur Locus in quo Dies eſt datæ Longitudinis, cum Sol datum in Ecliptica punctum occupat; Locum Solis adjunge Meridiano, indicemque horæ duodecimæ, & volvatur Globus donec index oſtendat Horam Ortûs vel Occaſûs Solis datæ Diei longitudini congruam; tum, elevando vel deprimendo alterutrum Polum, in eum ſitum adducatur Globus, ut Solis locus Horizontem occupet dum index dictam Horam oſtendit; in quo caſu Globus eſt in eo ſitu, in quo Sol in dato Eclipticæ puncto exiſtens Diem efficit Longitudinis datæ. Omnia ergo Terræ Loca, quorum Latitudo æquatur Altitudini Poli Globi ſic compoſiti, quæſito ſatisfaciunt. Et ſi datus Solis Locus ſit in Tropico verſus Polum conſpicuum; (hoc eſt, ſi Locus deſideretur cujus dies longiſſima eſt datæ longitudinis,) Problema hoc Climatibus & Parallelis diſtinguendis inſerviet.

8. *Datis Latitudine Loci & Loco Solis, ſi præterea ex his tribus, nimirum Horâ diei, Altitudine Syderis & ejuſdem Azimutho, unicum detur, reliqua duo invenire.*

Compone globum ad Latitudinem Loci datam, per Probl. 3; Locum Solis adjunge Meridiano, indicemque horæ duodecimæ; tum ſi Hora detur, volve Globum donec index oſtendat Horam iſtam, vel accuratius, donec tot quindeni Æquatoris gradus Meridianum prorſum vel retrorſum tranſeant, quot Horæ à meridie elapſæ ſunt, aut ad meridiem adhuc deficiunt; & ſi Horæ datæ adhæreant ſcrupula, pro ſingulis quaternis ſcrupulis horariis pertranſeat Æquatoris gradus unus. Firmato in hoc ſitu Globo, Solis vel Stellæ Altitudo & Azimuth menſurentur per Quadrantem Altitudinis ad Zenith prius affixum: Altitudo nempe in Quadrante ab Horizonte ſurſum numeranda eſt; Azimuth vero computandus eſt in Horizonte à cardine Meridiei vel Septentrionis ad ipſam interſectionem Quadrantis cum Horizonte Si vero Solis vel Stellæ Altitudo detur, volve Globum donec Stella data attingat Altitudinem, (quod Quadrante Altitudinis experiri ſtatim licet) oſtendetque pes Quadrantis ejuſdem Azimuthum, & index horarius Horam. Dato vero Azimutho, adjunge pedem Quadrantis ipſi Azimutho dato, & volve Globum donec Sydus datum Quadrantis marginem attingat, ſtatimque innoteſcet Altitudo Syderis in Quadrante computata, & Hora ex indice: niſi ſatius ſit hanc determinare ex numero graduum Æquatoris, qui Meridianum pertranſierunt, ex quo Locus

Solis illi fuerat adjunctus. Per Horas hic intelligimus Æquinoctiales à meridie vel media nocte numeratas, quas tamen ad *Italicas* vel *Babylonicas* pronum est reducere, quærendo (per Probl. præc.) horam Ortûs vel Occasûs Solis, unde illæ (itidem Æquinoctiales) numerantur: Facile etiam est horam Æquinoctialem numero datam, à quovis principio numeratam, ad inæqualem sive *Planetariam* reducere, adhibitâ longitudine diei. Quod si Planetarum loca (ex Ephemeridibus ad idem istud tempus inventa) in superficie Globi signentur, ex Globo facillime Constellationes Fixarum & ipsi Planetæ discernentur, si nocte serenâ Globus sic ad noctis horam compositus cum ipsa Cœli facie comparetur, & labente nocte paulatim rotetur Globus, ut eundem cum Cœlis situm conservet.

9. *Invenire Tempus, quo data Fixa Cosmice vel Achronyce oritur vel occidit.*

Datam Stellam adjunge Horizonti ortivo, & nota punctum Eclipticæ cooriens; & quando Sol illud occupat, (quod in Globi Horizonte facile deprehendes ex circulo Signorum cum adjuncto Calendario,) Stella oritur Cosmice: Si vero Tempus Occasûs Cosmici quæratur, nota in Globo punctum Eclipticæ oriens cum data Stella Horizontem occiduum attingit, & Tempus quo Sol notatum punctum Eclipticæ tenet est Tempus quæsitum. Pro ortu vero Achronyco, notetur punctum Eclipticæ occidens cum Stella oritur, & Tempus quo Sol punctum istud occupat est illud quod quæritur. Si vero Eclipticæ punctum notetur quod simul cum Stella Horizontem occiduum attigerit, die quo Sol illud occupat dicta Stella occidit Achronyce. Atque hæc sufficiunt, si per Ortum & Occasum Cosmicum & Achronycum intelligatur Ortus & Occasus matutinus & vespertinus, ut vulgo fit. Si vero Ortus & Occasus Cosmicus (ut vult *Keplerus*) idem significent atque supra dati loci Horizontem asceusus, & descensus infra eundem, tum hic quotidie (siquidem omnino) cuivis Fixæ accidit; cujus momentum ex Probl. 7 determinatur. Atque Ortus Stellæ Achronycus (qui secundum eundem significat ortum Stellæ dum Sol occidit) idem erit eodemque modo reperietur quo prius: Occasus vero Achronycus eodem recidit cum Occasu Cosmico in sensu vulgari.

10. *Tempus invenire, quo data Fixa Heliace oritur vel occidit.*

Cum Fixæ omnes Heliace oriantur mane & occidant vespere, ad inveniendum Tempus quo data Fixa (*ex. gr.* magnitudinis primæ) oritur Heliace, determinandum est Eclipticæ punctum, quod 12^gr infra Horizontem ortivum deprimitur cum illa oritur: Cum enim Sol dictum Eclipticæ punctum occupat, tantum deprimitur infra Horizontem, quantum requiritur ut Stella ista nunc supra Horizontem emersa conspici possit. Ut hoc per Globum inveniatur, admove Stellam Horizonti ortivo, & per Quadrantem Altitudinis explora punctum Eclipticæ 12 gradus supra Horizontem occiduum elevatum: Huic oppositum illud ipsum est quod quæritur, sc. 12 gradus depressum infra Horizontem ortivum: Die igitur quo Sol

punctum

punctum istud Eclipticæ tenet, (quod ex Calendario circulo Signorum in Horizonte Globi adjuncto facile exploratur,) dicta Stella magnitudinis primæ oritur Heliace. Si stella sit magnitudinis secundæ, inveniendum est Eclipticæ punctum, quod tredecim gradibus deprimitur infra Horizontem, dum stella illi adjungitur: si tertiæ, 14 opus erit gradibus, & ita deinceps; uti ex Prop. IX. patet. Quod si tempus Occasûs Heliaci datæ Stellæ primi honoris desideretur, adjunctâ Stellâ Horizonti occiduo, reperiatur ut prius punctum Eclipticæ, quod eo momento 12 gradus elevatur supra Horizontem ortivum; & huic oppositum (quod nempe totidem gradibus deprimitur infra Horizontem occiduum) est ipse Solis locus in Ecliptica, dum dicta Stella occidit Heliace. Pari modo invenietur locus, quem Sol in Ecliptica tenebat, cum data Fixa dato præterito tempore Heliace oriebatur vel occidebat; ac proinde tempora à scriptoribus rei Rusticæ & Medicæ olim consignata cum nostris comparari poterunt: vice enim datæ Stellæ, prout hodie in Globis nostris depingitur, adhibendus est ejus locus, quem dato illo sæculo occupabat; nempe pro quolibet sæculo elapso Longitudinem Stellæ gradu uno & triente minorem quam hodie sumendo, & eandem Latitudinem conservando.

11. *Ad datum Tempus initium Crepusculi matutini & finem vespertini determinare.*

Composito Globo ad latitudinem Loci, (quæ in hoc & ubique in præcedentibus data supponitur,) Locum Solis dato tempori congruum adjunge Meridiano, indicemque horarium (uti decet) horæ duodecimæ; tum volvatur Globus ortum versus, donec punctum Eclipticæ Solis loco oppositum elevetur supra Horizontem occiduum 18 gradibus, quo casu locus ipse Solis totidem gradibus deprimitur infra Horizontem ortivum; adeoque (per Prop. VIII.) incipit Crepusculum matutinum: hujus proinde momentum ostendit index. Præstat vero arcum Æquatoris, qui Meridianum pertransiit, (interea dum Globus volvitur in situm hunc ab eo quem obtinebat cum Locus Solis Meridianum attingeret,) in tempus convertere à duodecim horis subducendum, ut habeatur Tempus initii Crepusculi matutini. Similiter finis Crepusculi vespertini obtinetur, volvendo Globum donec punctum Solis loco oppositum elevetur 18 gradibus supra Horizontem ortivum, &c.

12. *Datorum in Terra duorum Locorum Distantiam invenire, & Angulum Positionis; nempe quem circulus maximus per data Loca traductus comprehendit cum Meridiano utriusvis.*

Distantia proxima duorum Locorum, quæ in circulo maximo computatur, invenitur capiendo distantiam eorundem in Globo depictorum; (circino nempe cruribus incurvis ad istud comparato,) & intercapedinem hanc ad Æquinoctialem vel Meridianum primum applicando, ut numerus graduum inter bina Loca innotescat; & pro quovis gradu 60 milliaria *Anglica* vel 15 *Germanica* computando. Ea enim est Telluris magnitudo, ut gradus circuli maximi in ejus

 super-

ſuperficie deſcripti ſit præterpropter 60 milliarium *Anglicorum* vel 15 *Germanicorum*. Ad inveniendum Poſitionis Angulum, volvatur Globus donec Locus primus attingat Verticem, (quod fiet cum ad Meridianum pervenerit, ſi Globus ad loci iſtius latitudinem fuerit compoſitus;) tum Quadrantem altitudinis Vertici & proinde Loco primo affixum circumduc donec ſecundum attingat; arcus Horizontis inter Meridianum & Quadrantem altitudinis interceptus erit menſura Anguli Poſitionis inter Meridianum Loci primi & circulum maximum (nempe dictum Quadrantem) per Loca traductum comprehenſi, quoniam Zenith eſt Horizontis polus. Ejuſdem Quadrantis arcus inter Loca data interceptus in milliaria converſus (abſque ope circini ſuperius adhibiti) exhibebit diſtantiam locorum. Quod ſi, eâdem praxi repetitâ, quæratur angulus, quem idem circulus per bina Loca traductus facit cum aliquot intermediis Meridianis; (per ſingulos *v. g.* gradus Æquatoris incedentibus;) determinabuntur *Rhumbi*, ſecundum quos, ad loca intermedia in dictis Meridianis poſita, eundum eſt, ut præterpropter in circuli maximi arcu (hoc eſt, breviſſimâ viâ) iter fiat inter Loca data.

13. *Datâ Horâ in dato Loco numeratâ, Horam eodem momento in alio dato Loco numeratam determinare; & Locum invenire, in quo data Hora numeratur.*

Adjunge Locum Meridiano, & indicem Horæ datæ ibi numeratæ; deinde volve Globum donec alter Locus datus Meridiano ſubjiciatur; oſtendet index Horam quæſitam. Pro ſecundo caſu adjunge Locum datum Meridiano & indicem Horæ datæ ut prius; dein volvatur Globus donec index Horam alteram datam oſtendat; Loca omnia Meridiano tum adjuncta datam illam Horam numerabunt.

Si vero per calculum procedere libeat, ita accuratius fiet. Si Loca duo data ſub eodem ſint Meridiano, ſive eandem habeant longitudinem, eandem quoque à meridie vel media nocte numerant Horam; ſi vero eorum longitudines ſint diverſæ, Differentia longitudinum per Globum explorata in Tempus (ut in Probl. 5) converſa dat intervallum Horarum in Locis iſtis eodem momento numeratarum, ita ut Locus orientalior numeret Horam majori numero inſignitam. In poſteriori caſu, ubi Temporis differentia datur, convertatur hæc in arcum Æquatoris: hic arcus erit Differentia longitudinis, quæ addita longitudini Loci dati, ſi hic priorem numerat Horam, vel ab illa ſubducta, ſi poſteriorem, exhibebit longitudinem quæſitam; omniaque Loca Telluris in Meridiano, cujus iſta eſt longitudo, ſatisfacient propoſito. Quodque de Horis noſtris à meridie vel media nocte numeratis hic dictum eſt, facillime ad *Italicas* vel *Babylonicas* vel etiam *Planetarias* reducendo transfertur; ſicut Probl. 8. oſtenſum eſt.

14. *Locum Telluris aſſignare, cui Sol dato Tempore perpendiculariter imminet; item Loca omnia, quibus dicto tempore Sol in Horizonte apparet oriens vel occidens.*

Compoſito

Composito Globo Terrestri ad latitudinem loci tui & ad Mundi Cardines, volvatur Globus donec ille Verticem occupet; & Globus sic compositus Solis radiis exponatur, (amoto Horizonte qui Solis radios impediret,) atque uno oculi ictu apparebit quibus Terræ locis Dies sit, quibus Nox; quibus Sol oriatur, quibus occidat. Nam quoniam Globus hic ipsaque Tellus sunt Figuræ similes, similiterque positæ; similiter etiam illustrantur à Sole, cujus distantia immensa pro infinita habetur. Locus vero ille, qui polus est circuli per confinia lucis & umbræ signati, ipse est cui Sol perpendiculariter imminet, & qui mechanice facile determinatur, quærendo locum, ubi styli superficiei globi normaliter insistentis umbra nulla est, sive in ipsum styli pedem incidit. Si vero eadem desiderentur cum Sol non splendet, quæratur (per Probl. præc.) Meridianus locorum ubi tum est meridies, & in hoc Meridiano sume Terræ Locum, cujus eadem est & versus eundem Polum latitudo, atque Solis declinatio tum temporis; erit hic ipse Locus cui Sol normaliter imminet, qui si in vertice ponatur, Horizon ostendet confinia lucis & umbræ, sive Loca omnia, quibus Sol in Horizonte videtur; ex quibus facile distinguuntur ii quibus Sol oritur, ab illis quibus occidit.

15. *Scioterícum Horizontale dato loco congruum ope Globi construere.*

Componatur Globus (ut sæpe supra) ad Loci latitudinem & Mundi cardines: Si præter Meridianum alii undecim Horarii circuli (hoc est, 24 Horarii Semicirculi) extra Globum immobiles circumstarent, & Globus omnis diaphanus esset præter Axem circa quem revolvitur; patet Solem in Meridiano positum Axis umbram in alteram Meridiani semissem projicere, & Solem in circulo Horæ primæ post meridiem constitutum opaci Axis umbram in circulum Horæ primæ post mediam noctem similiter projicere, alteram nempe ejusdem Horarii circuli medietatem ultra Polos; & sic in cæteris Horariis accidere. Si præterea concipiatur planum Horizontale Axis umbram in se projectam reflectendo ostendere; cum Sol in Meridiano consistit, Axis umbra in Horizontale planum projecta erit in parte ea communis sectionis Meridiani & Horizontis, quæ ultra centrum est; hoc est, in recta jungente centrum cum puncto intersectionis Meridiani & Horizontis: cum Sol ad circulum Horæ primæ pervenit, umbra opaci Axis in Horizontale planum projecta erit pars ea communis sectionis circuli Horæ primæ cum Horizontali plano, quæ ultra centrum jacet, sive quæ conjungit centrum cum communi intersectione circuli Horæ primæ post mediam noctem; quæque adeo cum linea Horæ duodecimæ sive Meridiana angulum comprehendit, quem metitur arcus Horizontis interceptus inter Meridianum & circulum Horæ primæ post meridiem aut mediam noctem. Eodemque modo Sol, in circulo Horæ secundæ post meridiem positus, umbram Axis super Horizontale planum projicit in rectam jungentem centrum & intersectionem

ctionem circuli Horæ secundæ post mediam noctem & Horizontis; quæque proinde cum linea Meridiana angulum comprehendit, cujus mensura est Horizontis arcus inter Meridianum & circulum Horæ secundæ comprehensus: atque similiter in reliquis lineis Horariis super Horizontale planum, earum quælibet cum linea Meridiana comprehendit angulum, cujus mensura est Horizontis arcus inter Meridianum & ejusdem Horæ circulum interceptus.

Ut ergo Horologium Sciotericum in Horizontis plano delineetur, puncto quolibet ceu centro describatur circulus Horizontem in Globo repræsentans, (namque hujus centrum refert centrum Terræ sive, in casu præsenti, Mundi centrum;) per centrum ducatur Meridiana recta, nempe quæ producta ad cardines meridiei & septentrionis pertingeret; & ex centro erigatur recta opaca Axem mundi repræsentans, quæ ad Polum dirigitur; hoc est, quæ in plano Meridiani cum linea Meridiana comprehendit angulum æqualem angulo elevationis Poli supra Horizontem loci. Hisce constitutis, linea Horæ primæ post meridiem ducatur ex centro circuli ad latus orientale Meridianæ lineæ, cum illa angulum continens, quem metitur arcus Horizontis inter Meridianum & circulum Horæ primæ comprehensus. Quoniam vero circuli Horarii in Globis non reperiuntur, eligatur certus Æquatoris secundarius, (*v. g.* Colurorum alter,) atque ita collocetur Globus, ut assumptus hic circuli Horæ primæ locum teneat; hoc est, ut 15 gradus Æquatoris inter Meridianum fixum & assumptum hunc intercipiantur, & numerentur in Horizonte ejus gradus inter fixum Meridianum & assumptum intercepti. Volvatur dein Globus, donec assumptus ille Æquatoris secundarius locum teneat circuli Horæ 2^{dæ} pomeridianæ, hoc est, donec 30^{gr} Æquatoris ipsum & Meridianum fixum interjaceant; numeratisque Horizontis gradibus inter Meridianum & circulum assumptum sic positum interceptis, ducantur ad latus ejus orientale lineæ ex centro Scioterici cum Meridiana linea angulos continentes iisdem numeris graduum mensuratos, eruntque hæ ex supra dictis lineæ Horæ 1^{mæ} & 2^{dæ}. Et procedendo subsequentium Horarum lineæ similiter ducantur, donec ad Horam perveniatur quâ Sol die longissimâ occidit: Ubi patet lineam Horæ sextæ ad Meridianam lineam esse normalem, cum in omni latitudine 90 gradus Horizontis intercipiantur inter Meridianum & circulum Horæ sextæ. Similiter determinabuntur anguli, quos lineæ dimidiarum Horarum aut aliarum quarumvis partium comprehendunt in Horizontali plano cum linea Meridiana. Absolutâ vero linearum Horariarum delineatione ab una parte lineæ Meridianæ, *v. g.* pro Horis post meridiem, lineæ Horariæ antemeridianæ ita ducuntur, ut lineæ referentes Horas à meridie æqualiter distantes æqualibus quidem angulis cum linea Meridiana inclinentur, sed ad alteras partes jaceant. Pari modo (adhibendo etiam Probl. 13,) Horologium Sciotericum in quovis plano describetur: quodvis enim planum est cujusdam Loci Horizontale planum.

SECTIO

SECTIO IV.

De Determinando per observationes situ & respectu, quem Circuli Sphæræ ad se mutuo obtinent.

PROPOSITIO XVI.

P*Lanum Meridiani Circuli, in data Habitatione, per observationes determinare.*

Datâ Habitatione, datur ejus Horizon: hic enim circulus visu definitur. Cumque solus sit in sensum incurrens, reliqui hujus respectu determinandi veniunt; ac primo quidem Meridianus. Observentur duo plana circulorum Verticalium, quos Sydus declinationem non mutans occupat, cum æquialtum est ante & post maximam supra Horizontem elevationem; planum verticale bisecans angulum sub observatis duobus planis comprehensum erit Meridiani planum, quod visu in Cœlos productum signabit Meridianum quæsitum. Quoniam (ex hypothesi) Sydus declinationem non mutat, motu diurno describet circulum Æquatori parallelum: hujus ergo circuli (sicut ipsius Æquatoris) punctum altissimum est in Meridiano circulo, & puncta æqualiter alta hinc inde à Meridiano æqualiter distant. Quare è converso, circulus à quo verticales, in quibus Sydus ejusdem erat altitudinis, æqualiter distant hinc inde, Meridianus est; hoc est, circulus, cujus planum bisecat angulum à prædictis verticalibus comprehensum, est ipse Meridianus. Q. E. I.

Praxin quod attinet, sic commode conficitur Problema: Super planum Horizonti parallelum, hoc est, cui Perpendiculum sive filum pondere onustum normale est, (cùm Zenith & Nadir, in quæ perpendiculum productum incidit, sint Horizontis poli,) erigatur Gnomon, cujus radice (sive puncto apici directe subjecto) ceu centro describatur in plano Horizontali circulus, noteturque punctum in hujus circumferentia, in quod apicis umbra à Sole facta ante meridiem incidit; rursusque ejus punctum, in quod ejusdem umbra post meridiem incidit: Recta conjungens centrum circuli cum puncto bisecante arcum inter notata duo puncta interjectum est communis sectio plani Meridiani cum plano Horizontali, quæ & *Linea Meridiana* nuncupatur; quippe cardines meridiei & septentrionis directione suâ monstrans. Super hanc ergo erectum planum ad Horizontem rectum est Meridiani planum quæsitum. Cum Sydus in hac praxi adhibitum sit Sol, patet illam tunc exercendam cum Sol declinationem suam sensibiliter non mutat; (illud enim in Sydere ad hoc electo necessarium est;) hoc est, tempore Solstitiali. Quoniam vero observationes instituendæ sunt ante & post meridiem, Solstitium æstivum eligendum est, quoniam in brumali, ob Solem tum temporis Horizonti vicinum, Refractiones incertæ praxin redderent dubiam: & præterea Sol oblique nimis tunc ascendit descenditque,

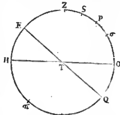
verticalem multo magis quam elevationem mutans; quod incommodum eſt in praxi hac, ubi verticalis ex elevatione determinandus eſt. Unde, Sole in æſtivo Solſtitio exiſtente, ita ducendus eſt in plano Horizontali circulus, ut Gnomonis umbræ extremitas in illum incidat, cum Sol elevationem multum, Azimuthum parum mutat; adeoque plures concentrici circuli ducendi ſunt, ut commodior eligatur.

Ad Lineam Meridianam determinandam, ad quam inſtrumenta perfectiora ſunt collocanda, ſæpius repetenda eſſet hæc praxis, & aliæ adhibendæ, quas apud Auctores paſſim videre licet, & quilibet per ſe facile excogitabit: quod & de aliis quibuſvis obſervationibus intelligendum eſt, quæ fundamentales ſunt, quibuſque aliæ longâ ſerie ſuperſtruuntur. Gnomonum, præcipue altiorum, alii ſunt commodiſſimi in obſervando uſus: loco tamen extremitatis opacæ commode adhibetur, in ædificio magno, foramen radios Solis intra tectum tranſmittens; ut in Templo S^ti^ *Petronii Bononiæ* à Cl. D. *Caſſini* factum eſt.

PROPOSITIO XVII.

Altitudinem Poli & Situm Æquinoctialis circuli reſpectu Horizontis per obſervationes determinare.

Ubi Polus alter elevatur, obſervetur per inſtrumentum in plano Meridiani (per præced. determinato) collocatum Fixæ cujuſvis nunquam occidentis Altitudo maxima OS, & minima Oσ ſupra Horizontem HO, quarum utraque in Meridiano contingit. Harum differentiæ Sσ dimidium PS vel Pσ eſt diſtantia Syderis à Polo: Hæc ergo Pσ vel PS minori Altitudini Oσ addita, vel à majore OS ſubducta, facit OP Altitudinem Poli quæſitam. Si Sydus in Altitudine maxima ſit ad alteram verticis Z partem, inter Z & H; tum loco maximæ Altitudinis Syderis, in calculo prædicto, adhibendum eſt ejus complementum ad ſemicirculum.



In obſervatione hac inſtituenda, ſummâ curâ & diligentiâ procedendum eſt: hinc enim reliquæ omnes Solis & Fixarum obſervationes, ac proinde Aſtronomica quævis ſuperſtruuntur. Quare Fixa talis ſeligenda eſt, quæ in minima Altitudine Refractioni minime ſit obnoxia; hoc eſt, Polo vicinior quævis, quæ Horizonti non admodum appropinquat: nam Refractio Syderum loca prope Horizontem obſervata incerta reddit; ut inferius oſtendetur.

Si Polorum neuter ſatis fuerit ſupra Horizontem elevatus, tum ex Altitudine Meridiana Syderis, cujus nota eſt declinatio, res perficitur; ut in Corollario Prop. ſequentis oſtendetur. Immo in locis pleriſque, ubi paucas tantum obſervationes inſtituere decretum eſt,

rem

rem sic conficiunt. Verum, cum declinationis Syderum observatio à Poli Altitudinis notitia pendeat, æquum est modum tradere hanc observandi, qui ab illa non pendet; quique à cautis omnibus observatoribus, qui Stellarum loca determinare volunt, aliorumque observatis (quæ repetere licet) minime fidere, necessario usurpanda est.

Inventâ Altitudine Poli, Altitudo Æquatoris sive HE arcus Meridiani inter Horizontem HO & Æquatorem EQ interceptus determinatur; est enim prioris complementum ad circuli quadrantem: Nam quia HZO est semicirculus, & PE quadrans, erunt PO & HE simul quadranti æquales. Determinatur igitur Æquatoris situs respectu Horizontis dati HO: Illum enim intersecat in punctis veri Ortûs & Occasûs, quæ per rectam signantur Meridianæ lineæ (Prop. præced. inventæ) normalem; ejusque planum inclinatur ad planum Horizontis angulo, cujus mensura est arcus HE modo inventus.

SCHOLIUM.

Ope harum duarum Propositionum Telluris magnitudo innotescet. Si secundum Lineam Meridianam (per Prop. XVI. ductam) iter factum exactissime mensuretur, & ex observata (per Prop. XVII) Altitudine Poli ad initium & finem itineris, arcûs Meridiani Terrestris intercepti ratio ad integrum Meridianum determinetur; non latebit ambitus integri Meridiani Terrestris: ac proinde, ex cognita circuli dimensione, Telluris Diameter, & exinde (per Geometriam) illius superficies & soliditas innotescunt. Porro, quoniam in hac praxi iter sub quolibet Meridiano confectum, sive longitudo viæ ubique quamproxime proportionalis deprehenditur observatæ mutationi elevationis Poli; constat communem sectionem superficiei Telluris & plani Meridiani cujusvis, esse circulum, & proinde Telluris figuram esse sphæricam. Abstrahimus nunc à parva elevatione ad Æquatorem, (de qua Prop. XXXI. Lib. I.) quæ in prædicta praxi erit insensibilis.

PROPOSITIO XVIII.

C*ujusvis Syderis Declinationem observare.*

Propositi Syderis Altitudo Meridiana observetur. Si Sydus fuerit in Meridiani quadrante ZH, in quo Æquator EQ Meridianum intersecat, ut ad σ; erit differentia altitudinis Æquatoris HE & altitudinis Syderis Hσ (nempe Eσ) Declinatio Syderis quæsita. Si vero Sydus fuerit in Meridiani quadrante ZO, in quo Polus P, ut in S; tum differentia altitudinis Poli P & altitudinis Syderis OS, (nempe PS,) sive distantia Syderis à Polo, est complementum Declinationis quæsitæ. Q.E.I.

Nihil hic de observationum praxi & instrumentorum constru-

ctione addimus, in quibus horum præcipua difficultas consistit: Artificem enim in *Geometria Practica*, *Mechanicis* & *Opticis* versatissimum supponimus. Patet vero cuivis Fixarum loca determinaturo commodissimum fore, si Quadrantem aut potius Semicirculum in Meridiani plano prorsus immotum, & in gradus horumque partes secundum artem divisum habeat, super cujus centrum index Pinnacidiis Telescopicis instructus movetur, ut Syderis cujusvis Altitudo Meridiana prompte mensuretur, cum ad Meridiani planum appellit: hæc enim Declinationis Syderum observatio in Fixarum locis restituendis præcipua est.

COROLLARIUM.

Sicut ex datis Elevatione Poli vel Æquatoris & Altitudine Syderis Meridiana, ejus Syderis Declinatio invenitur, ita è converso, ex datis Syderis Altitudine Meridiana & Declinatione, Æquatoris vel Poli Elevatio habetur. In quadrante enim ZEH, summa vel differentia ipsarum Hσ, Eσ dat Æquatoris elevationem HE. In quadrante vero ZPO, summa vel differentia ipsarum OS & PS exhibet altitudinem Poli.

PROPOSITIO XIX.

Inclinationem Eclipticæ ad Æquatorem, sive Eclipticæ Obliquitatem observare, ejusque ac proinde Colurorum, Tropicorum & Polarium situm respectu Æquatoris determinare.

Quotidie circa Solstitium utrumvis observetur (per præced.) Solis Declinatio: Hæc, ubi maxima, ipsa est Eclipticæ Obliquitas quæsita. Quoniam enim Ecliptica est ipsa via Solis, quanta est Solis declinatio maxima, tanta etiam est ipsius Eclipticæ; unde observatâ illâ, simul observatur & hæc. Q. E. F.

Verum cum, ex praxi præcedente, Syderis Declinatio observari nequeat, nisi cum Sydus istud est in Meridiano; si contingat Solstitium celebrari, Sole in Observatoris Meridiano non existente, (quod certe plerumque fiet,) paululum aberrabitur: hoc autem tantillum est, ut sit merito negligendum. Præcipimus enim quovis meridie Declinationem inquirere; adeoque aberratio maxima est cum Solstitium mediâ nocte celebratur; nempe temporis puncto à meridie remotissimo. Error igitur cum maximus est, tantus erit, quanto Solis Declinatio 12 horis ante aut post Solstitium deficit ab ejus Declinatione maxima: hic autem defectus ad quatuor minuta secunda non ascendit; cum tamen ipsa Obliquitas intra minutum primum aut etiam duo ab Artificibus nondum sit definita. E Solstitiis eligendum erit illud, in quo Sol commodissime observari poterit absque erroris periculo; v. g. in regionibus hisce prope Polum septentrionalem Solstitium æstivum, quoniam Sol in Solstitio hyberno ipso meridie refractionum periculis non caret; quæ res in hujusmodi observatione maximi est momenti. Dantur & habitationes, ubi ad Obliquitatem Eclipticæ inquirendam consultum sit altitudinem

dinem Meridianam Solis, in uno Solstitiorum positi, subducere ex ejusdem altitudine Meridiana in altero Solstitio, si Sol in utroque casu sit ab eadem verticis parte; sed si ad diversas, ex posterioris Meridianæ altitudinis complemento ad semicirculum, ut relinquatur distantia Tropicorum, cujus semissis est ipsa Obliquitas quæsita.

Ad exquisitam autem indagationem Obliquitatis Zodiaci, ait Observatorum solertissimus *Hevelius* plurimorum annorum continuatas, omnibusque numeris absolutissimas, majoribus & fide dignissimis Organis administratas observationes requiri. Atque hinc fit quod etiamnum hodie, quando instrumenta sunt & magna & accurate divisa, & Telescopiis instructa, discrimen satis sensibile intersit inter Zodiaci Obliquitates ab Artificibus positas. Siquidem *Hevelius* illam ponit 23^{gr} 30′ 20″, eandem quam *Ricciolus* in *Astronomia Reformata: Moutonus*, qui integrum fere librum hac de re scripsit, illam post multas & repetitas observationes, mediamque inter extremas eligens hanc, constituit 23^{gr} 30′, quam etiam Obliquitatis mensuram ex selectis observationibus *Ricciolus* in *Almagesto* ponit: hanc etiam ponit *Streetius* in *Astronomia Carolina*, & generaliter Artifices usurpant. Quo non obstante Cl. D. *De La Hire* in *Tabb. Astron. Part. Prior. de Motibus Solis & Lunæ* illam minuto primo integro minorem constituit; nempe tantum 23^{gr} 29′, idque ex observationibus prope Zenith & extra refractionis periculum factis. Si vero Veterum hac de re placita notare libet, tanta reperitur inter Obliquitatem ab illis observatam, & illam quæ nunc ex Cœlis deducitur, differentia, ut plurimi Auctores eam mutabilem posuerint præter mutationem bis quolibet anno restitutam; de qua utpote fere insensibili hic non disputamus: quandoquidem tempore *Aristarchi Samii*, qui 300 prope annis ante Christum natum floruit, ea ipsa habita est 24^{gr}: vivente vero *Ptolemæo* annis post Christum 140, non amplius quam 23^{gr} 51′: & rursus *Albategnii* tempore 900 fere post Christum annis, tantum 23^{gr} 35′: & *Tycho* 23^{gr} 31′ 30″ eam per observationes prodit. Verum diligentissimi hujus seculi Observatores illam nihilominus constantem volunt; *Gassendus* nempe, *Ricciolus*, *Horoxius* & ipse *Hevelius*, qui Veterum observationibus haud adeo multum tribuendum esse in *Prodromo* censet, cum nec instrumenta omnibus numeris perfecta adhibuerint, nec tutiori via incesserint. Immo Antiquiores ipseque *Ptolemæus* in *Almagesto* idem censent; & *Albategnius* ob eandem cum *Hevelio* rationem Veterum observationes suis postponit. Et *Gassendus* in *Vita Peireskii* ostendit per observationes à se institutas, eandem esse hodie Zodiaci Obliquitatem, quæ fuerat tempore *Alexandri Magni*; eandem quippe à se observatam rationem Gnomonis ad suam umbram in meridie Solstitii æstivi *Massiliæ*, quæ fuerat in eadem urbe tum observata à *Pythea Massiliensi*.

Porro, puncta in Cœlo, ubi Ecliptica Æquatorem intersecat, illa

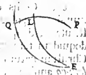
V 3 sunt,

funt, in quibus Sol apparet dum dies noctibus æquales funt Obfervatori, cui Polorum alteruter elevatur fupra Horizontem. Eclipticæ ergo fitus is eft, ut Æquatorem interfecet in dictis punctis, & ad Æquatorem inclinetur in angulo fupra determinato, ejus dimidio ad Polum Boreum vergente, in quo Sol verfatur dum dies noctibus funt longiores Borealis hemifphærii Terræ incolis. Eclipticæ fitu dato, protinus datur fitus Tropicorum; quippe qui Æquatori paralleli Eclipticam contingunt, funtque tantum ab Æquatore remoti, quanta eft Eclipticæ Obliquitas: & Polares tantundem à Polis proximis diftant. Colurorum etiam fitus hinc deducitur: nam in Polis hactenus per obfervationes determinatis, ad angulos rectos fe mutuo interfecantes, per puncta Æquinoctialia & Solftitialia fupra inventa tranfeunt.

PROPOSITIO XX.

Datâ Eclipticæ Obliquitate, Afcenfionem rectam & Declinationem dati in ea puncti, item Angulum, quem ad dictum punctum comprehendit Ecliptica cum Meridiano, per calculum eruere; & è converfo, Eclipticæ punctum, cui horum aliquod competit, definire, & proinde locum Solis in Ecliptica, ex obfervatione per Prop. XVIII. *facta, determinare.*

Referat EQ Æquatorem, cujus Polus P; EL Eclipticam; E Æquinoctii alterutrius punctum; L punctum in Ecliptica datum, per quod traductus concipiatur circulus declinationis PLQ. In triangulo fphærico ELQ datur latus EL, nempe diftantia puncti dati ab L, & angulus QEL Eclipticæ Obliquitas; datur item angulus Q, nempe rectus, quia P eft Polus circuli EQ: Invenietur igitur (per Trigonometriam fphæricorum) latus QL puncti L Declinatio quæfita, quæ borealis eft vel auftralis pro Poli adjacentis natura; item latus EQ, quod (pro fitu puncti L in hoc vel illo Eclipticæ quadrante, & natura puncti E) erit vel ipfa Afcenfio recta quæfita, vel illius complementum ad quadrantem, vel femicirculum, vel tres quadrantes, vel integrum circulum. Datur etiam angulus QLE, quem Ecliptica in dicto puncto facit cum Declinationis circulo five Meridiano. Hujus converfum fimiliter conftruitur: advertendum tamen duo effe Eclipticæ puncta, quorum eadem eft verfus datum Polum Declinatio; adeoque opus effe determinatione aliquâ.



SECTIO

SECTIO V.

De Stellis Fixis, earum Locis per observationem definiendis, aliisque huc attinentibus.

PROPOSITIO XXI.

Stellarum Fixarum classes varias explicare, in quas ob diversam magnitudinem apparentem dividuntur; hujusque differentiæ rationes reddere.

Propositionibus quibusdam præcedentibus modum tradidimus, quo præcipuorum Sphæræ circulorum Positio respectu Horizontis sensu definiti determinatur; Meridiani nempe, Æquatoris, Zodiaci, Coluri utriusque, Tropicorum & Circulorum Polarium: consequens est ut Fixarum loca circulorum istorum respectu inveniendi modum tradamus. Oportet autem prius aliquid de ipsis Fixis, harumque differentiis & ordine præfari.

Et primo cuivis Cœlum nocte serenâ & illuni aspicienti ingens Stellarum diversitas apparet quoad magnitudinem apparentem & radiorum vim. Hujus respectu Astronomi illarum sex fecerunt classes, quarum maximas appellarunt *Primæ Magnitudinis*, minimas *Sextæ* & intermedias eodem ordine. Diversitatem hanc aliqui in ipsam Stellarum veram magnitudinem rejiciunt, alias aliis esse revera majores asserentes, dum omnes æqualiter distant; quippe secundum hos in superficie sphærica locatæ: Alii Veteres secuti causam diversæ Magnitudinis rejiciunt in diversam earum distantiam.

Huic sententiæ numerus Fixarum primæ & secundæ magnitudinis multum favet. Nam si Fixa quælibet Solis officio fungatur in spatii Mundani portione fere æquali huic, cui Sol noster imperitat, tot erunt Fixæ magnitudinis primæ, quot hujusmodi Systemata nostrum tangentes circumstare possunt; hoc est, quot æquales Sphæræ mediam æqualem contingere possunt. Ex Geometria autem constat tredecim Sphæras mediam illis æqualem circumcirca contingere; (perperam enim *Keplerus* duodecim hujusmodi pro numero angulorum *Icosaedri* reperiri asserit, in *Lib.* I. *Epit.*) & totidem observantur incontraversæ Stellæ magnitudinis primæ. Advertendum enim inter ipsos Fixarum observatores, de illarum numero non prorsus constare: Nam *Hevelius Lucidam in scapulis Aquilæ* ad secundam magnitudinem refert, quam *Tycho* primæ magnitudinis dixit; & è contra *Hevelius Canem minorem* & *dextrum Humerum Orionis* primæ censet, quas tamen *Tycho* secundæ ponit. Aliæ interim reperiuntur, de quarum classe dubitat ipse *Hevelius*.

Rursus, si quæratur quot Sphæræ prioribus æquales prædictum primum ordinem Sphærarum, Sphæram ab initio positam circumstantium (sive potius priores illas 13 cum decimaquarta centrali comprehendentem Sphæram,) contingere possunt; invenietur harum numerus

numerus 52, five 4 × 13. Nam Sphærarum harum fecundi ordinis centra verfantur in fuperficie fphærica, quæ quadrupla eft ejus in qua verfantur centra Sphærarum primi ordinis intimam tangentium, cum illius diameter diametri hujus dupla fit; Et totidem præterpropter deprehenduntur Fixæ magnitudinis fecundæ; *Hevelio* illas circiter 50 ftatuente, dum *Keplerus Tychonem* fecutus ipfas 58 ponit; *Ptolemæus* non ultra 45; inter quos nos medium affumimus: in Stellis enim magnitudinis fecundæ, magis quam in iis magnitudinis primæ, diverfi obfervatores diverfa fentiunt. Nec in numero Fixarum reliquarum magnitudinum hâc methodo determinando magis aberratur. Ad hanc rem ulterius confirmandam, reftat ut oftendamus eundem inter Fixas primi honoris obfervari ordinem, qui inter corpora centralia Sphærarum intimam Sphæram (prope cujus centrum oculus ponitur) circumcirca contingentium; eundem inter Fixas fecundæ magnitudinis, qui inter corpora centralia Sphærarum ordine fecundarum ab his; atque ita denuo. Atque hic quidem res non æque procedit, (quæ caufa fuit, cur *Keplerus* in aliam abiit fententiam;) ut vel exinde conftat quod primo obtutu quidam Firmamenti tractus Stellis innumeris quafi fcatentes cernantur, alii vero ab iis tantum non vacui deprehendantur. Aft in primæ & fecundæ magnitudinis Stellarum ordine adeo non eft aberratum, ut comparanti patebit: Nam fex funt Stellæ primæ magnitudinis in Zodiaco, tres ad Boream, & quatuor ad Auftrum, præterpropter uti ex hac theoria decet.

PROPOSITIO XXII.

Conftellationes, in quas Fixæ ab Aftronomis diftribuuntur, enumerare.

Veteres vel lineamenta fecuti difpofitionis variæ Fixarum, vel religione ducti diftribuerunt Fixas omnes, in Zona noftra Temperata confpicuas, in Imagines 48: Quarum 12 in Zodiaci longitudinem incidunt, ejufque Dodecatemoriis nomina imponunt fua: Suntque in Boreali Zodiaci dimidio, *Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo* & *Virgo*; in Auftrali, *Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius* & *Pifces*. Reliquæ imagines in Hemifphæriis per Zodiacum diftinctis locantur: in Septentrionali 21, nempe *Urfa minor, Urfa major, Draco, Cepheus, Bootes, Corona Septentrionalis, Hercules, Lyra, Cygnus, Caffiopeia, Perfeus, Andromeda, Triangulum, Auriga, Pegafus, Equuleus Delphin, Sagitta, Aquila, Serpentarius, Serpens*. Hifce poftea adjectæ funt Conftellationes *Antinoi* ex informibus prope Aquilam, inter hanc & Capricornum & Sagittarium, & *Comæ Berenices* ex informibus prope Caudam Leonis. Antinoum ad Aquilam & Equuleum ad Pegafum reducit *Ptolemæus*. Ad Auftralem Zodiaci partem funt Afterifmi 15 Veteribus cogniti, nempe *Cetus, Eridanus, Lepus, Orion, Canis major, Canis minor, Argo-navis, Hydra, Crater, Corvus, Centaurus, Lupus, Ara, Corona Auftralis, Pifcis Auftrinus*.

Hifce

Hisce nuper adduntur, quæ circa Polum Austrinum sunt nobis inconspicuæ, Constellationes 12. *Phœnix, Grus, Indus, Pavo, Apus, Triangulum Australe, Musca, Chamæleon, Piscis volans, Toucan* sive *Anser Americanus, Hydrus, Xiphias* sive *Dorado.*

Extra depictarum imaginum limites sunt Stellæ quædam ad illas irreducibiles, quas ideo *Informes* vocant, atque ex hisce insigniores Fixarum Observatores novos Asterismos subinde confingunt, nominaque imponunt. Cl. nempe *Edmundus Halleius,* dum in *Insula S^{tæ}. Helenæ* Stellas Polo Austrino vicinas primus exacte observaret, jure suo usus est in nova Constellatione sub specie Quercûs ex informibus inter Argum Navem & Centaurum condenda, & sub nomine *Roboris Carolini* consecranda, in perpetuam sub illius latebris servati *Caroli* II. memoriam in Cœlum translati. Sic *Bartschius* in Globo suo Quadrupedali novas duas fundavit Constellationes, *Camelopardum* & *Monocerotem,* quas retinet *Hevelius.* Ipse autem *Hevelius* omnium longissime in hac materia progressus est, pluraque ex informibus prius Stellis construxit Sydera nova quam Recentiorum quivis, ut ex ejus *Firmamento* patet; nempe inter Leonem & Ursam majorem *Leonem minorem* invexit, & *Lyncem* inter Ursam majorem & Aurigam supra Geminos; *Canes Venaticos* post Ursam majorem & sub ejus Cauda reposuit, ita ut quæ *Tychoni* fuit informis inter Caudas Helices & Leonis, (quæ postea *Cordis Caroli* nomine fuit ab *Anglis* insignita,) *Hevelio* fit *in Annulo Armillæ Charæ*; *Lacertam* sive *Stellionem* inter Andromedam & Cygnum; *Uraniæ Sextantem* inter Leonem & Hydram; *Scutum Sobiescianum* inter Aquilam & Serpentarium; *Vulpeculam cum Ansere* inter Aquilam & Lyram sub Cygno; *Triangulum minus* inter Triangulum Boreale & Arietis Caput. Veteres etiam Constellationes quasdam immutavit paululum, aliasque illis adjunxit; ut Antinoum prius inermem *Arcu* & *Sagitta* armavit, in Herculis genu inflexi sinistram *Cerberum* induxit, & sub Bootis pedibus *Montem Mænalum* posuit. Prædicta Sydera in Locis descriptis collocavit ad fabulæ veteris adjacentium Syderum continuationem, ne Astrologorum placita & regulas nimium turbaret, vel ad facinoris nobilioris memoriam perpetuandam.

Alii rursus integra Sydera novis nominibus iisque *Christianis* designanda censent; cujus specimen dedit V. *Beda* in Astris Zodiaci, & continuavit in suo *Cælo Stellato* anno 1627 edito *Julius Schillerus.* Consilium tamen hoc merito improbarunt *Copernicus, Tycho,* & *Hevelius* in *Firmamento,* aliique Astronomi, qui priscas formas & antiqua nomina retinenda censent, ne Veterum Astronomia paulatim deperdatur, & confusio oriatur. Modo enim hucusque ab ipsis Astronomiæ primordiis recepto, quod in hac re præcipuum est consequimur; nempe (ut ait *Copernicus) ut tanta Stellarum multitudo per partes discerneretur, & ut hæ denominationibus quibusdam designari possint.*

Ad Astcrismos etiam pertinet *Via Lactea,* quam nostrum sæculum

innumerarum minutarum Fixarum congeriem esse deprehendit, prout Veterum quidam, teste *Manilio*, censuere: Estque Circulus latus candore Lactis perfusus, totum Cœlum ambiens; nonnunquam duplici tramite, plerumque simplici incedens per Cassiopeiam, Perseum, Aurigam, Pedes Geminorum, Clavam Orionis, Monocerotis anteriora, Caudam Canis majoris, Argum Navem, Robur Carolinum, Crucem & Centauri pedes, quos ultra, è regione Aræ, in duplicem dividitur tramitem; cujus pars Orientalior transit per Aram, extremam Scorpii Caudam, Pedemque Serpentarii orientaliorem, Arcum Sagittarii, Scutum Sobiescianum, Antinoi Pedes & Cygnum, ubi maxima ejus pars alteri jungitur: Occidentalior autem per priorem partem Caudæ Scorpii, Serpentarii Dextram & Cygni Sydus; absolvitque periodum suam in Cassiopeia, unde ejus descriptionem incipit *Manilius*. Sunt etiam & aliæ *Galaxiæ* divisiones minores, quas videre licet in *Hevelii Firmamento*. Viæ Lacteæ etiam affines sunt duæ *Nubeculæ* prope Polum australem sitæ, in *Europa* inconspicuæ, quæque à nautis *Nebulæ Magellanicæ* appellantur; illius enim albedinem (teste Cl. *Halleio*) exacte referunt, & Telescopio inspectæ hinc inde Nebulas parvas & exiguas Stellas ostendunt. Harum major inter Hydrum & Doradonem; minor inter Anserem Americanum sive Toucan & Hydrum collocatur.

PROPOSITIO XXIII.

Datis Solis Theoriâ & Horologio Automato, Fixarum Ascensionem Rectam per observationes determinare.

Explicatâ Fixarum diversitate tam secundum apparentem magnitudinem, quam secundum figuras Asterismorum, in quos communiter dividuntur, restat ut cujusvis ex illis locum determinandi methodum ostendamus respectu circulorum Sphæræ, quorum situs superius est determinatus, ac primo quidem respectu Æquatoris; in quem finem cujusvis Declinationem observare Prop. XVIII. docuimus: Reliquum est ut illius Ascensio Recta etiam inveniatur. Verum, quoniam Æquatoris initium, à quo Syderum Ascensio Recta numeratur, est illius interfectio cum Ecliptica; in qua licet Sol reperiatur semel in anno, ineunte sc. nostro Vere, inde tamen statim discedit, & punctum istud relinquit obscurum, nullo phænomeno, quod in sensus incurrat, insignitum, & tale denique unde Stellarum Ascensiones nequeunt immediate per observationes deduci;. aliquod igitur eligendum est Phænomenon, cujus Ascensio Recta quolibet momento datur, ut aliorum Ascensiones Rectæ hinc observentur. Inter omnia vero ad hoc opus Sol est maxime commodus, quippe cujus motus est maxime simplex, cujusque Ascensio Recta ex dato ejus loco in Ecliptica expedite invenitur per Prop. XX. Hujus ergo Theoriâ datâ; hoc est, ad datum tempus dato ejus loco in Ecliptica, & dato etiam Horologio Automato indicem æquabiliter circumagente, sic observantur Fixarum Ascensiones Rectæ.

Primo, ita ordinetur Horologium, ut index 24 horas numeret

labente

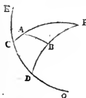
labente tempore, quo Fixa quævis à Meridiano digressa ad eundem revertitur, quod die naturali paulo est brevius. Horologii sic ordinati index ad initium numerationis constituatur, dum Sol Meridianum attingit, & notetur hora ab Horologio numerata, quando Fixa, cujus Ascensio Recta quæritur, eundem attingit. Horæ earumque partes ab indice numeratæ in Æquatoris gradus & illorum partes convertantur, ut supra est dictum: Prodibit intervallum Ascensionum Rectarum Fixæ & Solis; hoc vero additum Ascensioni Rectæ Solis exhibet Fixæ Ascensionem Rectam quæsitam.

Si vero, in Automato ad motum Fixæ diurnum ordinato, loco 24 horarum ostendantur 360 gradus horumque partes sexagesimæ, &, dum Sol est in Meridiano, indices statuantur ad numerum graduum & scrupulorum, ex quibus Solis Ascensio Recta tum constat; ostendent hi (absque ulteriore reductione) Ascensionem Rectam Fixæ, cum hæc Meridianum attingit.

PROPOSITIO XXIV.

Datis Declinatione & Ascensione Rectâ unius Syderis, & Declinatione alterius una cum Syderum Distantia, posterioris hujus Ascensionem Rectam invenire; & è converso, Syderum, quorum Ascensiones Rectæ & Declinationes dantur, Distantiam invenire.

Referat EQ Æquatorem, cujus Polus P; sintque Sydera A & B, ex quorum Declinationibus CA, DB datis dantur horum complementa sive distantiæ à Polo, nempe PA, PB, daturque etiam (ex hypothesi) Syderum distantia AB. Quare in triangulo APB, datis lateribus invenietur angulus APB, & proinde ejus mensura CD arcus; differentia nempe Ascensionum Rectarum Syderum A & B, quæ proinde addita vel subducta Ascensioni Rectæ datæ unius, (prout circulus Declinationis per hoc transiens est ad ortum vel occasum circuli Declinationis per illud transeuntis,) dat alterius Ascensionem Rectam quæsitam.



E converso, datis Syderum A & B Ascensionibus Rectis, datur harum differentia CD; hoc est, angulus CPB, cujus iste arcus est mensura: & in triangulo APB, dantur latera PA, PB datarum Declinationum complementa, una cum angulo comprehenso APB: invenientur igitur reliqui anguli, & latus AB Syderum Distantia quæsita.

Pariterque duorum in Telluris superficie Locorum, quorum Longitudines & Latitudines dantur, invenientur Distantia in circulo maximo computata, & anguli quos hic (qui communi Azimutho Cœlesti respondet) cum utroque Meridiano continet.

PROPOSITIO XXV.

Datæ Stellæ Ascensionem Rectam per observationes determinare, mediante Phænomeno interdiu & noctu conspicuo.

Observetur Phænomeni diu noctuque conspicui Declinatio (per

Prop. XVIII.) & diſtantia tam à Sole quam à Stella; hæc noctu, illa interdiu. Ex Phænomeni Declinatione, Diſtantia à Sole, & Solis loco, elicitur (per præced.) Phænomeni Aſcenſio Recta; ex qua & ejuſdem Declinatione obſervata, una cum obſervatis Stellæ Declinatione & Diſtantia à Phænomeno, ſimiliter invenietur Stellæ Aſcenſio Recta quæſita. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Veteres, qui temporis menſurâ accuratâ (qualem Prop. XXIII. requirit) carebant, (Clepſydræ enim ab Antiquiſſimis adhibitæ erant nimium fallaces,) Fixarum loca mediante Lunâ exquirebant, capiendo diſtantiam Lunæ à Sole ſecundum Æquatorem aut Eclipticam computatam de die, & diſtantiam Stellæ à Luna noctu, unde Diſtantiam inter Stellam & Solem, ac proinde (ex Solis Theoria) Diſtantiam Stellæ ab Eclipticæ initio concludebant.

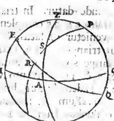
Recentiores Venerem adhibuerunt loco Lunæ, quod hujus diameter parva minorem in diſtantia obſervanda errori anſam præbeat; & quod Lunæ locus obſervandus ſæpenumero veniat per Fixarum loca prius correcta, ut ejus Theoria, in hunc diem (præſertim circa quadraturas, quando Veterum obſervationes hæ inſtituebantur) minus accurata, corrigatur; & etiam quod Veneris motus neque ſit tam velox, neque tam incertus. Ideoque Venerem obſervare conveniet in maxima elongatione à Sole, cum illius motus motui Solis propemodum eſt æqualis; & etiam cum ob elevationem Sol & Venus Refractioni minime ſunt obnoxii. In hujuſmodi obſervationibus faciendis præcipue curandum, ut ſæpius repetantur tam cum Venus orientalior eſt Sole, quam cum occidentalior; ut ex obſervationibus diverſis ad eundem Fixæ locum determinandum conſpirantibus verus locus certo conſtet. *Ricciolus* loco Veneris *Sirium* ſubſtituendum cenſet, quem ait ſplendere adeo ut circa Æquinoctia octo & amplius minutis ante occaſum Solis *Martio*, & poſt ortum Solis *Septembri*, videri poſſit. Sed & *Regulus* & *Arcturus* tandem in Meridiano, lucente Sole, nudis oculis obſervati ſunt à Regiæ Scientiarum Academiæ *Gallicæ* Aſtronomis; etiam cum Sol extra incertas Refractionis limites elevaretur: quod ope Teleſcopii in quavis Fixa illuſtriori quotidie fieri poterit.

PROPOSITIO XXVI.

Datis Altitudine Poli, Horâ à Meridie & Loco Solis, ſi præterea Syderis Altitudo & Azimuth obſervatione innoteſcant, invenire Syderis iſtius Aſcenſionem Rectam & Declinationem.

Referat PZHO Meridianum; HAO Horizontem, cujus Polus eſt Zenith Z; ERQ Æquatorem, cujus Polus P; S Stellam, per quam traducti intelligantur circulus verticalis ZSA & declinationis circulus PSR. In triangulo SZP, dantur ZP latus, complementum elevationis Poli OP; ZS latus, complementum altitudinis Stellæ SA; & angulus SZP, quem menſurat arcus AO ex Azimutho datus: Invenitur igitur latus PS, complementum arcûs RS Stellæ Declinationis

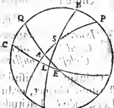
clinationis quæsitæ; & etiam angulus ZPS, & proinde ejus mensura, nempe arcus ER. Sed ex data Hora datur arcus Æquatoris interceptus inter Meridianum & circulum Declinationis per Solem traductum; horum ergo arcuum datorum dantur summa & differentia. Hæc autem summa, si Sol & Stella fuerint ad diversa Meridiani latera; vel differentia, si ad idem, est differentia Ascensionum Rectarum Solis & Stellæ. Et ex dato Solis loco datur ejus Ascensio Recta, (per Prop. xx;) quare innotescit etiam Stellæ Ascensio Recta quæsita.



PROPOSITIO XXVII.

D*Atæ Stellæ Longitudinem & Latitudinem investigare.*

In schemate EQ repræsentet Æquatorem, cujus polus P; EC Eclipticam, cujus polus B; punctum E communem horum circulorum intersectionem, initium ♈ vel ♎; S Sydus datum, per quod ducti intelligantur Eclipticæ & Æquatoris secundarii BSL, PSA. Et circulus maximus PBQC ipsos polos conjungens est Colurus Solstitiorum. Inveniatur per Prop. XVIII. Syderis Declinatio AS, unde habebitur ejus complementum PS; & per Prop. XXIII. vel XXV. Stellæ Ascensio recta EA, (saltem ex data Ascensione recta dabitur EA,) unde habebitur ejus complementum QA, & angulus QPA, cujus est mensura. In triangulo igitur BPS, dantur latus PS & latus PB, distantia nempe Polorum Æquatoris & Eclipticæ hujus obliquitati æqualis, una cum angulo ab iis comprehenso BPS: Innotescit igitur latus BS, hujusque proinde complementum SL, Stellæ Latitudo quæsita. Invenietur etiam angulus PBS, vel huic deinceps CBL, ejusque mensura arcus CL, adeoque hujus complementum LE. Atqui arcus hic vel est ipsa Longitudo quæsita, vel ejus complementum ad unum, duos, tres vel quatuor quadrantes.



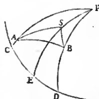
Similiter ex dato situ Stellæ respectu Eclipticæ determinabitur ejusdem situs respectu Æquatoris.

PROPOSITIO XXVIII.

D*Atis Longitudine & Latitudine duorum Syderum, & Distantiâ tertii ab utroque, tertii istius Locum invenire.*

Referat CED Eclipticam, cujus Polus P; A & B Stellas, quarum Longitudo & Latitudo dantur, per quas traducti intelligantur Latitudinis circuli PAC, PBD; anguli CPD sub illis comprehensi mensura est Eclipticæ arcus CD, Longitudinum datarum differentia, ac proinde

proinde datur. In triangulo APB, datis lateribus PA, PB, Latitudinum CA, DB complementis, & angulo APB, invenietur AB latus, & angulus PBA. Rursus, in triangulo ASB, datis omnibus lateribus; nempe SA, SB, distantiis Stellæ S à duabus A & B, & prius invento AB, reperietur angulus ABS; adeoque SBP, hujus & prius inventi PBA intervallum: & tandem in triangulo SBP, datis duobus lateribus BP, BS, cum angulo ab illis comprehenso SBP, invenietur PS, & consequenter ejus complementum ES, nempe Syderis S Latitudo; & angulus BPS, hujusque mensura DE, differentia nempe Longitudinum Stellarum B & S, addenda Longitudini Stellæ B ut fiat Longitudo Stellæ S, si PSE sit orientalior quam PBD; subtrahenda vero, si occidentalior. Alii sunt hujus Problematis casus pro vario situ punctorum A & S, sed qui omnes similiter solvuntur.



Eodemque prorsus modo, si detur situs Stellarum A & B respectu alterius cujusvis circuli, Æquatoris *ex. gr.* hoc est, si dentur earum Ascensiones Rectæ & Declinationes, & Distantia tertiæ S ab utraque; dabitur etiam hujus situs respectu ejusdem circuli. Atque hæc in Tellure fiunt similiter.

PROPOSITIO XXIX.

F*Ixarum Catalogum condendi modum describere; præcipuos ejus Conditores, methodosque, quibus sunt usi, indicare, & Globum Cœlestem construere.*

Cujusque Asterismi Stellæ singulæ pro loco, quem quævis in Asterismo obtinet, ordine describantur; & è regione cujusvis, ejus Longitudo & Latitudo per Prop. XXVII. inventæ adscribantur, atque postea ejus Magnitudo notetur. Si plures fuerint in eadem Asterismi parte (capite *ex. gr.* vel manu) Stellæ, in descriptione distinguantur in borealiores & australiores, & in præcedentes, medias & sequentes; ubi illæ præcedentes ab Auctoribus *Ptolemæum* secutis vocantur, quæ ad occidentem sitæ sunt; sive quæ Zodiaci partes præcedentes *i. e.* initio Arietis viciniores obtinent; hoc est, quæ in motu diurno præcedunt: A quibusdam etiam distinguuntur per literas alphabeti adscriptas. Si Stella notabilis in Asterismo occurrit, quæ singulari nomine indigitatur, nomen hocce etiam apponitur; ut *Arcturus* in Boote, *Regulus* in Leone, *Sirius* in Cane, &c. Post Stellas cuique Asterismo proprias adjiciuntur & informes circa eundem, similiter per viciniam hujus vel illius partis (cui sc. adstant) descriptæ, cum cujusque Longitudine, Latitudine & Magnitudine.

Primus, qui Fixas omnes in Catalogum reducere, earumque loca determinare est aggressus, fuit *Hipparchus Rhodius* annis ante Christum circiter 120, ex *Plinii* sententia *ausus rem etiam Deo improbam, adnumerare posteris Stellas & Sydera ad normam expangere.*

gere. Ex *Ptolemæo* tamen constat *Tymocharidem* & *Aristyllum* plurimas circa hanc rem observationes, 180 annis ante *Hipparchum* factas, reliquisse. *Menelaus* item Geometra anno *Trajani* primo quædam de Fixarum locis observavit *Romæ*. Post hos *Claudius Ptolemæus*, circa annum à nato Christo 140, nonnulla de Fixarum progressione in consequentia animadvertere ac literis mandare aggressus est; *Hipparchico* tamen circa earum ad invicem quoad longum & latum collocationem retento abaco, qui ad Fixas 1026 ascendit. Neque præter ea, quæ à *Ptolemæo* sunt consignata, Veterum observata amplius exstant. Idem quoque fecit *Albategnius Syrus* circa annum Christi 880: nam in Libro quem inscripsit de *Scientia Stellarum*, *Cap.* LII. *pag.* 202. ait se 11 gradus & dimidium & tertiam partem addidisse locis, in quibus, in *Ptolemæi* Libro, eas scriptas invenit. Neque etiam *Persæ Astronomi* aut *Alphonsini*, neque illis recentior *Copernicus* omnes Fixas observarunt, sed *Hipparchico* Catalogo acquieverunt, additâ solummodo in respectivis Catalogis portione motionis in omnibus interea factæ; de qua inferius. *Copernicus* interim Stellarum omnium Longitudines numerat à duarum in Arietis Cornu Præcedente, quam *Omnium Primam* vocat; quæque proinde omni ævo sunt eædem, dum Primæ hujus Longitudo ab Æquinoctii puncto indies augetur.

Hi omnes ad Stellarum loca determinanda Armillarem Sphæram, vel ejus partem (quam *Astrolabium* dixerunt) utplurimum adhibuerunt. Ejus descriptionem vide *Cap.* 1. *Lib.* v. *Magnæ Constructionis.* Hoc enim instrumento ad Mundi cardines & Loci Latitudinem composito, Armillam Eclipticam referentem de Die ope radiorum Solis (cujus locum ex ejus Theoria notum habebant) in eum componebant situm, quem tum Horizontis istius respectu Ecliptica obtinebat, & Lunæ locum in Ecliptica, ope circuli Latitudinis in Astrolabio mobilis, exinde observabant. Nocte deinde insequente, mediante Lunâ, (pro cujus motu interea facto locum prius inventum corrigebant,) Armillam illam Zodiacalem in situm isti temporis puncto congruum (quemadmodum prius mediante Sole) componebant, unde cujusvis Stellæ longitudinem secundum Eclipticam numeratam observabant, sicut prius Lunæ Longitudinem interdiu observassent (per mobilem Latitudinis circulum collimando) ejusque Latitudinem ope pinnacidii in dicto circulo itidem mobilis. Hunc observandi modum plene descriptum videre licet *Cap.* 4. *Lib.* VII. *Magnæ Constructionis Ptolemæi*, & *Cap.* 14. *Lib.* II. *Copernici de Revolut.*

Quamvis Veteres Lunam credidere prorsus necessariam ad Stellarum loca respectu Æquinoctialium & Solstitialium punctorum definienda, & cum iis sagacissimus *Copernicus Cap.* 14. *Lib.* II. sic loquatur; *Etenim sine ipsa non erat modus locis Stellarum comprehendendis, utpote quæ ex omnibus sola Diei & Noctis sit particeps*; nihilominus *Hieronymus Cardanus*, in Libro quem inscribit *Supplementum Almanach*, (postquam monuit Fixas ad Lunam comparandas

randas esse tempore Eclipseos Lunaris, quia locus Lunæ Solis respectu est tum temporis optime perspectus, quippe oppositus,) Veneris Stellam in hoc negotio Lunæ feliciter substituit, quippe diei & noctis etiam participem, cujusque alia etiam sunt commoda, Schol. Prop. xxv. exposita.

Proximus post *Hipparchum*, qui Fixas de novo observavit, fuit *Ulugh Beigh Tamerlanis Magni* Nepos. Hic quidem in Præfatione ait se observasse omnes, quæ observari poterant, præter 27 australiores. Mortuus est Princeps hic circa annum Christi 1449. Stellarum loca notavit in *Catalogo* suo (à D. *Tho. Hyde* latine reddito) ad annum Christi 1437.

Sæculo demum post Christum natum decimosexto illuxit sæculi istius Atlas, immortalis *Tycho Brahe*, qui indefesso labore Fixas omnes supra Horizontem *Uraniburgicum* facile conspicuas denuo observavit. Eodemque tempore *Gulielmus* Illustrissimus *Hassiæ Landgravius* hoc ipsum opus *Cassellis* aggressus est, & cum Mathematicis suis *Rothmanno* & *Byrgio* ultra 30 annos continuavit. Stellarum longitudinem & latitudinem calculo quæsivit, ex Ascensione Recta & Declinatione prius observatis per Methodum Prop. xxvii; ut *Tycho* testatur *Cap.* 2. *Part.* 1. *Progymnasmatum pag.* 147: quam tamen non usquequaque probat *Tycho*, ob difficultatem temporis à Meridie exacte numerandi, quod utut à se sæpius tentatum fuerit per Horologiorum constructionem, modisque aliis in *Progymnasm. Cap.* citato descriptis, nunquam tamen satis pro voto successit. At licet Principis observationes non extendantur ad plures quam 400 Fixas, & instrumentis paulo minoribus fuerint factæ, illas tamen ipsius *Tychonis* laboribus præfert *Hevelius* in *Prod. Astr.* quod ex sua sententia majorem diligentiam adhibuerit Princeps cum suis coobservatoribus, quam *Tycho* cum suis. Princeps postea per Veneris Stellam rem perfecit. *Tycho* autem, licet *pag.* 146. *Lib.* 1. *Progymnasm.* exprobret *Cardano* errorem in loco Meridionalioris & Lucidioris Lancium Libræ per Venerem constituendo majorem, quam est is *Alphonsinarum Tabularum*; fatetur tamen hoc exinde profluxisse, quod Veneris situs nullis tum numeris adstrictus esset: Veneremque ille etiam ad idem opus adhibet modo Prop. xxv. descripto. Loco Armillæ Zodiacalis à Veteribus adhibitæ ad Syderum longitudinum differentias & latitudines observandas, *Tycho* optimis rationibus permotus Armillas Æquatorias substituit; quibus nempe Ascensionum rectarum differentias & declinationes etiam extra Meridianum observaret, altitudine Meridianâ ad alias comprobandas semper adhibitâ. Reliquas, quas diligentissimus Observator adhibuit, cautiones videre licet *Cap.* 11. *Lib.* II. *Progymnasm.* Ex positis semel quarundam Stellarum locis, per methodos hactenus traditas inventis, aliarum Stellarum prope Æquatorem aut Eclipticam collocatarum loca modo Prop. xxiv. adducto determinavit: Cujusvis vero ignotæ Stellæ Ascensionem rectam per binas, quarum loca hactenus verificata erant, inquisivit, & si paululum

inter

inter se discrepantes essent ejusdem Stellæ Ascensiones Rectæ sic inventæ, mediam pro vera absque omni hæsitatione assumpsit: postea ex Ascensione Recta & Declinatione ejus Longitudinem & Latitudinem, modo Prop. XXVII. demonstrato, supputavit. Stellarum vero prope Polos positarum loca ex prioribus deduxit per praxin Prop. XXVIII; verificato tamen loco sic invento per distantiam à Stella tertia prius determinata observatam. Et universaliter, Fixæ loco unicâ tantum observatione determinato, nunquam acquievit; sed singula tum per methodos supra indicatas, tum per Armillas suas Æquatorias, tum per praxin Prop. XXIII, Horologiis optimis ad mensurandum tempus adhibitis, & hydrargyro plumboque arte Chymicâ in pulverem redactis, & decursu per foraminulum tempus simul indicantibus; quæ omnia in *Progymnasm.* graphice descripta videre licet.

Hâc curâ & diligentiâ ad Annum MDC conditus *Catalogus* 777 *Fixarum Tychonicus*, ex ipso Cœlo desumptus, tandem prodiit, Anno MDCX in *Astron. Instaur. Progymnasm.* editus; & deinde Anno MDCXXVII. in *Tabulas Rudolphinas* translatus, & Stellis 223 auctus ex aliis *Tychonis* observationibus, ita ut *Catalogus* hic in *Tabulis Rudolphinis* ad mille Fixas ascendat. Addidit *Keplerus* classem secundam Fixarum, quas de vetusto *Hipparchi* Catalogo à *Ptolemæo* repetito & emendato *Tycho* omisit, quasque *Semi tychonicas* appellat. Tertiam subjungit XII Imagines Cœlestes complectentem, in Zona nostra temperata Septentrionali inconspicuas. Hasce à *Lusitanis* denominatas, & à *Petro Theodori* ad normam Astronomicam correctas, in Catalogum refert. Fama est Australiores hasce postea observasse quendam *Fredericum Houtmannum Batavum*, & ex illis observationibus *Globum Cœlestem Blavianum* correctum fuisse. Verum hunc laborem, prout Astronomum decuit, primus exantlavit Cl. *Edmundus Halleius* in *Insula Sta Helenæ*, & Fixarum 350 Australiorum ad Annum Incarnationis 1677 completum restitutarum *Catalogum* edidit, *Catalogi Tychonici* vere *Supplementum*. Distantias Australium ignotarum à *Tychonicis* quibusdam observavit; & illarum loca ex assumptis locis quarundam *Tychonicarum* (per Prop. XXVIII.) calculo supputavit, adjectis etiam ipsis distantiis observatis.

Proximus post *Tychonem*, qui integrum Fixarum Catalogum proprium Orbi ostendit, est R. P. *Ricciolus*, in *Astr. Reform. Lib.* IV. ad Annum Christi MDCC completum. Verum Catalogus hic, qui continet plane tot Stellas, quot *Tycho* habet, ex *Tychonico* desumptus est, præterquam in Stellis 101, quas solas ex Cœlo per Observationes deduxit. In reliquis, paululum citra ultrave à *Tychone* recedit, ejus errores manifestissimos in suum etiam transtulit, Stellasque quasdam à *Tychone* vere observatas, sed *Riccioli* tempore haud amplius conspicuas, in *Catalogo* suo conservavit, sicut *Hevelius* *Prod. Astron.* p. 133. & seqq. notat.

Prodiit denique Illustris Viri *Jo. Hevelii Dantiscani Fixarum*
 Catalogus,

Catalogus, Stellas in universum 1888 continens; nempe 950 Veteribus cognitas, 603 quas suas dicit, utpote quas ante illum nemo recte & rite determinavit debitis instrumentis, & 335 *Halleii* in Horizonte *Gedanensi* inconspicuas. In hoc condendo sancte profitetur se ad nullius Auctoris observationes attendisse, sed negotium hoc ita suscepisse, ac si nullus Catalogus fuisset in rerum natura. Immo aliena fundamenta rejecit prorsus omnia, Solisque Theoriam Tabulasque Solares suas de novo construxit, propriis observationibus unice nixas. Sincere denique affirmat se nemini quicquam surripuisse, aut Stellæ minimæ Locum in Catalogum retulisse, quem non per diversas distantias & altitudines Meridianas ipse eruerit.

Catalogos duos instruxit *Hevelius*, primum sive Majorem exhibentem tam Longitudines & Latitudines, quam Ascensiones Rectas & Declinationes ad Annum Christi completum MDCLX, cui annexa sunt Loca secundum Longitudinem & Latitudinem, ad eundem annum reducta, Fixarum olim à *Tychone Brahe*, *Principe Hassiæ*, *Ricciolo*, *Ulugh Beigh* & *Ptolemæo* observata; alterum sive Minorem earundem Fixarum loca secundum Longitudinem & Latitudinem exhibentem, ad Annum Christi MDCC completum, cui subnectitur Cl. *Halleii Catalogus Stellarum Australium*, ex observationibus *Gedanensibus*, quoad Longitudinem partim correctus, ad idem tempus reductus: Adeo ut Catalogus Major exhibeat simul omnium Antecessorum Catalogos, quo protinus ad oculum pateat quousque observationes omnium inter se conveniant vel discrepent. Hisce subnectit Tabulam Ascensionis Rectæ & Declinationis plurimarum Fixarum ad Annos Christi 1660 & 1760, cum earundem differentiis pro 100 istis annis.

Ex hujusmodi Fixarum Catalogo facile construitur Globus Cœlestis: Signatis enim in superficie Globi Ecliptica ejusque Polis, Fixarum loca è Catalogo deprompta secundum Longitudinem & Latitudinem ad Eclipticam istam exacta itidem signentur, additis Asterismorum imaginibus. Delineetur etiam Viæ Lacteæ tractus per loca Fixarum, quas pertransit; addanturque Æquinoctialis Circulus, Eclipticam in assumpto numerationis initio & puncto huic opposito secans & ad illam debite inclinatus, Tropici etiam & Polares, reliquaque necessaria; de quibus supra Prop. XIII. dictum est. Atque ad hunc præcipue finem Catalogum Minorem destinavit *Hevelius*, & hinc etiam Uranographiam suam sive Tabulas omnium Syderum in plano delineatas deduxit, quas sub *Firmamenti Sobiesciani* Titulo Anno MDCXC in lucem edidit. Hæ enim à Globo Cœlesti differunt sicut Regionum Tabulæ à Globo Terrestri. Schemata hæc Asterismorum Uranographica in plano ita sunt delineata, ac si Cœlum convexum ab extra, ut in Globis artificialibus contingit, aspiceremus; quod à Prædecessoribus, qui Cœlum contemplati sunt, Fixarum Catalogos condiderunt, aut de Astris scripserunt, factum est. *Bayerum*, quia in *Uranometria* contrarium molitus est, *incogitato animo Sydera omnia invertere* dicit *Hevelius*;

lius; & quod *per ejus Figuras nihil amplius præstant, quam quod totum Cœleste negotium perturbent, & quod omnes Stellæ, quæ in Globis ad sinistram sunt constitutæ, ad dextram appareant. Firmamenti* ab *Hevelio* editi ope Globi Cœlestis Constructio longe erit facilior, quia Asterismorum Figuræ in illo apte sunt delineatæ, cum Via Lactea ejusque quasi rivis diversis. Fixarum vero Catalogum longe omnium amplissimum expectare jubent Clariss. D. *Flamstedii* Observationes, per plures annos instrumentis magnis simul & commodis in hunc finem institutæ.

PROPOSITIO XXX.

Mutationes aliquas notabiliores inter Fixas recensere.

Jam olim *Hipparchi* ævo Stella Nova inter Fixas apparuit. Atque hæc, teste *Plinio*, in *causa fuit* cur *Hipparchus aggressus sit annumerare posteris Stellas, Syderaque ad normam expangere, organis excogitatis, per quæ singulorum loca & magnitudines signaret; ut facile ex eo discerni posset, non modo an obirent nascerenturve, sed an omnino aliquæ transirent moverenturve; item an crescerent minuerenturve, Cœlo in hæreditate cunctis relicto.* Et quamvis non pauciores quam sex Stellas Novas tempore medias inter hanc & celebrem illam, quæ in *Cassiopeia* Anno 1572 apparuit, numeret *Ricciolus*; cum tamen vel vix omnino vel ab imperitis sunt observatæ, de iis nihil fere dicendum restat. Nova hæc in Cassiopeia, maximarum in Cœlo æmula, primo apparuit circa initium *Novembris* Anni 1572, duravitque usque ad *Martium* Anni 1574. Hæc non secus atque *Hipparchæa* illa occasionem præbuit *Tychoni* observandi, novis ac maximis instrumentis, Fixas, easque de novo ad normam expangendi; ut ipse in *Progymnasm.* testatur, ubi de Nova hac expresse agit.

Anni 1596 mense *Augusto*, Novam magnitudinis 3^tiæ in Ceto observavit *David Fabricius*, quæ post duos menses evanuit.

Anno 1600 Nova apparuit in pectore Cygni, prius ab aliis, postea ab ipso *Keplero* visa, qui de ea narrationem conscripsit Astronomicam. Hæc ad Annum usque 1659 teste *Hevelio* (qui illam ab Anno 1638 majoribus organis observaverat) ejusdem mansit magnitudinis, sc. tertiæ; verum ab Anno 1659 notabiliter decrevit, & exeunte Anno 1661 plane evanuit. Elapso vero quinquennio, nempe *Septembri* 1666, illa rursus *Hevelio* 7^mæ aut 6^tæ magnitudinis nudo oculo apparuit, eundem præcise Cœli locum retinens.

Anno 1604 circa initium *Octobris*, Nova in dextro pede Serpentarii visa est, quæ Jove major & Veneri propemodum æqualis apparuit: duravit per integrum annum; quippe post *Octobrem* 1605 invisa. De hac Librum edidit *Keplerus*, Physicis & Astrologicis disputationibus plenum. Novas istas tres, nempe in Cassiopeia, Cygno & Serpentario, subministravit Galaxia, quæ propterea Stellarum Novarum Promptuarium à quibusdam dicitur. Observatæ sunt

& aliæ Novæ, nempe illa An. 1612 in cingulo Andromedæ à *Simone Mario Mundi Jovialis* Auctore, & alia in Antinoo à *Juſto Byrgio Principis Haſſiæ Automatopœo* & aliis.

Anno 1638 *Joannes Phocyllides Holuuarda Franequeræ* obſervavit Novam in collo Ceti tertiæ magnitudinis, aut etiam amplius. Quomodo hæc ſingulis annis diſpareat, ac rurſus prodeat, ſed non ſemper eodem prorſus tempore, (licet *Bullialdus* aliter ſentiret,) poſtea per quatuor integros annos plane delituerit, ex ejus Hiſtoria ab *Hevelio* conſcripta & *Mercurio* ſuo annexa, & ex *Anno Climacterico* abunde patet. D. *Caſſini* eaſdem hujus Stellæ Phaſes exactis prope 330 diebus recurrere ex obſervationibus comperit; ſic tamen ut 15 diebus aliquando reſtitutio hæc retardetur aut prævertat. Hæc Stella eadem videtur eſſe cum illa, quam Anno 1612 obſervaverat *Fabricius*; loca enim congruunt.

Anni 1670 menſe *Julio*, Novam tertiæ magnitudinis ſub capite Cygni detexit *Hevelius*, quam ad Vulpeculam ſuam in *Catalogo* refert; brevi autem adeo diminuta eſt, ut circa finem *Auguſti* 1671 penitus ſit exſtincta: ſed proximo *Martio* rurſus affulſit, initio inſtar minutiſſimæ Stellulæ, deinde vero ad tertiam magnitudinem crevit, ac poſtea denuo ſenſim imminuta ſicut alterâ vice, *Septembri* Anni 1672, penitus evanuit, amplius non viſa.

Non tantum Fixæ Novæ nunc primum apparent, ſed & aliæ magnitudinis ſextæ, quintæ & quartæ, Veteribus cognitæ & ab ipſo *Tychone* obſervatæ, penitus evanuerunt, cujus exempla in *Hevelii Catalogo* paſſim videre eſt. Ipſe quatuor memorat in *Prodr. Aſtr.* nempe Stellam in ſiniſtro femore Aquarii, contiguam in cauda Capricorni præcedentem, ſecundam ventris Ceti, & poſt lances Libræ informium primam. Aliæ etiam circa haſce factæ ſunt ab Aſtronomis *Gallis* obſervationes. Sed & notabiles Fixæ primæ, ſecundæ & tertiæ magnitudinis claritatem & magnitudinem ſuam ſenſibiliter mutare deprehenduntur; ut ex Auctorum circa Fixas primæ & ſecundæ, vel ſecundæ & tertiæ, magnitudinis diverſis ſententiis dilucide conſtat. Ut autem Poſteri de mutatione Fixarum notabiliorum facilius & abſque errore dijudicare valeant; plura huc ſpectantia à ſe obſervata adſcripſit *Hevelius* in *Prodromo*.

Tranſeo nunc alias in Fixis mutationes ope Teleſcopii obſervatas, quales ſunt quæ à D. *Caſſini* noviter detectæ perhibentur; quod nempe quædam, ut Arietis prima & præcedens caput Geminorum, aliquando in binas æquales intervallo diametri utriuſvis diſtantes diviſæ appareant; quædam aliæ, ut Pleiadum aliquæ & media in gladio Orionis, quandoque triplæ aut etiam quadruplæ videantur. Phænomena enim hæc, præterquam quod nudis oculis (de quibus ſolis nos hic agimus) non cernantur, aliunde originem ducere videntur, & alio proinde loco tractanda veniunt.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

Punctorum Æquinoctialium Præcessionem veram, sive Fixarum Motum in consequentia apparentem definire; & ad datum tempus Locum cujusvis Fixæ ex dato Fixarum Catalogo determinare.

Hipparchus olim, referente *Ptolemæo Cap.* 1. *Lib.* VII. *Magnæ Constructionis*, ex comparatione suarum observationum cum illis *Aristylli* & *Tymocharidis*, suspicionem habuit motûs Fixarum in Zodiaco sitarum in consequentia: *Ptolemæus* vero ex *Hipparchi* & aliorum observatis, comparatis cum suis, hunc diserte affirmavit de omnibus, & quidem in circulis Eclipticæ parallelis factum; quod in plurimis notabilioribus Fixis *Cap.* II. & III. comprobat, comparatis earum locis respectu Æquatoris ab Antecessoribus & à seipso observatis. Motumque hunc progressûs comperit esse unius gradus in Annis centum. *Albategnius* ex Reguli locis à *Menelao* & à seipso observatis, intercedentibus annis 785, motum Fixarum esse unius gradûs in 66 annis *Cap.* LII. *Libri* de *Scientia Stellarum* colligit. *Ulugh Beigh*, pluribus adhuc annis interpositis edoctus, singulis septuagenis Annis Solaribus Fixas per unum gradum moveri in *Præf.* ad *Tabulas* suas pronunciat. Posteriores Astronomi, comparatis veteribus, *Albategnii* intermediis, & recentioribus circa hanc rem observationibus, invenerunt & motum hunc esse æquabilem, & celeriorem quam credidit *Ptolemæus*, tardiorem vero quam *Albategnius* eundem fere quem *Ulugh Beigh* posuit. *Tycho* enim in *Progymnasm. Lib.* 1. hunc colligit gradûs unius & 25′ in centum annis, sive 51″ in uno anno. *Copernicus* licet motum hunc inæqualem habuerit, medium ex observationibus antiquis & suis invicem collatis posuit 1^{gr}: 23′: 40″: 12‴ in annis 100: At paulo minorem posuit *Ricciolus*, nempe 1^{gr}: 23′: 20″ pari tempore, quem retinet D. *Flamstedius*. *Streetius* in *Astronomia Carolina* eum adhuc minorem ponit, quippe non ultra 1^{gr}: 20′. *Bullialdus* in *Astronomia Philolaica* hunc ponit 1^{gr}: 24′: 54″ in annis 100, dum novissime *Hevelius* in *Tabb. Solar.* in *Prodr.* eum vult tantum 1^{gr}: 24′: 46″: 50‴.

Pro singulis igitur annis, prorsum ab Anno cui Catalogus aptatur, addantur Longitudini Fixæ per Tabulas inventæ 50″, (numero rotundo inter variorum numeros intermedio,) fietque Longitudo quæsita: Latitudo interim invariata manet, cum & Fixæ & Ecliptica sint in Cœlo immobiles, solusque Æquator (circulus origine Terrestris) luxatus quasi pristinas suas sedes deserat. Pro singulis vero annis, retrorsum ab Anno Catalogi dato, subducantur 50″ à Longitudine Tabulari, ut proveniat Longitudo dato tempori congrua. Si vero Catalogi dati is sit ordo, ut singularum Fixarum Longitudines à Prima Arietis numerentur, (ut fit in *Copernici* Fixarum Catalogo, item *Clavii*, & quarundam *Tabulis Carolinis* adjuncto,) numero Longitudinis Tabularis (quippe perpetuæ) addatur Longitudo Primæ Arietis (quæ ineunte Anno 1701 ex *Hevelio* est 29^{gr}: 00′: 58″, & singulis post annis augetur per 50″, singulis vero ante minui-

 tur

tur per totidem, ut superius dictum) tempori dato congrua, & conflabitur Longitudo quæsita ab Æquinoctio verno, rejecto integro circulo, si summa hunc excesserit. Quod si ad tempus datum quærantur Fixæ Ascensio Recta & Declinatio, ex inventis ejus Longitudine & Latitudine ad tempus datum ut prius, fiet propositum per conversam Prop. XXVII.

SECTIO VI.

De Primi Motus Problematibus insignioribus per Calculum resolvendis.

PROPOSITIO XXXII.

D*Atorum duorum in Telluris superficie Locorum Differentiam Meridianorum sive Longitudinum per observationes determinare, & Loca illustriora Telluris cum Latitudinibus & Meridianorum Differentiis in Catalogum referre, & Globum Terrestrem construere.*

Ab observatoribus in datis Locis observetur Phænomenon aliquod instantaneum, (initium *ex. gr.* aut finis Eclipseos Lunæ nostræ, aut Eclipsis cujusvis è Satellitibus Jovis,) notatâ in utroque Loco horâ; Differentia horarum indicatarum in Æquatoris arcum conversa dat Longitudinum sive Meridianorum Differentiam quæsitam. Locorum autem propositorum ille est orientalior, qui plures post meridiem numerat horas; si vero eandem numerent, sub eodem sunt Meridiano. Nam quoniam idem Temporis punctum diversis nominibus horarum in duobus illis Locis gaudet, tantum inter se distabunt Locorum Meridies, aut aliæ quævis horæ eodem nomine insignitæ, quantum diversæ illæ horæ in eodem Loco; adeoque Æquatoris arcus inter Locorum Meridianos interceptus rite reperitur tribuendo cuilibet horæ 15^{gr}. Dictum autem Temporis intervallum *Meridianorum Differentia* vocatur, apposite satis, quia est revera Meridierum.

Pariter, si Horologium Automaton horas in Locorum altero exacte indicans ad alterum deportetur, ut cum alio horas illic indicante comparetur; Differentia horarum ab Horologiis numeratarum in Æquatoris arcum conversa dat Longitudinum Differentiam quæsitam: sic enim, ut in casu priori, cognoscitur intervallum inter horas eodem momento in binis Locis numeratas. Horologium enim deportatum supponitur horas similiter indicare, ac si suo in loco constitisset.

Locorum illustriorum in Catalogum repositorum cuivis apponatur Latitudo propria, eodem numero graduum designata (per Prop. VII.) quo Altitudo Poli ibi observata per Prop. XVII. Adjiciatur etiam in altera columna Differentia Meridianorum per horas earumque partes expressa (ex supra descriptis inventa) Loci propo-

siti

siti & Loci præcipui assumpti, cum titulo Additionis vel Subtractionis, prout illius Meridianus ad occasum jacet vel ad ortum respectu Meridiani hujus.

Facillime ex datis Locorum Latitudinibus & Differentiis Meridianorum construitur Globus Terrestris: Polis enim & circulo super illis maximo in Sphæra ad id comparata signatis, qui Telluris Polos & Æquatorem referant, ducatur per Polos Circulus Meridianum Loci (ad quem reliquorum in Catalogo Locorum Meridiani referuntur) repræsentans, in quo notetur punctum totidem gradus ab Æquatore ficto distans, quot numerantur in Loci Latitudine tabulari; & propterea illud ipsum erit, quod dictum Locum refert. Alius quivis Locus ponitur in circulo per Polos transeunte, inter quem & Meridianum hactenus positum tot interjiciuntur Æquatoris ficti gradus, (& quidem pro Loci secundi situ, versus ortum vel occasum numerati,) quot reperiuntur in Longitudinum Differentia tabulari supra inventa; & tot gradus ab Æquatore ficto versus alterutrum Polum, quot sunt in ejus Loci Latitudine tabulari. Similiter reliqua Loca illustriora in superficie Globi signantur. Intermedia vel minus illustria per Chorographiam vulgarem & itinera supplentur, adhibitâ quorundam Latitudine ad correctionem; hæc enim facilius observatur quam Differentia Longitudinis. Globo sic perfecto, vel Meridianus Loci proprii, vel alius quivis per Azores vel Fortunatarum aliquam traductus, pro primo haberi poterit; hoc est, Æquatoris gradus ab ejus interfectione cum Meridiano dicto (ceu initio) versus orientem numerandi sunt. Reliqui circuli aliaque necessaria Prop. xiv. descripta addantur secundum artem.

PROPOSITIO XXXIII.

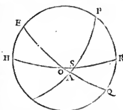
Datâ Elevatione Poli, & Stellæ vel alterius in Cœlo puncti Ascensione Rectâ & Declinatione, ejusdem Differentiam Ascensionalem, adeoque Ascensionem Obliquam, Moram supra Horizontem, & Amplitudinem Ortivam invenire.

Traditâ in præcedentibus methodo situm circulorum Sphæræ pro qualibet habitatione determinandi, Stellarum loca respectu dictorum in Sphæra Cœlesti circulorum, Locorumque in Tellure situm respectu eorundem in Telluris superficie consideratorum per observationes inveniendi; ordo postulat, ut præcipuorum (quæ reliqua sunt) circa hæc prius determinata & inventa Problematum per calculum resolutionem breviter indicemus, ad quorum exemplum alia quævis circa Motum Primum similiter resolvere proclive erit.

In casu præsenti, repræsentet EQ Æquatorem, cujus Polus P; HOR Horizontem, quorum communes interfectiones, O & punctum huic oppositum, sunt puncta veri Ortûs & Occasûs, poli nempe Meridiani PEQ. Sit S Sydus oriens vel occidens per quod traductus intelligatur circulus Declinationis PSA. In triangulo

OAS

OAS dantur, præter rectum ad A, angulus SOA, cujus mensura est HE altitudo Æquatoris; latus AS, Stellæ Declinatio data; invenitur ergo OA, Differentia Ascensionalis quæsita: nam O est punctum Æquatoris simul cum Stella ad Horizontem pertingens; A ejusdem punctum quod simul ad Meridianum appellit. Hæc igitur Differentia Ascensionalis detracta ex Ascensione Recta Stellæ declinantis ad Polum elevatum, addita vero Ascensioni Rectæ Stellæ declinantis ad Polum depressum, dat ejusdem Ascensionem Obliquam; & è contra in Descensione Obliqua. Ast hæc eadem Differentia Ascensionalis, quadranti addita vel ab eodem subducta, dat arcum semidiurnum Stellæ, prout hæc declinat ad Polum elevatum vel depressum: Hic autem in Tempus conversus dat dimidiatam Syderis Moram supra Horizontem. Invenitur etiam in triangulo OAS latus OS, Syderis Amplitudo Ortiva vel Occidua.

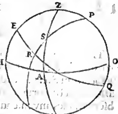


Similiter prorsus resolvendo idem triangulum OAS solvitur Problematis hujus conversum; ex datis nempe Syderis punctive Ascensione Recta, Declinatione & Mora supra Horizontem, Poli Elevationem invenire.

PROPOSITIO XXXIV.

Datâ Poli elevatione, si Stellæ, cujus Ascensio Recta & Declinatio sunt notæ, Altitudo observatione innotescat, Temporis momentum & Syderis Azimuthum invenire.

Iisdem Sphæræ circulis per easdem literas denotatis, intelligatur porro per Sydus S verticalis ZSA traductus. In triangulo PZS dantur omnia latera; nempe PZ, complementum Elevationis Poli; ZS, complementum Altitudinis Stellæ supra Horizontem; & PS, ejusdem Stellæ distantia à Polo sive Declinationis complementum: Invenitur ergo angulus PZS, quem metitur Azimuthus quæsitus OA; item angulus ZPS, cujus mensura est Æquatoris arcus ER. Sed ex dato loco Solis datur ejus Ascensio Recta: ergo datur differentia inter hanc & Stellæ Ascensionem Rectam ex hypothesi etiam notam: Dabitur ergo horum arcuum summa vel differentia; nempe arcus Æquatoris interceptus inter Meridianum PEH & circulum Declinationis per Solem traductum, qui in tempus conversus exhibet tempus ante vel post meridiem, prout Sol ad hujus latus orientale vel occidentale situs est.

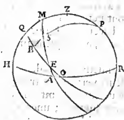


Idem fiet, si loco Altitudinis Stellæ ejus Azimuthus observatione notus sit.

PROPOSITIO XXXV.

Datis Longitudine Loci, Diei Horâ & Solis Loco, situm Eclipticæ respectu Horizontis determinare; hoc est, Eclipticæ & Horizontis angulum, (sive gradûs Eclipticæ ab oriente puncto Nonagesimi Altitudinem supra Horizontem,) punctum Eclipticæ oriens (indeque gradum Nonagesimum) punctumque Horizontis, in quo Ecliptica illum intersecat, invenire.

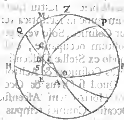
Reliquis manentibus ut prius, sit in Ecliptica MSEA Sol S. Ad Horam datam inveniatur (per Prop. xx.) ejus Ascensio recta, sive (posito PSB declinationis circulo) punctum B in Æquatore, ejusve adeo distantia ab E proximo Æquinoctiali puncto, nempe EB. Cumque Hora detur, innotescit Æquatoris arcus BQ inter B & Meridianum interceptus, adeoque & BO ejus complementum ad Æquatoris quadrantem QO: sed datur BE, unde notus est EO arcus. In triangulo igitur AEO inter Eclipticam, Æquatorem & Horizontem comprehenso, dantur anguli AEO Eclipticæ obliquitas & AOE inclinatio Æquatoris ad Horizontem, & modo inventum latus EO: unde innotescent reliqua; quorum EAO hujusve complementum ad duos rectos MAH est angulus, quem Ecliptica facit cum Horizonte, ab Altitudine gradûs Nonagesimi mensuratus; EA distantia puncti Eclipticæ orientis ab Æquinoctiali puncto E, indeque punctum altissimum; sive gradus ab oriente puncto A Nonagesimus innotescit; & OA distantia orientis puncti A à vero Ortu O, in Horizonte computata. Q. E. F.



PROPOSITIO XXXVI.

Iisdem datis, Syderis, cujus Longitudo & Latitudo dantur, situm respectu Horizontis, sive Altitudinem & Azimuthum invenire; item punctum angulumque, in quo Verticalis per dictum Sydus Eclipticam intersecat, determinare.

Syderis S locus secundum Longitudinem & Latitudinem datus (per conversf. Prop. XXVII.) reducatur ad Æquatorem; hoc est, quærantur ejus Ascensio Recta & Declinatio. Cumque Solis Ascensio Recta detur, dabitur & Ascensionum harum differentia. Sed ex Hora data notus est Æquatoris arcus inter Meridianum & circulum declinationis per Solem traductum interceptus: innotescit igitur & QR arcus Æquatoris inter Meridianum & PS declinationis circulum per S transeuntem; adeoque, quem hic mensurat, angulus QPR. In triangulo ZPS dantur latera PZ, PS (illud complementum Elevatio-



 nis

nis Poli, hoc dati Syderis distantia à Polo, ex illius Declinatione cognita) cum modo reperto angulo ZPS; unde innotescent latus ZS & angulus PZS: ZS est Altitudinis ES complementum, & angulum PZS mensurat RE arcus Horizontis, qui Azimuth dicitur; cumque RO sit quadrans, inventus est arcus OE distantia inter O punctum veri Ortûs & verticalem ZE per S traductum. Porro, in triangulo ECA inter verticalem ZSE, Horizontem HOR & Eclipticam ACM comprehenso, dantur anguli ad E & A (hic supra inventus, ille rectus) cum latere interjecto EA, cognitorum arcuum OE, OA summa vel differentia: ergo dantur reliqua; nempe AC distantia puncti C ab oriente puncto cognito A, EC latus, & angulus ECA, quem verticalis ZSE per Sydus S traductus cum Ecliptica continet. Q. E. F.

Licet Probl. hoc sit Prop. XXVI. quasi conversum, illud ipsum tamen, ob frequentem usum, placuit inserere.

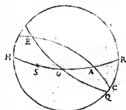
COROLLARIUM.

Iisdem datis, eâdem operâ determinatur Terræ locus, cui Stella S est in vertice. In triangulo enim ZPS, in quo omnia latera angulique innotescunt, latus PS indicat distantiam loci Terræ à Polo ipsi P subjecto; unde ejus latitudo nota est, & angulus ZPS est distantia Meridianorum Loci dati & quæsiti. Quod si S sit in ipsa Ecliptica, Problema simplicius evadit; & adhuc magis tale, si sit Sol, sive oppositum punctum.

PROPOSITIO XXXVII.

Datâ Elevatione Poli & Ascensione Obliquâ Stellæ, ejus Ortum Cosmicum & Achronycum invenire.

Sphæræ circulis per literas ut sæpe supra designatis, in triangulo EOA datur angulus ad E, nempe Eclipticæ Obliquitas; latus EO Syderis S Ascensio Obliqua (saltem d stantia puncti Æquatoris coorientis ab Æquinoctio proximo, ex Ascensione Obliqua data) & angulus EOA inclinatio Æquatoris ad Horizontem, vel hujus complementum ad duos rectos: Dabitur ergo EA latus, adeoque punctum in Ecliptica cum Stella oriens. Igitur quo tempore Sol locum hunc in Ecliptica tenet, Stella S oritur Cosmice; Sole vero punctum huic oppositum occupante, eadem Stella Achronyce oritur. Similique modo ex Stellæ Descensione Obliqua (per Prop. XXXIII. inventa) Occasus Cosmicus & Achronycus Stellæ elicientur.



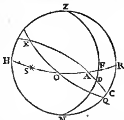
Quod si Ortus & Occasus Cosmicus idem significent, quod supra Horizontem Ascensus infraque eundem Descensus; Ortûs & Occasûs Cosmici tempus per præced. determinatur: Stellæ enim Altitudo (quippe in Ortu & Occasu nulla) datur, unde temporis momentum innotescet. Et tunc Ortus Achronycus idem quod vulgo sonat;

ſonat; nempe veſpertinus: Occaſus vero Achronycus eodem redit cum Occaſu Coſmico vulgo dicto, ſive matutino.

PROPOSITIO XXXVIII.

DAtæ Stellæ Ortum & Occaſum Heliacum definire.

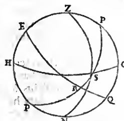
Reliquis manentibus ſit D locus quem tenet Sol, cum Stella S oritur Heliace. Datur igitur in triangulo AFD, præter rectum ad F, FD latus, ſc. arcus depreſſionis Solis requiſitæ ut Stella datæ magnitudinis appareat; item angulus DAF, quem Ecliptica comprehendit cum Horizonte, cum Stella S oritur, per Prop. XXXV. repertus: invenietur igitur latus AD. Hic autem arcus adjunctus arcui EA (per præced. invento) dat ED diſtantiam Solis ab Æquinoctiali puncto E, quando S oritur Heliace. Innoteſcet igitur tempus Ortûs Heliaci dati Syderis S; idem nempe quo Sol inventum Eclipticæ punctum D tenet. Similiterque Occaſus ejus Heliacus reperietur.



PROPOSITIO XXXIX.

DAtis Latitudine Loci & Loco Solis, initium Crepuſculi Matutini & finem Veſpertini invenire.

Deſignet ZEPN Meridianum; EQ Æquatorem; HO Horizontem, cujus Poli Zenith Z & Nadir N; S Solem infra Horizontem depreſſum: per quem traductus intelligatur Declinationis circulus PSR, & verticalis ZSN. In triangulo ZPS dantur omnia latera; nempe PZ complementum Elevationis Poli; PS diſtantia Solis à Polo, ex ejus Loco nota; & latus ZS, compoſitum ex quadrante & depreſſione Solis ad initium vel finem Crepuſculi neceſſaria: Innoteſcet igitur angulus ZPS, cujus menſura eſt arcus RE, qui in Tempus converſus exhibet horas quæſitas, poſt Meridiem numerandas ad finem Crepuſculi veſpertini; harumque complementum ad 12 horas, ſive arcus RQ, horas à media nocte numerandas ad initium Crepuſculi matutini.

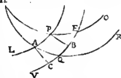


PROPOSITIO XL. LEMMA.

SI circulum in Sphæra maximum duo maximi ad angulos æquales ſecuerint, omnium huic parallelorum circulorum arcus à duobus ſecantibus intercepti ſunt inter ſe ſimiles; interſecantium vero arcus inter binos parallelos comprehenſi ſunt inter ſe æquales.

Circulum maximum EQV ſecent duo maximi HEO, HQR in E

& Q, ita ut anguli HEQ, HQV sint æquales. Dico cujuslibet circuli PAL ipsi EQV paralleli arcum AP, ab ipsis HEO, HQR interceptum, similem esse ipsi EQ; ipsorum vero HEO, HQR arcus PE, AQ inter binos parallelos interceptos esse inter se æquales. Per Polos ipsius EQV ducantur circuli maximi PB, AC. Estque Sinus arcus AC. Sinum AQ:: (Sinus AQC. Radium :: Sinus PEB. Radium::) Sinus PEB. Sinum PE. Sed arcus PB, AC (per Prop. x. *Lib.* 2. *Sphæric. Theodosii*) æquantur, adeoque & horum Sinus: ergo etiam arcus AQ, PE æquales sunt. Porro, in triangulis PEB, AQC, in quibus anguli B & C (quippe recti) & E & Q (ex hypothesi) sunt æquales, item latera PE, AQ & PB, AC hactenus ostensa æqualia, erunt etiam & latera EB, QC æqualia, adeoque arcus EQ, BC æquales. Sed AP, BC (per *Prop.* x. *Lib.* 2. *Sphæric. Theodosii*) sunt arcus similes, ergo & QE, AP etiam similes sunt. Et quoniam circulus PAL sumptus est utcunque, omnium ipsi EQV parallelorum circulorum arcus à circulis HEO, HQR comprehensi sunt ipsi EQ & proinde inter se similes. Q.E.D.



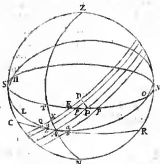
PROPOSITIO XLI.

P*Arallelum invenire, in quo Sol versatur tempore Minimi Crepusculi.*

Longe diversam esse rationem incrementi & decrementi Crepusculorum ab incremento & decremento Dierum Artificialium jam olim est observatum: Dies enim augentur Sole à Tropico hyemali ad æstivalem redeunte; Crepuscula vero non item. Hæc enim minuuntur post brumam usque ad certum terminum ante Æquinoctium vernum, ubi minima sunt; & postea augentur, dum Sol Æquatorem transit & ad Tropicum æstivum tendit: inde vero minuuntur ad certum terminum post Æquinoctium autumnale; post hunc vero ad mediam hyemem augentur rursus. Proponatur inquirendus Parallelus à Sole per motum diurnum descriptus, cum Crepusculum in data habitatione est minimum.

In schemate sit ZSNM Meridianus, SEM Horizon, cui sit parallelus *Circulus* minor CAR *Crepusculorum* dictus; is nempe in quo Sol hæret ad initium Crepusculi matutini & finem vespertini. Ponatur AP parallelus quæsitus. Per punctum A, ubi hic intersecat CR, ductus concipiatur AQHO circulus maximus Horizonti HO in O & H occurrens, qui Æquatorem EQ secat in Q, ita ut angulus AQE sit æqualis angulo PED vel TEK. Et (ideo per præc. Lemma) EQ arcus similis est arcui PA; & alterius cujusvis circuli Æquatori paralleli arcus *ap*, inter OES & OAL interceptus, eidem AP vel QE similis etiam erit; eorumque quilibet erit mensura durationis Crepusculi, dum Sol parallelum PA percurrit. Quoniam vero (ex hypothesi) istud minimum est, horum arcuum nullus, præter PA, ad CR pertinget. (Nam dum Sol motu diurno alium quemvis parallelum

lum deſcribit, durationis Crepuſculi menſura eſt ejus arcus *pb*, inter Horizontem SEM & Crepuſculorum circulum CAR interceptus; quæ cum (ex hypotheſi) major ſit quam Crepuſculi Minimi menſura PA, patet *pa* ad CR non pertingere, quia major *pb* eouſque tantum pertingit.) Et igitur Crepuſculorum circulus CAR circulum maximum OAH contingit: & quia ejus pars infra Horizontem (nempe OAH) eſt ſemicirculus, & CAR Horizonti parallelus, patet HLA vel OA eſſe circuli quadrantem. Ideoque polis O & H per A deſcriptus circulus NATZ



Æquatorem ad K interſecans maximus eſt, & per Zenith & Nadir tranſit, & Horizonti ad angulos rectos in T occurrit. Porro, in triangulis ſphæricis ETK, QAK anguli ETK, QAK (per *Prop.* xv. *Lib.*I. *Theod.*) recti ſunt & proinde æquales, item anguli TEK, AQK (per conſtructionem) æquales, & reliqui TKE, AKQ æquales; (quippe ad verticem poſiti:) unde (ex ſphæricis) invicem æquilatera ſunt iſta triangula; hoc eſt, arcus TK æqualis KA, & TE æqualis QA: Sed (per præced. Lemma) QA æqualis EP, quare TE æqualis EP. Prætcrea, in triangulo ſphærico ETK rectangulo ad T (per Prop. Trigonom. Sphæric. notiſſimam) eſt radius ad tangentem complementi anguli TEK inclinationis Æquatoris ad Horizontem, ſicut tangens arcus TK ad ſinum arcus ET: & permutando, radius ad tangentem ſemiſſis arcus depreſſionis circuli Crepuſculorum infra Horizontem ſicut tangens Elevationis Poli ad ſinum arcus ET vel EP. Rurſus, in triangulo EDP (poſito DP circulo Declinationis) rectangulo ad D ſinus arcus EP eſt ad ſinum arcus DP ut radius ad ſinum anguli DEP; hoc eſt, ad ſinum complementi Elevationis Poli: Sed in omni arcu tangens eſt ad ſinum ſicut radius ad ſinum complementi; quare ſinus arcus EP eſt ad ſinum arcus DP ut tangens Elevationis Poli ad ejuſdem ſinum. Et invertendo ac permutando, tangens Elevationis Poli eſt ad ſinum arcus EP, ſicut ſinus dictæ Elevationis ad ſinum arcus DP: Sed eſt (ex ſuperius oſtenſis) in caſu Minimi Crepuſculi, ut radius ad tangentem ſemiſſis arcus depreſſionis circuli crepuſculorum ita tangens Elevationis Poli ad ſinum arcus EP; & igitur eſt radius ad tangentem ſemiſſis arcus depreſſionis crepuſculorum, ſicut ſinus Elevationis Poli ad ſinum arcus PD; nempe declinationis Paralleli, quem Sol decurrit dum Crepuſculum eſt Minimum. Q.E.I.

SCHOLIUM.

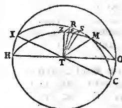
Si depreſſio circuli Crepuſculorum infra Horizontem ſit 18^gr, (ut communiter ſtatuitur,) erit radius ad tangentem 9^gr ut ſinus Latitudinis ad ſinum declinationis Solis verſus Polum depreſſum tem-

pore Minimi Crepusculi. Datis vero paralleli Declinatione & Obliquitate Eclipticæ, invenientur (per Prop. XX.) Eclipticæ puncta bina, & (ex Theoria Solis) tempora Anni, quibus Sol est in datis locis; hoc est, quando Minimum fit Crepusculum. Sic *Londini* Minimum Crepusculum est Sole ab Æquatore declinante versus austrum 6gr 7′, & 15gr 30′ ♎ vel ♓ occupante, quod hoc ævo circa diem 22 *Februarii* & 27 *Septembris* Anni *Juliani* contingit. Hoc à *Blancano* in *Sphæra* annotatum est, qui ait Crepuscula brevissima circa dimidiam *Libram* ac dimidios *Pisces* contingere. Problema hoc proposuit ac solvit (per binas tamen analogias) *Petrus Nonius* in *Libro* de *Crepusculis* Anno 1541 edito, quem sequuntur *Ambrosius Rhodius* & *Clavius*.

PROPOSITIO XLII.

IN dato positione plano, cui Horologium Sciotericum est inscribendum, Lineam Meridianam, Angulum Styli, & Lineam Subſtylarem determinare.

Planum omne, cui Sciotericum Horologium inscribitur, per centrum Sphæræ transire supponitur, (quia respectu distantiæ Solis ejus distantia à centro insensibilis est,) adeoque hujus interfectio cum Sphæræ superficie est circulus maximus. Sit tale planum IRSMCT per Mundi centrum T transiens, quod ad superficiem productum circulum efficit IRSMC. Sit HIO habitationis Horizon, HZO Meridianus (in quo Polus P, & Zenith Z) priorem circulum ad M intersecans. Ex data plani IRSC positione datur ejus *Declinatio*, per angulum ITH sive arcum IH mensurata, quâ nempe plani IRSC recta Horizontalis IC declinat ab HO linea Meridiana in plano Horizontali per Prop. XVI. ducta. Datur etiam ZR; nempe arcus circuli verticalis ad IRSC normalis inter Zenith & dictum circulum interceptus, *Inclinationis* vel *Reclinationis* plani dati mensura. In triangulo Sphærico MZR rectangulo ad R datur ZR, & angulus RZM æqualis complemento anguli ITH ad rectum: (Nam verticalis ZR in circulum IRSC normalis tantum declinat à verticali primario (per ortum & occasum Æquinoctialem traducto) quantum IT ab HT; adeoque illius complementum, nempe RZM, æquale est hujus ITH complemento.) Invenietur ergo latus RM, sive (quem hoc mensurat) angulus in Scioterici plano RTM. Sed datur TR positione; (est enim in plano dato perpendiculi succedaneum, sive recta Horizontali rectæ ITC normalis;) quare dabitur quæsita Meridiana recta TM in plano Scioterici, sive communis sectio plani Meridiani cum plano Sciroterici. In eodem triangulo MZR inveniuntur etiam latus ZM & angulus RMZ, usui modo futura. Rursus, per Polum Mundi P ducatur arcus circuli maximi PS ad IRSC normalis: Et in triangulo PSM rectangulo ad S datur angulus

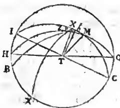


gulus PMS modo inventus, & latus PM prius inventi arcûs ZM, & distantiæ Poli à Zenith, nempe ZP summa vel differentia: innotescet igitur tum arcus PS, sive, quem hic metitur, angulus PTS inclinatio Axis PT ad planum IRSC; hoc est, Styli Angulus quæsitus; tum latus MS, sive, quem hoc mensurat, angulus rectilineus in Scioterici plano STM comprehensus inter TM lineam Meridianam prius determinatam & Substylarem rectam TS, cui nempe insistens planum Gnomonis PTS, cujus acies altera est Mundi Axis PT umbram faciens, est ad Scioterici planum normale. Q.E.F.

PROPOSITIO XLIII.

Invenire angulum, quem linea Horæ datæ comprehendit cum Meridiana in plano Scioterici; & inde Horologium Sciotericum in dato plano describere.

Iisdem manentibus, sit circulus Horarius BP*b*, cujus plani cum plano positione dato IMC intersectio T*b* quæritur. Ex data circuli hujus Hora datur angulus HPB vel MP*b*, quem hic cum Meridiano comprehendit. In triangulo igitur sphærico PM*b*, dantur (ex Prop. præc.) latus PM & angulus PM*b*, & etiam angulus MP*b*: Invenitur ergo arcus M*b*; &, quem hic metitur, angulus rectilineus in plano Scioterici MT*b*, quem linea Horaria T*b* cum Meridiana TM continet. Datâ ergo (per Prop. præc.) positione TM rectâ, determinabitur T*b* linea Horaria quæsita in Scioterici plano dato. Q.E.F.



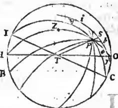
Atque hoc modo Horologium Solare perficitur, Meridianam & Substylarem (per Prop. præc.) ex puncto pro centro assumpto ducendo, & super Substylarem rectam Stylum in angulo, per præced. etiam invento, erigendo, reliquasque Horarias in angulis cum Meridiana TM per Prop. hanc determinatis ducendo, propriisque numeris notando. Sic T*b* est linea Horæ undecimæ post mediam noctem, si PB circulus sit ad orientem Meridiani PZH, cum illo continens angulum 15^gr^; hoc est, si T*b* sit ad occidentalem lineæ Meridianæ TM plagam, & angulus MP*b* in superficie Sphæræ 15^gr^. Similiterque TX ad easdem partes sita erit linea Horæ decimæ, si MPX sit 30^gr^; & ita porro.

PROPOSITIO XLIV.

Horæ datæ lineam ducere in Horologio Scioterico, cujus planum per Polos transit; & inde Sciotericum Polare describere.

Quoniam circuli horarii omnes in Axe Mundi se mutuo intersecant, hic autem Axis semper est in plano Polari; patet lineas Horarias, in tali plano, omnes in ista recta reperiri: Verum ut discretæ sint, non cum Substylari confusæ, concipiendum est Horologium non in ipso plano IMC per centrum transeunte describi, (ut in omni alio casu,) sed in alio plano *im*γ priori parallelo & proximo; adeo

adeo ut recta opaca umbram projiciens & cum Axe Mundi coincidens distet à plano *imγ*, rectâ PS. Cumque distantia Solis pro infinita habeatur, quævis data PS ejus respectu evanescit, planaque parallela per IMC, *imγ* traducta proxima æstimantur; & circulorum Horariorum HP*m*, BP*b* &c. se mutuo in Polo P decussantium portiones P*m*, P*b* &c. inter Polum & circulum *imγ* interceptæ pro rectis habendæ sunt; & sphæricæ superficiei pars quam portiones hæ occupant (cum sit respectu totius infinite exigua) pro plano est habenda.



In plano igitur Polari, inventâ (per Prop. XLII.) Substylari rectâ, erigatur Stylus cujusvis assumptæ latitudinis, ut PS, cujus acies altera in Mundi Axe posita est Substylari parallela; namque nullus est hic Styli angulus. Ad inveniendam lineam Meridianam advertatur, in triangulo rectilineo PS*m* præter rectum ad S dari latus PS, nempe Styli altitudinem; & angulum S*m*P æqualem angulo MPZ, ad Prop. XLII. invento: invenietur ergo S*m* distantia Meridianæ lineæ à Substylari in recta S*m*, quæ est ad Substylarem normalis, quia MP (ad *i*γ parallela) normalis est ad PT; invenieturque etiam latus P*m*. Per punctum ergo *m* ducta recta Substylari parallela (quia, ut supra ostensum est, lineæ Horariæ & Substylaris, quæ etiam est harum una, in hujusmodi plano parallelæ sunt) erit in proposito Scioterico linea Meridiana. Si ducenda est linea alterius cujusvis Horæ datæ, cujus nempe circulus est BP, *v.g*; in triangulo P*bm* dantur anguli P*mb* & *m*P*b*, (ille superius inventus, hic æqualis angulo ad verticem ZPB dato ex Hora circuli PB data;) item latus P*m* prius determinatum: invenietur ergo *mb*, cujus terminus *m* datur, quare dabitur & *b*. Per hoc igitur ducta recta Substylari parallela erit linea Horæ, cujus circulus est PB. Similiterque reliquæ omnes Horariæ ducentur, & Horologium in plano Polari perficietur. Q. E. F.

Sunt & alii faciles modi Scioterica Horologia describendi: nos maxime obvium & ad doctrinam Primi Motûs elucidandam accommodum arripuimus; ad horum autem exemplum alia quævis per Gnomonis umbram indicanda in Scioterico describere proclive erit.

SECTIO VII.

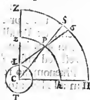
De Parallaxi Syderum.

PROPOSITIO XLV.

P*Arallaxis naturam describere, ejusque varias species enumerare.*

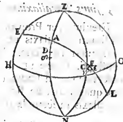
Per totum hunc Librum supposuimus Phænomena, de quorum locis

locis agimus, esse inter Fixas sita; vel (si locum sortiantur inter centrum sive Tellurem & superficiem sive Fixas intermedium) illa ad Fixas referri ope rectarum à centro per Phænomena protensarum; hoc est, ex centro spectari. Et licet Tellus respectu Sphæræ Fixarum centri vicem gerat, & puncti naturam induat, respectu tamen distantiarum aliorum Syderum idem non contingit; sed fiet ut Phænomenon aliquod intermedium, spectatum è Telluris superficie, diversum sortiatur locum inter Fixas (sive in superficie Sphæræ concavæ Terræ concentricæ infinite dissita) ab illo quem è centro spectatum sortiri videretur; & Diversitas hæc voce aptissimâ *Parallaxis* vocatur: Ut si LT designet



Terram, cujus centrum C; L locum in ejus superficie, cujus Zenith Z; ZSH Fixarum Sphæram; Phænomenon P ex L spectatum inter Fixas ad σ referetur, sed è centro C ad S ejus locum verum. Differentia inter locum verum S & visum σ, sive arcus Sσ, est Phænomeni P Parallaxis: Sed & hæc eadem per angulum SPσ vel LPC exponitur; nam quia LT respectu circumferentiæ ZSH evanescit, etiam & zPh (ad quam LT sensibilem habet rationem) ipsius ZSH respectu centri instar est; hoc est, arcus Sσ considerari potest tanquam centro P descriptus. Unde liquet per Parallaxin Phænomenon quodvis Horizonti propinquius in circulo verticali videri, & quidem tanto magis (cæteris paribus) quanto depressius est; & Phænomenon in vertice, ut in z, spectatum è superficie in L ad eundem inter Fixas locum referri atque si è centro C spectaretur, sive Parallaxin esse in Zenith nullam.

Per Parallaxin supra descriptam (quæ vel *Parallaxis Altitudinis* vel etiam simpliciter Parallaxis dicitur) mutatur etiam Phænomeni Locus secundum Longitudinem & Latitudinem: Sit enim Locus Phænomeni verus C, visus γ, ita ut Parallaxis sit Cγ; si ducti concipiantur per C & γ circuli Latitudinis CE, γε Eclipticæ EL occurrentes in E & ε, erit Locus visus in Ecliptica ε, verus E; adeoque mutatio Longitudinis propter Parallaxin facta est Eε, quæ & *Parallaxis Longitudinis* vocatur. Latitudo autem vera CE mutatur in visam γε, quarum differentia γO (posito CO parallelo Eclipticæ) est *Parallaxis Latitudinis*. Quod si contingat verticalem, ut ZDN, per Phænomenon D transeuntem esse etiam Eclipticæ normalem, (quod fit cum per Eclipticæ punctum altissimum A sive nonagesimum ab oriente gradum incedit,) tum omnis Parallaxis Latitudinem solam afficit. Per Parallaxin enim locus in verticali tantum mutatur, & quoniam (in casu præsenti) hic cum Latitudinis circulo congruit, locus in hoc solo mutatur, immutato manente Eclipticæ puncto, ad quod per dictum

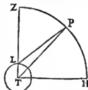


Latitudinis circulum refertur: similiterque Longitudo sola quandoque afficitur, immutatâ Latitudine; nempe quando Phænomenon est in Ecliptica per Zenith transeunte. Ex quibus constat Phænomeni ad orientem ab Eclipticæ gradu nonagesimo positi Longitudinem per Parallaxin augeri, quia adhuc magis in orientem ab hac causa promovetur; inde ad occidentem vero positi Longitudinem minui: unde præter alium omnem motum Phænomeno competentem, ex Parallaxi moveri videbitur, quoniam ob mutatam Parallaxin ejus locus visus mutatur. Atque motus hic, qui non verus est sed visus, *Parallaxis Motûs* à quibusdam dicitur. Quæque de Phænomeno respectu Eclipticæ ejusque Secundariorum, de eodem ad Æquatorem relato similiter sunt intelligenda.

PROPOSITIO XLVI.

Distantia Phænomeni à centro Terræ est ad semidiametrum Terræ, ut sinus distantiæ apparentis à vertice ad sinum Parallaxis.

Sit T centrum Terræ; locus in ejus superficie L, cujus Zenith Z, Horizon TH; sitque Phænomenon in P. Estque (ex notissima trianguli rectilinei proprietate) TP ad TL sicut sinus anguli TLP (sive hujus complementi ad duos rectos ZLP) ad sinum anguli TPL; hoc est, distantia Phænomeni à centro Terræ ad semidiametrum Terræ sicut sinus distantiæ apparentis à vertice ad sinum Parallaxis. Q. E. D.



Hinc datâ Parallaxi datæ altitudini competenti, dabitur distantia Phænomeni à centro Terræ, & vicissim.

PROPOSITIO XLVII.

Sinus distantiarum apparentium Phænomeni à vertice sunt sicut sinus Parallaxium.

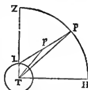
Etenim (per Prop. præc.) sinus distantiæ apparentis à vertice est ad sinum Parallaxis ut distantia Phænomeni à centro Terræ ad semidiametrum Terræ; hoc est (in eodem Phænomeno) in ratione constanti. Quare ut sinus distantiæ apparentis à vertice in prima observatione ad sinum distantiæ apparentis à vertice in observatione quavis alia ita sinus Parallaxis in observatione prima ad sinum Parallaxis in secunda observatione. Q. E. D.

PROPOSITIO XLVIII.

Duorum Phænomenon inæqualiter à Terræ centro remotorum, quorum æqualis est distantia apparens à vertice, Parallaxes sunt reciproce ut distantiæ à centro Terræ.

Reliquis ut prius designatis, sint duo Phænomena P & *p* in æquali

quali diſtantia apparenti à vertice Z, per angulum ZLP menſurata. Patet ſinum anguli LPT eſſe ad ſinum anguli P*p*T vel L*p*T, hoc eſt, ſinum Parallaxis Phænomeni P ad ſinum Parallaxis Phænomeni *p* ſicut T*p* ad TP, hoc eſt, reciproce ut Phænomenon diſtantiæ à centro T.



PROPOSITIO XLIX.

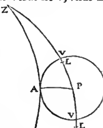
Ratio ſinûs Parallaxis unius Phænomeni ad ſinum Parallaxis alterius Phænomeni componitur ex ratione inverſa diſtantiarum à centro Terræ, & ratione directa ſinuum diſtantiarum apparentium à vertice.

Nam datâ diſtantiâ à centro Terræ, ſinus Parallaxis eſt ut ſinus diſtantiæ apparentis à vertice, (per Prop. XLVII;) & datâ apparenti diſtantiâ à vertice, ſinus Parallaxis (per præced.) eſt inverſe ut diſtantia à centro Terræ: & igitur neutrâ datâ, ſinus Parallaxis eſt ut diſtantia apparens à vertice directe, & diſtantia à Terræ centro inverſe conjunctim. Q. E. D.

PROPOSITIO L.

Phænomeni declinationem non mutantis, inter Polum & verticem tranſeuntis, Parallaxin inveſtigare.

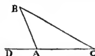
Sit ZP Meridianus, in quo Z Zenith, P Polus; Phænomeni cujus parallelus à primo motu deſcriptus V A, locus verus ſit V, viſus L; Verticalis à Meridiano remotiſſimus Z A, parallelum V A tangens, in quem à Polo P demittatur normalis arcus P A. In triangulo ſphærico Z A P rectangulo ad A, è datis latere Z P complemento Elevationis Poli & angulo P Z A, ſive Azimutho per obſervationem cognito, invenietur latus, P A vel huic æqualis P V diſtantia vera paralleli à Polo P; hujus & Z P ſumma vel differentia eſt Z V diſtantia vera (ſive ex centro Terræ viſa) à vertice Z: & differentia inter hanc & apparentem Z L, nempe V L, eſt Phænomeni Parallaxis altitudini in V competens. Q. E. I.



PROPOSITIO LI. LEMMA.

Datâ ſummâ vel differentiâ duorum arcuum, una cum ratione ſinuum, ipſos arcus invenire.

Primo, ſi arcuum ſumma detur, Problema eodem recidit cum Problemate Trigonometrico vulgari, quo ex datis trianguli rectilinei B A C duobus lateribus A B, A C, cum angulo B A C ab illis comprehenſo, reliqui duo anguli B & C quæruntur: Nam qui dato angulo B A C eſt deinceps B A D eſt ipſorum B & C ſumma, & laterum A C, A B eadem eſt ratio quæ ſinuum angulorum B & C. Solvetur igitur hoc Problema eodem modo, quo

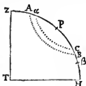


illud; nam constat esse summam laterum A B, A C ad illorum differentiam, hoc est, summam terminorum rationis datæ ad eorundem differentiam, ut tangens semi-summæ angulorum B & C, vel arcuum qui hosce mensurant, ad tangentem semissis differentiæ eorundem: sed dantur summa & differentia terminorum rationis datæ, & ex data arcuum summa datur tangens semi-summæ; innotescet ergo tangens semi-differentiæ, & proinde ipsa semi-differentia; atque hinc & ex semi-summa innotescent ipsi arcus. Quod si arcuum differentia detur, dabitur ejus semissis hujusque tangens, ac proinde (ex priore analogia) ipsorum semi-summæ tangens ipsaque semi-summa invenientur; unde ipsi arcus similiter atque prius noti fient. Q. E. F.

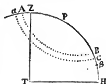
PROPOSITIO LII.

D*Atâ utrâque altitudine meridianâ Phænomeni, neque declinationem mutantis neque occidentis, ejus Parallaxin invenire.*

Sit Z H Meridiani quadrans à Zenith ad Horizontem protensus, in quo Polus P; locus Phænomeni verus supra Polum A, visus α; infra Polum ejus locus verus B, visus β. Si Phænomenon transeat inter Polum & verticem, differentia inter visas à Polo distantias, nempe Pβ − Pα, est Parallaxium in α & β summa: nam Polo P descriptus per A circulus transit etiam per B, quia Phænomeni eadem est vera declinatio. Si porro per α describatur super eodem Polo circulus α C, erit P C = Pα; adeoque Pβ − Pα = (Pβ − P C = Cβ =) summæ Parallaxium in α & β. Datâ vero summâ Parallaxium in α & β, & ratione sinuum earundem, (eâdem nempe, per Prop. XLVII. cum ratione sinuum distantiarum apparentium à vertice,) invenientur per præc. Lemma ipsæ Parallaxes quæsitæ.



Si Phænomenon transeat ultra verticem respectu Poli, tum differentia inter Pβ, Pα visas à Polo distantias est æqualis Parallaxium differentiæ. Cum enim Bβ sit Parallaxis in viso loco β, & Aα sive (eâdem adhibitâ præparatione quæ prius) B C in loco α, est Cβ (hoc est Pβ − Pα) differentia Parallaxium in locis visis β & α. Datâ vero duorum arcuum differentiâ, cum ratione sinuum, (eâdem nempe cum ratione sinuum distantiarum apparentium Zα, Zβ à vertice,) invenientur ipsi arcus sive Parallaxes quæsitæ.



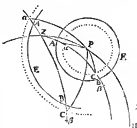
Si vero Phænomenon transeat per ipsum verticem; hoc est, si puncta Z, A & α coincidant, item B & C; tum Bβ vel Cβ est ipsa Parallaxis loci visi β.

PROPOSITIO LIII.

D*Atâ utrâque altitudine Phænomeni, declinationem non mutantis, in eodem verticali circulo observatâ, illius parallaxin investigare.*

Reliquis

Reliquis ut prius designatis, sit ZAB verticalis, in quo Phænomenon bis observetur, visum nempe in α & in β, sed cujus loca vera sint A & B, & ABE Phænomeni parallelus per motum primum descriptus. Eodem Polo P per α describatur alter circulus αC, & verticalis portiones Aα, BC inter illos interceptæ (per. *Prop.* 13. *Lib.* 2. *Sphæric. Theodosii*) sunt inter se æquales; adeoque Cβ est vel summa vel differentia Parallaxium Aα, Bβ.

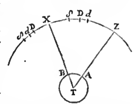


Ad hanc inveniendam ducti intelligantur circuli in Sphæra maximi Pα, PC. Et in triangulo ZαP, ex datis ZP complemento altitudinis Poli, Zα distantia visa Phænomeni in α à vertice Z & angulo comprehenso αZP ex Azimutho, observatione cognito, invenietur αP, cui æqualis est arcus CP. Rursus, in triangulo PZC, ex datis duobus lateribus PZ, PC, cum angulo PZC, innotescet ZC, cujus defectus ab observato arcu Zβ est Cβ summa Parallaxium in locis α & β, cum PZ excedit Pα; vel earum differentia, cum PZ deficit à Pα. In utroque autem casu, cum præterea detur ratio sinuum dictarum Parallaxium, (eadem nempe, per Prop. XLVII. cum ratione sinuum distantiarum apparentium à vertice,) invenietur utraque Parallaxis locis visis α & β competens.

PROPOSITIO LIV.

D*Atis duabus Altitudinibus Phænomeni eodem temporis momento in datorum Locorum Terrestrium communi Azimutho observatis, Phænomeni Parallaxin investigare.*

Sint duo in Tellure Loca A & B, quorum vertices Z & X, communis Azimuthus ZDX: sitque Phænomeni verus locus D, locus ex A visus δ, ex B vero visus *d*: sintque primo puncta hæc inter vertices Z & X. Summa distantiarum apparentium à vertice, (nempe arcuum Zδ & X*d*,) observatione cognitorum, excedit verticum distantiam ZX (per Prop. XXIV. inventam) excessu æquali *d*δ Parallaxium summæ. Quod si puncta D*d*δ sint extra arcum XZ, differentia distantiarum apparentium à vertice, (nempe Zδ dempto X*d*,) excedit verticum distantiam XZ excessu æquali *d*δ Parallaxium quæsitarum differentiæ.

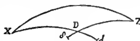


Præter Parallaxium summam vel differentiam modo supradicto inventam, datur ratio sinuum dictarum Parallaxium; eadem nempe (per Prop. XLVII.) cum ratione sinuum arcuum Zδ, X*d* distantiarum apparentium à vertice. Unde (per Prop. LI.) in utroque casu invenientur ipsæ Parallaxes. Q. E. F.

PROPOSITIO LV.

Datis duabus altitudinibus Phænomeni & datis in Tellure Locis, eodem temporis articulo etiam extra communem Azimuthum observatis, Phænomeni Parallaxin invenire.

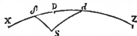
Ex datis Locorum longitudinibus idem temporis momentum, ad observationem in binis Locis instituendam necessarium, designatur per numeros horarum à Meridie vel media nocte respective numeratarum, quarum differentia æqualis est differentiæ longitudinum in tempus conversæ, orientaliore Loco plures horas numerante; quod inter observandum determinatur in præc. cum Phænomenon in communi Azimutho reperitur, nisi uterque locus sit in Æquatore. Sit XZ communis Azimuthus duorum Locorum Terrestrium, quorum vertices X & Z; è quibus eodem temporis momento (diversis licet appellationibus designato) observetur Phænomenon, cujus verus locus D; ejusque visus locus ex habitatione cujus vertex X sit *d*, ex habitatione cujus vertex Z sit δ. In triangulo XDZ, ex datis angulis X & Z (quos nempe observati Azimuthi cum Azimutho habitationum communi comprehendunt) & latere XZ verticum distantia (per Prop. XXIV. inventa) inveniuntur XD, ZD arcus, qui subducti ab arcubus observatis X*d*, Zδ relinquunt D*d*, Dδ Parallaxes quæsitas. Q. E. F.



PROPOSITIO LVI.

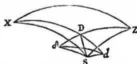
Phænomeni Parallaxin per methodum præcedentibus duabus haud absimilem exactissime investigare, adhibendo vicinam aliquam Stellam Fixam.

Cum Phænomenon, cujus quæritur Parallaxis, est in communi Azimutho XDZ duarum habitationum in Terra ad hoc designatarum, quarum vertices X & Z; observetur illud cum vicina aliqua Fixa: sitque Fixæ locus S, Phænomeni locus ex habitatione infra X sit *d*; adeoque hâc observatione dantur arcus X*d* distantia visa Phænomeni à vertice, arcus S*d* distantia inter Phænomenon & Fixam, & angulus X*d*S inter hunc & communem Azimuthum comprehensus. Eodem temporis articulo ex habitatione infra Z, è qua Phænomeni locus visus est δ, observentur Zδ, Sδ & angulus SδZ: & quamvis arcus X*d*, Zδ nequeant quam exactissime observari, (utpote ad quorum dimensionem quadrantem adhibere opus est;) possunt tamen satis accurate ad nostrum institutum: & si possent quam accuratissime, Phænomeni Parallaxis (per Prop. LIV.) inde immediate patesceret. Tamen arcus *d*S, δS & anguli ad *d* & δ possunt accuratissime observari, Phænomeni & vicinæ Fixæ S imaginem ope speculorum aut lentium in planum projiciendo, in quo recta est ducta communem Azimuthum



muthum X Z referens, ejusque imaginis (si quam projiceret) locum tenens, (ut in Opticis & Astronomicis observationibus versato satis constat:) & igitur in triangulo *d*s♂, ex datis lateribus s♂, s*d* cum angulis ab illis subtensis *d* & ♂, invenietur *d*♂ basis, quæ est Parallaxium summa; ex qua & ratione sinuum segmentorum ♂D, *d*D, (posito D Phænomeni loco vero,) eadem nempe (per Prop. XLVII.) cum ratione sinuum Z♂, X*d* distantiarum apparentium à vertice, innotescent (per Prop. LI.) ipsa segmenta D*d*, D♂ Parallaxes quæsitæ. Nec secus invenietur Parallaxium differentia, indeque ipsæ Parallaxes (per dictum Lemma) si D, *d*, ♂ sint extra XZ, sed in illo producto.

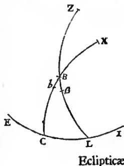
Si Phænomeni locus verus D sit extra habitationum communem Azimuthum XZ, iisdem per eadem atque prius designatis, per vertices X & Z & Phænomeni loca visa respectiva ducantur circuli verticales X*d*, Z♂, quorum intersectio est verus Phænomeni locus D. Ducantur etiam per Fixæ locum S verticales XS, ZS, junganturque puncta S, *d*, ♂ circulis maximis S*d*, S♂, *d*♂. Observator infra X exactissime observet (præter arcum X*d*) angulos X*d*S, XS*d* & latus SD, vel modo superius insinuato vel accuratiori quovis; item observator infra Z (præter Z♂) angulos Z♂S, ZS♂ & arcum S♂. Porro, ex datis habitationibus (per Prop. XXIV.) datur ZX, & ex hujus situ, per Fixæ S observationem, habentur anguli ZXS, XZS; unde innotescet angulus XSZ, qui ex summa ipsorum XS*d*, ZS♂ ablatus relinquet *d*S♂, ex quo & lateribus S*d*, S♂ cognitis inveniuntur anguli S*d*♂, S♂*d* & *d*♂ latus. Sed prius noti erant, per observationem, S*d*X, S♂Z; quare & reliqui D*d*♂, D♂*d* innotescunt, per quos & cognitum latus *d*♂ in triangulo D*d*♂ inveniuntur latera D*d*, D♂ Parallaxes quæsitæ.



PROPOSITIO LVII.

Datis duabus observationibus Phænomeni fixi, hoc est, cujus nullus est motus præter diurnum, ejus Parallaxin invenire.

Referat ECLI Eclipticam; B Phænomeni locum verum, Eclipticæ respectu prorsus fixum. Et in observatione altera sit ZBL circulus verticalis, in quo Zenith Z, & Phænomeni locus visus β; in altera sit XBL verticalis, X Zenith, (etenim punctum verticale considerari potest moveri respectu Eclipticæ immotæ, æque ac Ecliptica respectu immoti verticis, & quidem magis proprie;) & *b* Phænomeni locus visus. Ex prima observatione (per Primi Motûs Problemata supra constructa) determinabuntur Eclipticæ punctum L, ubi verticalis per B transiens



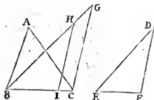
Eclipticæ

Eclipticæ occurrit; & arcus ZL, portio nimirum verticalis circuli inter Zenith & Eclipticam interceptus; & angulus ZLE inter dictum verticalem & Eclipticam comprehensus. Similiterque in observatione secunda Phænomeni in B innotescent punctum Eclipticæ c, arcus xc, & angulus xcL. In triangulo igitur BcL, ex datis angulis BcL, BLc & latere interjecto cL (distantiâ nempe notorum in Ecliptica punctorum) innotescent latera BL, Bc, quæ ab arcubus prius inventis ZL, xc ablata relinquunt ZB, xB. Atque hi rursus ablati à Zβ, xb, cognitis distantiis apparentibus à vertice, relinquunt Bβ, Bb Phænomeni Parallaxes momentis observationum congruentes.

PROPOSITIO LVIII. LEMMA.

Sint duo triangula rectilinea ABC, DEF *habentia angulos* ABC, DEF *datos; sintque datæ rationes* AB *ad* DE, AC *ad* DF, *&* BC *ad* EF: *oportet ex dato latere* AB *utrumque triangulum invenire.*

Fiat angulus GBC æqualis DEF, sumaturque BG talis, ut ratio BA ad BG æqualis sit rationi compositæ ex rationibus datis BA ad ED & EF ad BC, quod fiet capiendo BG æqualem quartæ proportionali ipsis EF, BC & ED. Deinde, in BC positione data eligatur punctum C tale, ut junctarum AC, GC ratio æqualis sit compositæ ex datis rationibus AC ad DF & EF ad BC, quod fiet ut prius. Deinde, sit BG ad BH in ratione BC ad EF, sitque HI parallela GC: Dico triangula ABC, BHI esse quæsita.



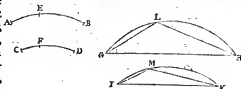
Manifestum est ex constructione, rationem BC ad BI esse æqualem rationi BC ad EF; item angulos ABC, HBI esse æquales datis. Porro, ratio AB ad BG (per constructionem) componitur ex rationibus AB ad ED & EF ad BC: Sed ratio AB ad BG componitur ex ratione AB ad BH & ratione BH ad BG, seu EF ad BC; & idco AB eandem habet rationem ad BH quam ad ED. Rursus, ratio AC ad CG (per constructionem) componitur ex ratione AC ad DF & ratione EF ad BC, seu HI ad GC: Sed ratio AC ad CG componitur etiam ex ratione AC ad HI & HI ad GC; & proinde AC eandem habet rationem ad HI quam ad DF. Triangula igitur ABC, BHI requisitas habent conditiones.

PROPOSITIO LIX. LEMMA.

E Datis ratione sinuum arcuum integrorum ad datum circulum pertinentium AB, CD, *ratione sinuum arcuum ablatorum* AE, CF *& ipsis arcubus relictis* EB, FD; *arcus integros & ablatos* AB, CD, AE, CF *invenire.*

Sumpti concipiantur, ex circulis dato æqualibus, arcus GL, LH, IM, MK respective dupli ipsorum AE, EB, CF, FD: unde & GLH, IMK ipsorum AB, CD erunt respective dupli. Compleantur triangula recti-

rectilinea LGH, MIK, in quibus dantur ratio GL ad IM, eadem nempe cum ratione data ſinus arcus AE ad ſinum arcus CF; ratio LH ad MK, eadem nempe cum ratione ſinuum arcuum datorum EB, FD; ratio GH ad IK, quæ eadem eſt cum ratione data ſinuum arcuum AB, CD. Dantur etiam & anguli LGH, MIK arcubus cognitis inſiſtentes, & ideo (per Prop. præc.) innoteſcent anguli LGH, MKI, & inde arcus GL, IM, & horum ſemiſſes AE, CF: Sed dantur ipſi EB, FD arcus; igitur & toti AB, CD noti erunt.



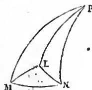
Similiterque, ex datis ratione ſinus arcus integri ad ſinum arcus ablati ipſoque arcu reliquo, invenientur totus & ablatus. Ponatur enim GLH duplus arcus totius, & GL arcus ablati; unde LH arcus reliqui erit duplus. Junctis porro GH, GL, LH, in triangulo LGH datur ratio laterum GL, GH; eadem nempe cum data ratione ſinuum totius arcus & ablati: datur etiam angulus LGH, dato arcui LH inſiſtens. Et igitur (per XLI. *Datorum Euclidis*) dantur anguli GLH, GHL; adeoque arcus quibus inſiſtunt; ſc. complementum ipſius GLH arcus ad integram peripheriam, & GL arcus; ideoque ipſi GLH & GL, horumque dimidia, nempe arcus quæſiti.

PROPOSITIO LX.

Ex datis duabus Altitudinibus Phænomeni declinationem non mutantis & Azimuthis correſpondentibus ejus Parallaxin invenire.

In duabus Phænomeni fixi obſervationibus quinque dari poſſunt; duæ nimirum Altitudines, duo Azimuthi, & Tempus inter obſervationes intermedium; è quorum quatuor quibuſlibet Parallaxis innoteſcit, unde emergunt tria Problemata ſequentia.

Ad primi ſolutionem referat P Polum; L Phænomeni locum verum; & in obſervatione altera ſit LM circulus verticalis, & Phænomeni locus in illo viſus M, adeoque Parallaxis LM; in altera circulus verticalis per L tranſiens ſit LN, & obſervationis hujus Parallaxis LN. Ducti intelligantur circuli maximi PM, PN, MN. Ex Altitudinibus & Azimuthis obſervatis, & Poli elevatione innoteſcunt arcus PM, PN diſtantiæ viſæ à Polo P, & anguli PML, PNL inter declinationum circulos & verticales comprehenſi: datur præterea ratio ſinus Parallaxis LM ad ſinum Parallaxis LN; eadem nempe (per Prop. XLVII.) cum ratione ſinuum diſtantiarum obſervatarum à vertice. Dantur ideo angulorum integrorum PMN, PNM ratio ſinuum, eadem nempe cum ratione



tione finuum notorum arcuum PN, PM; item ratio finuum angulorum ablatorum LMN, LNM, eadem cum ratione fuperius inventa arcuum LN, LM; item anguli reliqui PML, PNL prius ex calculo inventi. Innotefcent igitur (per præcedens Lemma) ipfi anguli PMN, PNM, LMN, LNM. Rurfus, in triangulo MPN, ex datis lateribus PM, PN cum angulis ab illis fubtenfis invenitur bafis MN. Et denique in triangulo LMN, ex datis bafi MN & angulis adjacentibus LMN, LNM invenientur latera LM, LN Parallaxes quæfitæ. Q. E. F.

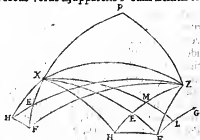
Si obfervationum altera facta fuerat Phænomeno in Meridiano exiftente, tum triangulorum PML vel PNL alterum mutatur in arcum, & calculus multo fimplicior evadit.

Si vero Phænomenon L Declinationem mutet, & quidem æquabiliter, (quod in una Terræ revolutione præterpropter fiet,) ejus Parallaxin venabimur nihilo minus, loca Phænomeni per Declinationis partem proportionalem fic corrigendo: Quando Phænomenon primo, deinceps poft obfervationem primam, Azimuthum LM attingit, obfervetur ejus Altitudo apparens, quæ diverfa erit ab altitudine pridie obfervata, alias eandem retineret Declinationem. Sit differentia A. Vocetur intervallum temporis inter primas duas obfervationes in M & N factas, B; & tempus inter binas Phænomeni obfervationes in LM Azimutho, C. Et fi prædicta Altitudinum differentia A fit exceffus, Altitudini apparenti in M addatur $\frac{BA}{C}$; fi vero differentia hæc defectus fit, auferatur ab eadem. Hæc fumma vel differentia erit correcta Altitudo apparens, quæ (loco prioris Altitudinis in LM) in calculo præcedente pofita exhibebit Phænomeni Declinationem mutantis Parallaxes quæfitas.

PROPOSITIO LXI.

Ex duabus Phænomeni Altitudinibus, cum Azimutho earum alteri refpondente & Tempore inter binas obfervationes, Phænomeni Parallaxin inveftigare.

Sit Polus P, Phænomeni locus verus E, apparens F cum Zenith eft X, & H cum Zenith eft Z. Dantur duæ diftantiæ apparentes à vertice, nempe XF, ZH, & angulus PXF, cum detur unus Azimuthus, & angulus XPZ ex tempore notus. In triangulo PXZ ifofcele, è datis æqualibus lateribus PX, PZ & angulo XPZ inveniuntur PXZ, XZ: Cumque



detur PXF, invenitur etiam ZXF. Dantur igitur in XZF triangulo XZ, XF, ZXF; & propterea innotefcunt ZF, ZFX. Datur igitur ratio finus anguli ZFH ad finum anguli ZHF; eadem nempe quæ finus

arcus

arcus ZH ad sinum arcus ZF; & ratio sinus anguli ZHF ad sinum anguli EFH, seu sinus arcus EF ad sinum arcus HE, vel sinus arcus XF ad sinum arcus ZH. Datur propterea ratio sinus anguli ZFH ad sinum anguli EFH; & datur angulorum differentia, nempe ZFE: & ideo (per Prop. LIX.) innotescunt ipsi anguli ZFH, EFH; ac proinde etiam EHF. Et tandem in triangulo EHF, è datis HF, EHF, EFH innotescunt Parallaxes quæsitæ EF, EH. Q. E. F.

PROPOSITIO LXII.

E Duobus Phænomeni Azimuthis, cum Altitudine eorum alteri respondente & Tempore inter binas Azimuthi observationes, Phænomeni Parallaxin investigare.

Iisdem in eodem schemate positis, inveniuntur eodem modo PXZ æqualis PZX & XZ. Ex binis Azimuthis dantur anguli PXE, PZE, & ideo innotescunt anguli XZE, ZXE; è quibus, unà cum XZ, invenitur XE. At propter Altitudinem datam datur ejus complementum XF, & proinde innotescet EF Parallaxis quæsita. Q. E. F.

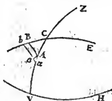
Si vero, in casu utriusvis hujus Problematis, Phænomenon motum aliquem habeat, post integram Terræ revolutionem, cum Zenith X ad idem Cœli punctum redit, observabitur Phænomenon, non in F (sicut ante) sed in alio loco, puta G; & observatione innotescunt FG, XFG. Fiat igitur ut integer circulus ad FG ita angulus XPZ ad FL, ductus intelligatur circulus maximus XL secans ZH in M. In triangulo XFL, è datis XF, FL, XFL dantur XL, FXL; & ideo datur ZXL. Demum, sumendo puncta L, M loco ipsorum F, E, inveniatur (ut ante) HM Phænomeni Parallaxis. Q. E. F.

Sunt & alia observationum genera, ex quibus Phænomeni Parallaxis Geometrice determinari potest; ut ejus Ingressus in umbram Planetæ; & Conjunctio corporalis visa inter Phænomena. Verum cum hæc ad Parallaxin generaliter consideratam non pertineant, in libris sequentibus locum sibi vendicant.

PROPOSITIO LXIII.

Datis Phænomeni loco respectu Eclipticæ & Parallaxi Altitudini datæ congruâ, item Solis loco & Diei horâ, Phænomeni Parallaxin Longitudinis & Latitudinis invenire.

Sit VH Horizon, ECB Ecliptica, & ZCV circulus verticalis per Phænomenon traductus. Sit A locus Phænomeni in illo verus, *a* visus; adeoque A*a* Parallaxis altitudinis. Per A & *a* ducantur Latitudinis circuli AB, *ab* Eclipticæ occurrentes in B & *b*. Dantur autem (per Prop. XXXVI.) angulus VCB & arcus VA, VC, horumque proinde differentia AC. Sed quoniam datur Parallaxis altitudini cuidam datæ congrua, dabitur (per Prop. XLVII.) & illa, quæ altitudini datæ VA congruit; arcus sc. A*a*. Datur ergo horum arcuum



CA & Aa summa vel differentia ca. In triangulo igitur *acb*, præter rectum ad *b*, dantur angulus *acb* latusque *ac*; unde innotescent latera c*b*, *ab*. Sed quoniam Phænomeni A locus respectu Eclipticæ notus est, & punctum Eclipticæ c (per Prop. XXXVI.) etiam notum, noti sunt arcus AB & CB. Innotescit igitur differentia inter *ab* & AB, nempe Parallaxis Latitudinis; & differentia inter c*b* & CB, nempe Parallaxis Longitudinis. Q. E. F.

Hujus Problematis conversum eodem modo solvitur; si nempe detur Parallaxis Longitudinis B*b*, aut Parallaxis Latitudinis differentia inter *ba* & BA, dabitur (ex hactenus dato Phænomeni loco respectu Eclipticæ, indeque arcubus CB & BA) c*b* vel *ab*. Cumque præterea detur angulus ad c in triangulo rectangulo c*ba*, dabitur c*a*, & proinde v*a*, cum hactenus detur (per Prop. XXXVI.) ipse vc: Sed notus est VA; non latebit igitur Parallaxis altitudinis A*a*. Si Phænomenon ipsam Eclipticam teneat, ut Sol, casus est multo simplicior.

Quoniam vero corporum Cœlestium, etiam vicinissimorum, Parallaxis arcus est satis parvus; ideo Problema hoc, de invenienda Parallaxi Longitudinis aut Latitudinis ex data Altitudinis Parallaxi, sic expeditiùs construunt Practici: Per A ducta intelligatur linea Aβ ipsi B*b* parallela. In triangulo igitur parvo Aβ*b*, quod pro rectilineo habent, datis præter rectum ad β, angulo βA*a* ipsi ACB æquali & laterum uno A*a* Parallaxi Altitudinis, inveniuntur reliqua latera Aβ Parallaxis Longitudinis & *a*β Parallaxis Latitudinis, solo trianguli plani resolutione.

Quod si non ipsa Parallaxis Phænomeni absoluta detur, sed relativa respectu alterius Phænomeni remotioris; hoc est, excessus Parallaxeos Phænomeni vicinioris supra Parallaxin remotioris; ex dato tali excessu in verticali dabitur excessus secundum alium quemvis circulum. Namque Parallaxis Phænomeni absoluta est excessus Parallaxeos ipsius Phænomeni supra Parallaxin circuli Sphæræ, quæ nulla est, quia hic infinite diffitus supponitur.

SECTIO VIII.

De Refractione Syderum.

PROPOSITIO LXIV.

PRopter *Atmosphæram Æthere densiorem Telluri circumfusam, Stella quævis supra Horizontem elevatior in eodem circulo verticali apparet, quam appareret si nulla esset Atmosphæra.*

Designet T Tellurem, cui circumfunditur Atmosphæra AED; S Stellam quamvis; O Spectatorem in Terræ superficie positum. Si nulla esset Atmosphæra, aut si illa æquidensa esset atque circumfusus Æther, Radii lucis directe ab S ad O pertingerent, neque uspiam incurvarentur; quippe in medio homogeneo. Si vero Radii post trajectum

trajectum Ætherem s q Atmoſphæram denſiorem ad a ſubeant, refringentur verſus rectam q a p, Atmoſphæræ ſuperficiei ad a normalem; ut ex *Dioptrica* patet. At vero veriſimile non eſt Atmoſphæram notabiliter denſiorem Ætheri immediate ſubjici, deinde illam æqualiter denſam ad Terram uſque protendi; ſive Radiorum à Stella provenientium Refractionem omnem in unica ſuperficie Ætherem ab Atmoſphæra diſterminante peragi, (uti vulgo ſupponitur,) dum interim Radii portiones ab s ad Atmoſphæræ ſuperficiem extimam, & deinde ab hac ad Terram protenſæ rectæ manent; ſicut apud nos Radius ex Aere in Aquam illapſus ad hujus ſuperficiem tantum incurvatur, citra ultraque directus. Quin potius videtur Atmoſphæram ſeſe in maximam altitudinem extendere, & in altioribus ſui partibus & à Terra remotioribus (aeris inſtar) rariorem, in humilioribus denſiorem eſſe: Unde Radius à Stella s proveniens Refractionem aliqualem verſus perpendiculum patitur in (ultra quam vulgo creditur) magna à Telluris ſuperficie diſtantia; in progreſſu autem (ut ad b, c &c.) verſus eandem plagam refringitur, quia medium Atmoſphæræ, quod ſubit, magis magiſque denſum eſt, prout ad Terram deſcenditur: adeoque Radius poſt ingreſſum in Atmoſphæram (à perpetua Refractione ad ſuperficies ſphæricas Terræ concentricas medii perpetuò denſioris) curvus eſt in omnibus ſui partibus, & verſus t cavus. Oculus autem ad o poſitus Stellam videt in Radii a b c o parte ultima ad o in directum protenſa, puta in σ; hæc enim ſola Oculum afficit. Radii autem pars o c protenſa, ſive recta curvam a b c o tangens in o, nempe o σ, ad ſpectatoris Horizontem h o minus inclinata eſt quam recta s & o conjungens; quoniam linea a b c o eſt verſus t cava: Et igitur, Oculo ad o, Stella propter circumfuſam Atmoſphæram ſupra Horizontem elevatior apparet in σ, quam appareret ſi nulla eſſet Atmoſphæra.

Porro Curva, quam Radius per Atmoſphæram oblique propagatus induit, eſt in eodem plano per Stellam & Telluris centrum protenſo: Nam in *Dioptricis* oſtenſum eſt ejus Curvæ (ex rectis quaſi conflatæ) partem priorem a b eſſe in plano, in quo ſunt rectæ a s, a q, (quippe plano Inflectionis;) hoc eſt, in plano per Stellam s & Telluris centrum t protenſo; etenim (per Prop. v. *Lib.* i. *Sphæric. Theodoſii*) recta q a p producta per centrum t tranſit, ejuſque pars ſecunda b c ſimiliter eſt in plano per b a & perpendiculum per b traducto; hoc eſt, in eodem plano cum priore: atque ſic de cæteris curvi radii a b c o partibus. Tota igitur Curva iſta eſt in eodem illo plano per Stellam & Telluris centrum protenſo; & ideo Curvam hanc contingens recta o σ (quippe ejus particula in directum producta) in eodem eſt plano: Sed hoc planum eſt Obſervatori o verticale, (tranſit enim per punctum o & Terræ centrum;) Stella igitur,

 propter

propter Refractionem in Atmosphæra factam, in eodem verticali, sed supra Horizontem elevatior apparet. Q. E. D.

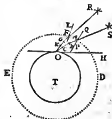
SCHOLIUM.

Ex Prop. præc. demonstratione apparet eandem esse Refractionem in Stella Terræ propiore atque in remotiore (*ex. gr.* in *ſ* atque in s,) dummodo eadem sit illarum Altitudo apparens supra Horizontem: In hoc enim casu recta σ o super axem T O rotata locum apparentem ipsius *ſ* attingit. Porro, verisimile est Terræ circumfusam Atmosphæram ad Lunam sese non extendere, nedum ad Stellas remotiores; & igitur ejus lineæ s *ſ* A B C O pars directa S A (antequam ab Atmosphæra incurvari incipit) Stellam proximam *ſ* stringet. Et Radius proinde ab illo procedens (nempe *ſ* A) simili, immo eodem prorsus modo in Atmosphæra incurvatur in A B C O, quo S A à remotiore propagatus; cum perinde sit (ad Refractionem in Atmosphæra factam quod attinet) utrum Radius ab s vel ab *ſ* incipiat. Luminis igitur naturæ repugnat, ut Stellæ propioris Radii aliter refringantur (cæteris paribus) quam remotioris. Verum quidem est angulum σ o s majorem esse angulo σ o *ſ*, sed horum differentia *ſ* o s excessui Parallaxeos Stellæ propioris supra remotioris Parallaxin ortum debet, non Refractioni.

PROPOSITIO LXV.

Stellæ humiliores ex Refractione ad Atmosphæram magis elevantur, cæteris paribus, quam altiores.

In *Dioptricis* demonstratum est, iisdem positis mediis, quo obliquior est Radii incidentia, eo angulum inter Radium refractum & incidentem recta productum esse majorem; id est, in casu præsenti, Radii A B C O ab humiliore Stella s provenientis partem A B majorem angulum cum S A producta continere, quam Radii F G K O ab altiore R provenientis partem F G cum R F producta; quia S A Q angulus major est quam R F L, posito quod L F producta in T incidat. Similiter B C continebit majorem angulum cum A B producta, quam G K cum F G producta, & ita deinceps; hoc est, linea A B C O in singulis sui partibus curvior est quam F G K O in partibus correspondentibus, sive æqualiter à Terra remotis. Et igitur recta contingens curvam A B C O in O majorem angulum continebit cum O S recta, quam recta ibidem tangens F G K O cum recta O R. Stella igitur humilior magis ex Refractione elevatur quam altior. Q. E. D.



COROLLARIUM I.

Phænomeni in Zenith positi locus ex Refractione non mutatur: Nam Radii in superficies omnes mediorum, ex quibus Atmosphæra conflatur, normaliter in isto casu incidentes non refringuntur; sed

rectà

rectà ad Oculum in o progressi Phænomenon in eadem recta ostendunt, in qua, absente Atmosphærâ, appareret. Et ob eandem rationem Oculo in centro T constituto, Refractionis ad Atmosphæram factæ nullæ essent vires ad Stellæ locum apparentem mutandum: nam quodlibet in Cœlo punctum huic pro Zenith esset.

Corollarium 2.

Hinc etiam ratio redditur, cur Sol aut Luna prope Horizontem figuræ ovalis appareat. Quoniam enim superior margo parum elevatior justo apparet, inferior multum elevatior justo, hic per Refractionem illi appropinquare videbitur. Itaque Luminaris diameter erecta sive verticalis videtur contracta, transversa sive horizontalis non itidem, quia ejus extrema ex Refractione æqualiter elevantur. Ob eandem rationem duarum Fixarum distantia observata minor est sensibiliter, (si instrumento mensuretur,) cum illarum in eodem verticali positarum altera est prope Horizontem, quam dum utraque propter magnam altitudinem est à Refractione immunis.

Corollarium 3.

Hinc etiam fit, quod Sol, Luna, reliquaque Sydera citius aliquanto supra Horizontem attollantur, seriusque infra illum descendant, quam oporteret pro eorum locis per prædicta definitis. Radii enim à punctis Cœli paululum infra Horizontem positis manantes in Atmosphæra ita incurvantur, ut rectæ illas tangentes ad extrema in Oculum impingentia productæ sint supra Horizontem. Unde Luna defectum pati est visa, Sole adhuc supra Horizontem hærente; cum tamen Luminarium tunc temporis (per Prop. XVIII. Lib. I.) oppositorum altero supra Horizontem elevato alterum necessario infra eundem revera deprimatur. Eidem ergo Atmosphæræ Telluri circumfusæ debent ejus incolæ, quod unicuique illorum Sol diutius luceat quam absque illa luceret; quodque Sole tandem per Terræ superficiem gibbam, ne amplius datum incolam illustret, impedito, densissimæ tenebræ non statim ingruant, sed Crepusculo gaudeat per tempus satis notabile, quod lumen sensim exstinguit.

PROPOSITIO LXVI.

Quanto Stella in data Altitudine apparente per Refractionem elevetur, definire; & Tabulam Refractionis Stellarum construere.

Eligatur Stella, cujus nulla est sensibilis parallaxis; Fixarum nempe aliqua, quæ supra Observatoris Horizontem multum elevatur. Hujus locus (per Prop. XXVI.) determinetur ex observationibus factis dum multum elevatur, adeoque dum extra Refractionis sensibilis effectus versatur. Tempus notetur cum ad Altitudinem datam vel ascendendo vel descendendo postea pervenerit, quæraturque per calculum Stellæ (cujus locus est cognitus) Altitudo tempori notato congrua, quæ ab Altitudine observata deficit, quanto Stella in data ista Altitudine apparente per Refractionem attollitur.

Hoc modo Tabula Refractionis Syderum omnium tutissime construetur,

ſtruetur, ſi Fixæ Altitudines veræ, temporibus per Horologium Oſcillatorium exacte numeratis competentes, conferantur cum ejuſdem Altitudinibus, iiſdem punctis temporis apparentibus: Intervallum enim inter Altitudinem apparentem & veram eſt Refractio dictæ Altitudini competens. Cumque longiſſime diſtantis Fixæ & alterius cujuſvis Stellæ propioris eadem ſit (per Schol. Prop. LXIV.) Refractio in eadem Altitudine apparente, patet conſtructam eſſe Tabulam Refractionis Stellarum. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Si nota eſſet Atmoſphæræ denſitas *Dioptrica* in data quavis à Tellure diſtantia, ſive ratio Sinus anguli incidentiæ ad ſinum anguli refracti in tranſitu Radii per ejus ſuperficiem Terræ concentricam, cujus diſtantia à Terra innoteſcit; tum ex Geometria inveniri poſſet natura Lineæ, in quam Radius propter Atmoſphæræ continuam Refractionem incurvatur. Unde ex dato per Obſervationem angulo, quo Stella in data Altitudine propter Refractionem plus juſto elevatur, definiri poſſet angulus, quo in alia quavis Altitudine propoſita plus juſto elevaretur, eâdem manente Atmoſphærâ; hoc eſt, Refractionis Tabula conſtrui poſſet ad ſingulos gradus elevationis Stellæ. Quoniam vero huic obſtat prædicta Refractionis in Atmoſphæra celebratæ Lex nondum perſpecta, ſatius erit illam ex obſervatione conſtruere; ut in præcedente. Porro, utrique methodo condendæ Tabulæ Refractionis obſtat Atmoſphæræ in diverſis locis diverſitas, & in eodem mutatio, propter quam ſit ut eadem Tabula omnibus locis non ſit accommodata. In locis enim prope alterutrum Telluris Polum Refractio major eſt in eadem ab Horizonte diſtantia, (ut ex *Batavorum* in *Nova Zembla* hybernantium obſervatione notiſſima ſatis patet;) & in eodem loco diverſis Anni tempeſtatibus, ſicut non tantum ex obſervatione *Batavorum*, ſed etiam ex celebrioribus Obſervatoribus conſtat, qui Refractionem Hyemalem Æquinoctiali, & hanc rurſus Æſtivali majorem ponunt, Tabulaſque Refractionis integras huic mutationi ſuperſtructas condunt. Sed & hanc etiam in horas mutatam demonſtrant ſummitates Montium quandoque ex dato loco conſpicuæ, quandoque inconſpicuæ, nullâ impediente caligine: Quorſum etiam faciunt experimenta ab *Hugenio*, in *Tractatu de Lumine* conſignata; quod nempe Turris alteriuſve cujuſvis rei immobilis pars humilior mane & veſpere, pars altior meridie videatur per Teleſcopium immotum manens; quodque ex eodem loco Turris remotioris faſtigium ſupra propioris ſummitatem quandoque eminere videatur, quandoque infra illam latere. Hæc enim omnia, præter mutatam in horas Radiorum Refractionem in Atmoſphæra, oſtendunt eorum curvedinem, (ex natura rerum ſupra oſtenſam,) cum è loco altiore in humiliorem oblique propagantur, aut viciſſim.

Fatendum tamen eſt Refractionis mutationem hanc omnem intra ſatis arctos limites contineri: prædictæ enim Obſervationes, de Solis, Montium, Turriumque Altitudine apparente mutata, in

exigua

exigua supra Horizontem elevatione factæ sunt, neque ultra tertium ab illo gradum extenduntur. Vaporum à Terra assurgentium, item caloris & frigoris, quibus vapores rarefiunt & condensantur, tanta est prope Terram vicissitudo, ut nihil certi de medii densitate statui possit. Radiorum porro Lucis inclinatio tam valde est obliqua ad incidentiam in Atmosphæram, dum Phænomenon non ultra 3 aut 4 gradus elevatur, ut illius locus ex Refractione admodum mutetur. Immo superficiei Terræ quandoque insidet tam densa, licet diaphana satis, vaporum quasi Nubes, ut oculo extra hanc eminenti, quæ infra ipsam sunt visibilia, nempe valde humilia, prorsus invisa maneant propter radios superficiem superioris rariorisque medii non penetrantes, sed ab illa deorsum reflexos; ut fieri oportere ex *Dioptricis* constat: Quæ vero supra extraque ipsam immediate consistunt, nempe paulo altiora, præterquam quod radio directo videntur, apparent etiam inversa per reflexionem ad prædictæ Nubis superficiem factam tanquam ad speculum horizontale. Verum hæc non sunt hujus loci, neque ad Astronomiam directe pertinent. Satis interim ostendunt Tabulæ cuivis Refractionis Syderum infra tertium Altitudinis gradum non esse fidendum; neque proinde observationibus ad Phænomeni locum determinandum in ista Altitudine factis.

Si vero non ex observatione Fixæ Refractionis Tabulam condere, sed à fundamentis *Dioptricis* illam exstruere libeat, sic tutissime procedere licebit. Atmosphæra ad 40 aut 50 milliaria in altum protensa supponatur, divisa per 8 aut 10 superficies parallelas in totidem media diversæ densitatis; ita tamen ut quod binas proximas superficies interjacet medium ejusdem sit densitatis, quæ ad dictam superficiem mutetur instanter in rarius sursum, densiusque deorsum: non quod res revera ita se habeat, (proculdubio enim Atmosphæræ densitas descendendo per minima augetur;) sed ad calculum ineundum. Octo decemve hæc media ita attentando attemperentur ad se invicem, ut in una, duabus aut pluribus Altitudinibus (nam quo plures, eo accuratior erit Tabula) totales Refractiones ad omnia ista media factæ eædem sint cum Refractionibus, quæ per observationes exactissimas Altitudinibus istis respectivis congruere deprehenduntur. In quo casu Refractio, in assumpta qualibet Altitudine, ad dicta media facta, & per *Dioptrices* leges calculo cognita, quamproxime est æqualis Refractioni ex Cœlo deromptæ, quæ eidem Altitudini respondet. Hoc modo etiam Linea quamproxime determinabitur, in quam Radius Atmosphæram oblique trajiciens incurvatur. At in exquirenda per hanc methodum Refractione correspondente elevationi tribus quatuorve gradibus minori, Mediorum prædictorum (ex quibus conflatur Atmosphæra) inferius, vel inferiora bina ternave, paululum rariora supponere oportebit; nam, in Terræ vicinia calefacta, talia revera sunt.

SECTIO IX.

De Tabulis Primi Motus & Fixarum Libro Secundo innixis.

Licet ſingula ad Motum Primum pertinentia per Methodos Libro hoc demonſtratas poſſint inveniri, prout fert occaſio; cum tamen aliqua ſint frequentioris uſûs, illorum *Tabulas* conſtruunt Artifices, ut inde depromantur expedite, quæ calculo de novo eſſent invenienda perpetuo. Et præter Tabulas ex aliis diſciplinis petitas, ut Rectarum circulo inſcriptarum & adſcriptarum, Logarithmorum &c. conſtruunt Aſtronomicas, quarum quæ huic Libro innituntur Tabulæ ſunt duorum generum: nimirum vel quæ ſunt eædem omnibus totius Terræ incolis; atque hæ rurſus vel Primum Motum attinent vel Stellas Fixas, quarum motus motu primo non eſt multo magis compoſitus; vel quæ tantum in certa Terræ habitatione locum habent.

PROPOSITIO LXVII.

Tabulas deſcribere omnibus Terræ incolis communes, quæ Motum Primum attinent.

Æquator Cœleſtis & Ecliptica omnibus Telluris incolis iidem ſunt, horumque inſignes ſunt perpetuoque occurrentes in Aſtronomicis uſus: Illius nempe, quia Motus primi ſive diurni Cœlorum apparentis medius eſt & quaſi norma; hujus, quia Solis (Diei Tempeſtâtumque arbitri) via eſt & ſemita. Horum igitur circulorum mutua habitudo & ad invicem in ſingulis punctis reſpectus in Tabulas diſponitur: Cuique nempe gradui Eclipticæ proprio nomine (hoc eſt numero, quem in ſuo Signo tenet) inſignito Declinatio ab Æquatore, Aſcenſio Recta & Angulus, quem Ecliptica cum Meridiano ad illud comprehendit, correſpondentes adſcribuntur; ut Prop. xx. oſtenſum eſt. Et ideo commode tres hæ Tabulæ in unam coaleſcunt, ferentem univerſalem Titulum *Declinationis & Aſcenſionis Rectæ ſingulorum Eclipticæ graduum, Angulorumque Eclipticæ cum Meridiano.* Et quia in hujuſmodi Tabulis vel iidem numeri denuo recurrunt, vel iidem aucti quadrante, ſemiſſe aut tribus quadrantibus circuli; in illis condendis non opus erit calculum ultra unicum quadrantem adhibere, cum reliqua Tabulæ pars hinc, vel per primæ columnæ mutationem vel per ſolam additionem, facile fluat.

Porro, cum apparens revolutio integra Æquatoris Cœleſtis Diem naturalem efficiat, & proportionaliter in revolutionis hujus partibus, ob motûs Terræ diurni æquabilitatem; Tabulam etiam conſtruunt, ex qua Tempus cuique parti revolutionis Æquatoris, & viciſſim revolutionis pars cuivis Tempori reſpondens, prompte excerpitur. Et quia apud gentes politiores, ubi Aſtronomia viget,

Dies naturalis in 24 horas dividitur, Hora autem in 60 ſcrupula prima, quorum rurſus quodvis in 60 ſecunda dividitur, & ita porro; Tabulæ prædictæ ad hancce Temporis diviſionem accommodantur.

PROPOSITIO LXVIII.

T*Abulas deſcribere omnibus Terræ incolis communes, quæ Stellas Fixas attinent.*

Fixarum loca quoad Longitudinem & Latitudinem diſponuntur per methodos Prop. XXIX. explicatas. Hujuſmodi Tabula (ſive Catalogus) eſt omnis Syderalis ſcientiæ fundamentum: & quoniam Planetarum loca ex cognitis Fixarum locis exquiruntur, Fixarum in Zodiaco poſitarum loca ſummâ curâ notant Aſtronomi; immo non tantum quæ nudo Oculo, ſed etiam quæ minori Teleſcopio armato conſpiciuntur.

Quoniam vero Fixarum Longitudo continuo creſcit propter punctorum Æquinoctialium regreſſum, *Regreſſus hujus Tabula* Fixarum Catalogo ſubnectitur; hoc eſt, quantus hic ſit in Anno, hujus partibus Anniſque collectis indicatur, ut Longitudo Fixæ Tabularis hinc corrigatur modo ſatis obvio. *Copernicus* & hunc ſequuti alii Fixarum diſtantiam in Ecliptica Ortum verſus numerant ab Arietis Stellarum in Cornu duarum præcedente, ut ſuperius dictum eſt: Addendo arcui huic (in quavis Fixa conſtanti) diſtantiam puncti Æquinoctialis verni à dicta Arietis prima perpetuo auctam, ex altera iſta Tabella depromendam, conflatur Stellæ Longitudo ab Æquinoctio verno.

Quoniam notabiliorum quarundam Fixarum Aſcenſio Recta & Declinatio frequentis ſunt uſus; at illas ex Longitudine & Latitudine datis (per converſ. Prop. XXVII.) pro occaſione exquirere opus foret tædii plenum; ad datum tempus *Notabiliorum Fixarum Aſcenſionis Rectæ & Declinationis Tabulam* conſtruunt qui aliorum labori parcere volunt, additâ differentiâ utriuſque pro certo Annorum numero, in quo illarum mutationem ad ſenſum æquabilem eſſe ſupponunt.

Prædictis de Fixarum motu Tabulis ſubjungitur & *Tabula Refractionis Syderum*, pro diverſa earum ſupra Horizontem elevatione per Prop. LXVI. conſtruenda. Cujuſvis Stellæ Altitudo obſervata minuenda eſt correſpondente Refractione, ut evadat vera; vel Altitudo vera (ex vero Stellæ loco ad tempus datum per calculum inventa) Refractione dictâ augenda, ut fiat apparens. Stellæ diverſa hæc ex Refractione Altitudo diverſitatem loci Stellæ ſecundum longum & latum, vel in alio quovis circulo, inducit, ſimili prorſus modo, quo ſupra de Parallaxi oſtenſum eſt. Tabulam hanc Refractionis hoc loco inter Fixarum Tabulas numeravimus, licet aptius forſan ad præcedentes referenda fuerit tanquam omnibus Phænomenis Cœleſtibus communis: Alii interim illam Tabulis Prop. inſequenti deſcribendis cenſebunt annumerandam, cum aliâ atque aliâ opus ſit Refractionis Tabulâ pro diverſa Atmoſphæræ denſitate in diverſis locis.

PROPOSITIO LXIX.

Tabulas enumerare vulgatiores, quibus Locorum Terrestrium insigniorum situs mutuus & respectu Æquatoris describitur, quibusque Tempus in eorum aliquo numeratum ad Tempus secundum alterius usum reducitur.

In Catalogo Locorum insignium cuique loco adscribitur Elevatio Poli in isto loco, (per Prop. XVII. definita;) cui æqualis est Latitudo Loci. Adscribitur etiam (per Prop. XXXII. inventa) Differentia Meridiani Primi (sive is per Astronomi habitationem, sive per Azores aut Fortunatas insulas traductus supponatur) & Meridiani dicti loci, & in Æquatoris partibus, vel in horis horæque partibus expressa. Sic enim Locorum istorum situs ad se invicem & ad Æquatorem constat, quo pro re nata in Geographicis & Hydrographicis uti licebit. Hora in locorum altero numerata, si augeatur Differentiâ Meridianorum in horis horæque partibus expressâ, exhibet horam in Orientaliori loco numeratam; si minuatur Meridianorum differentiâ, horam in Occidentaliori numeratam ostendit, modo uterque locus eodem genere horarum utatur: si diverso utuntur, adhibitâ pro diversitate reductione ad idem reducantur.

Præsto etiam sunt Tabulæ, quibus Tempus in Locorum altero per Calendarium quodvis expressum, & ab Epocha quavis cognita numeratum, ad Tempus datæ formæ in altero usitatæ expedite reducitur. Nam cum (per Propp. XI. & XII.) & Epochæ inter se conferri possint, & Annorum apud varias gentes formæ variæ, patescit harum Tabularum (hominibus negotia historiamve tractantibus æque ac Astronomis necessariarum) fundamentum & construendi ratio.

Porro, circuli Climata ac Parallelos disterminantes in Tabulas à quibusdam rediguntur. Si enim initium fiat ab ipso Æquatore, habetur Longissimæ Diei quantitas ad finem cujusvis Climatis & Paralleli, initiumve proximi; hoc est, mora puncti solstitialis ad Polum conspicuum declinantis supra Horizontem. Dantur præterea dicti solstitialis puncti Declinatio (nempe Eclipticæ Obliquitas) & Ascensio Recta: datur ergo (per convers. Prop. XXXIII.) Elevatio Poli in illo loco; hoc est, circuli propositum Clima vel Parallelum terminantis distantia ab Æquatore.

PROPOSITIO LXX.

Tabulas describere vulgatiores, quibus Primi Motûs Problemata in diversis Terræ locis promptius solvuntur.

Ad loca temporaque definienda ortûs & occasûs Fixarum aliorumque Syderum, quorum nota sunt loca, aliaque circa hasce solvenda Problemata Artifices calculum adhibent, prout fert occasio. Verum, cum Motûs Solis longe insignior & frequentior sit usus, ipseque Sol Anni curriculo diversos Eclipticæ gradus teneat; Tabulæ, quæ respectum horum punctorum ad Horizontem ostendant, ad omnes Latitudines conduntur: nempe ad quemvis Latitudinis ab

ab Æquatore gradum, Differentia inter Ascensionem Rectam & Obliquam cujusque Eclipticæ gradus (per Prop. XXXIII. inventa) isti Eclipticæ gradui suo nomine insignito adjungitur, ex quibus Tabula fit, sive potius Tabularum congeries; siquidem pro quovis Latitudinis gradu opus sit Tabulâ ad singulos Eclipticæ gradus sese extendente. Vocantur hæ *Tabulæ Differentiarum Ascensionalium.*

Differentiis Ascensionalibus sic in Tabulas redactis, facile per solam additionem aut subtractionem Ascensiones Obliquæ Arcusque Diurni singulorum Eclipticæ graduum similiter in Tabulas rediguntur; indeque Horæ Ortus Occasusque Solis puncta ista tenentis. Verum Operationes hæ tam leves sunt, ut illas ad proprium Calculatoris laborem rejiciant: Nisi quod plerumque Astronomus, supputationibus multum detentus, ipsas hasce ad Domus propriæ locum supputatas habeat. Aliquando etiam *Amplitudinum Ortivarum* singulorum Eclipticæ graduum vel ad plures Latitudines, vel saltem ad Latitudinem sibi propriam, *Tabulas* (ope Prop. XXXIII. constructas) in procinctu habet.

Alia insuper est *Tabula* (per Prop. XXXV. construenda) *Anguli Orientis*, nimirum quem Ecliptica cum Horizonte comprehendit pro diversis Eclipticæ punctis Orientibus in Latitudine data, vel (quod eodem recidit) Altitudinis supra Horizontem gradûs ab Oriente puncto Nonagesimi. Et quoniam in Solis Defectibus supputandis & aliis, hujusce Anguli maximus est usus, Tabulas ejus condunt pro singulis Latitudinis gradibus ab Æquatore ad Polum.

Quandoque etiam Initii & Finis Crepusculi Matutini & Vespertini, pro gradu Eclipticæ quem Sol tenet, ad diversas Latitudines, (vel saltem ad Habitationis propriæ Latitudinem,) Tabulæ conduntur per Prop. XXXIX.

In omnibus hisce Tabulis condendis laboris calculique compendia occurrunt, qualia Prop. LXVII. ostensa sunt; breviorque & ornatior Tabulas ordinandi ratio inde oritur.

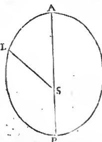
ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER TERTIUS

De Theoria Planetarum Primariorum.

LIbro Primo oftenfum eft, quibus legibus oportet Planetam moveri, ut Ellipfin defcribat circa Solem in ejus umbilicorum altero conftitutum, quam folam inter figuras patiuntur Phænomena, quod fufe ex obfervatis oftendit *Keplerus* in fuis *Commentariis de Motibus Stellæ Martis*, & nunc omnes Aftronomi agnofcunt. Ipfi Veteres Aftronomi cum *Ptolemæo* (quibus nihil placuit in Cœlo præter perfectos Circulos, corporibus ingenerabilibus & incorruptibilibus, qualia Cœleftia habuerunt, aptiffimos,) per Phænomena compulfi in hanc fententiam pene tranfierunt, dum motum in Excentrico commenti funt vere inæqualem, fed æqualem in circulo Æquante, cujus centrum tantum ultra Excentrici centrum inde diftabat, quantum veri motûs centrum citra illud; hoc eft, dum Excentricitatem bifecabant, & Orbitam Planetæ ex puncto bifectionis tanquam centro defcribebant. Excentrica enim hujufmodi Planetæ Orbita Circularis non differt ab Orbita Elliptica, cujus Foci funt dicta centra, præterquam quod illa circa medium craffior fit, hæc gracilior; quæ craffitiei Orbitæ differentia in plerifque Planetis propter parvam Excentricitatem infenfibilis fere eft, & per Veterum obfervationes non diftinguenda. Illam tamen ex *Tychonis* obfervationibus clariffime & citra dubium evincit *Keplerus Cap.* XLIV. dictorum *Commentariorum*. Verum quidem eft *Ptolemæum* ad Theoriam Solis fimplicem Excentricum adhibere, neque Excentricitatem Orbitæ bifecandam cenfere; at in reliquorum Planetarum quolibet, præter Epicyclum (quo Phænomena revera à motu Telluris ipfi non agnito orta explicat) ufus eft (*Cap.* V. *Lib.* IX. *Magn. Conftruct.*) Excentrico defcripto ex centro bifecante Excentricitatem. Immo ipfe *Copernicus* perfectionem motûs & viæ Planetarum tam ratam habuit, ut Excentricitatis bifectionem (*Cap.* II. *Lib.* V.) propterea cenfeat rejiciendam, quod abfurdum fit concedere *motûs circularis æqualitatem fieri poffe circa centrum alienum & non proprium*, (quam & *Ptolemæi* quondam fuiffe fententiam liquet ex *Cap.* III. *Lib.* III. ubi pronunciat *Stellarum motus æquales omnes effe circularefque naturâ*; id eft (ut ipfe explicat) *omnes lineas, quæ Stellas aut circulos earum* circum-

circumducere intelliguntur in omnibus simpliciter æqualibus temporibus æquales Angulos ad centra cujuslibet circulationis intercipere, licet hanc postea mutaverit citato *Lib.* IX.) & *Cap.* IV. ejusdem *Lib.* Epicyclum cum simplici Excentrico potius inducendum vult, paria cum Excentrico & Æquante facientem; vel etiam Concentricum cum duobus Epicyclis. Sed nondum factæ erant exactissimæ illæ & multiplices *Tychonis* observationes, quibus solis nixus *Keplerus* Planetarum Orbitas Ellipticas esse ostendit; licet *Ricciolus* oblique insinuet cœpisse *Keplerum* suspicari Viam Planetæ per Auram Ætheream esse Ovi-formem; id scilicet pro sua sagacitate subodoratum ex inspecta figura Ovali, quam *Reinholdus* in fine *Theoricarum Purbachii* adjecisset ad Lunam pertinentem. In hujusmodi igitur vera Planetæ Orbita Elliptica ALP, ubi S Focus alter est Solis locus, ASP linea Apsidum, A Aphelium, P Perihelium, L Locus Planetæ ad libitum assumptus, ALS Area sub rectis SA, SL & curva Elliptica AL comprehensa (computata ab SA in consequentia Signorum,) vocatur *Anomalia Media*, id est, Æquabilis; hæc enim Area crescit æquabiliter, nempe in eadem ratione cum tempore: Et ASL Angulus, à linea Apsidum SA & radio vectore SL comprehensus, dicitur *Anomalia Coæquata*, sive *Vera*. Decuit enim Astronomiæ Physicæ Cultores quam minimum fieri posset ab antiquis vocibus discedere; quippe non solum usu stabilitis, sed revera etiam aptissimis.



SECTIO I.

Generalia ad Planetarum omnium Theoriam spectantia.

PROPOSITIO I. LEMMA.

Si super Ellipseos PBA, *cujus centrum* C, *majorem axem* PA *tanquam diametrum describatur circulus* PDA, *& à puncto* G *in circuli circumferentia ad libitum assumpto ad* PA *demittatur perpendicularis* GE, *Ellipsin ad* L *intersecans*; *& ab aliquo in axe* AP *puncto* (*ex. gr. focorum alterutro* S) *ad* G *&* L *ducantur rectæ* SG, SL; *erit trilineum* AGS *sub rectis* SA, SG *& curva circulari* AG *comprehensum ad integrum circulum, sicut trilineum* ALS *sub rectis* SA, SL *& curva Elliptica* AL *comprehensum ad integram Ellipsin.*

Ducatur enim ad EG utcunque parallela *eg*, diametro in *e*, Ellipsi in *l*, & circulo in *g* occurrens. Eritque (per *Prop.* XXI. *Lib.* I. *Conicorum Apollonii*) *el* ad CB in subduplicata ratione rectanguli sub P*e*, *e*A ad rectangulum sub PC, CA, sive CD*q*: & *eg* ad CD est etiam

etiam in ſubduplicata ratione PE × EA ad CDq: Igitur (per XI. *El.* V.) el eſt ad CB, ſicut eg ad CD; adeoque $el : eg :: CB : CD$; in ratione ſc. data. Cumque hoc ſemper fiat, erunt omnes el ſuper EA inſiſtentes ad totidem eg; hoc eſt, ſemi-ſegmentum ellipticum ALE ad ſemi-ſegmentum circulare AGE, in eadem illa ratione data CB ad CD. Rurſus (per *Prop.* I. *El.* VI.) triangulum LSE eſt ad triangulum GSE ut LE ad GE; hoc eſt (ut hactenus oſtenſum) ut CB ad CD; unde (per *Prop.* XII. *El.* V.) ALE & LSE ſimul; hoc eſt, ALS eſt ad AGE & GSE ſimul, ſive AGS, in ratione CB ad CD: Et ſimiliter, in eadem iſta ratione CB ad CD ſunt etiam omnes el ſuper integram PA inſiſtentes ad totidem eg; hoc eſt, ſemi-ellipſis PBA ad ſemicirculum PDA. Et igitur ALS eſt ad AGS, ſicut ſemi-ellipſis PBA ad ſemicirculum PDA, ſive ut Ellipſis ad circulum. Et viciſſim trilineum ALS eſt ad integram Ellipſin, ſicut trilineum AGS ad integrum Circulum. Q. E. D.

Unde ſi proponatur ſemi-ellipſis PBA dividenda in duo ſegmenta habentia rationem datam, per rectam SL è dato in Axe puncto S exeuntem, ſufficit ſemicirculum PDA (ſemi-ellipſi quodammodo notiorem) dividere per rectam SG in dicta ratione, & ex G puncto ad PA perpendicularem GE demittere Ellipſi in L occurrentem: juncta enim recta SL ſemi-ellipſin PBA in eadem ratione dividit, in qua ſemicirculus PDA per rectam SG diviſus eſt: Vel ſi ABP ſit Orbita Elliptica Planetæ, in cujus altero foco S eſt Sol; ſicut Planetæ in L Anomalia Media repræſentatur per trilineum ALS, repræſentari etiam poterit per trilineum AGS.

PROPOSITIO II.

D*Atâ Planetæ Orbitâ, quot libuerit Anomalias Medias & correſpondentes Veras calculo determinare.*

Sit data Planetæ Orbita Elliptica ALBP, in cujus Focorum altero S Sol conſtituitur. Sit A Aphelium, P Perihelium, C Centrum, CA vel CP media Planetæ à Sole diſtantia, CBD ad AP normalis. In circulo ADP, circa majorem Orbitæ axem tanquam diametrum deſcripto, ſumatur ad libitum ab A arcus AG vel angulus ACG numero graduum & ſcrupulorum (ut vulgo fit) expreſſus. Et quoniam (per XXXIII. *El.* VI.) arcus AG eſt ad integram circumferentiam ut AGC ſector ad integrum circulum, ſi circulus æque ac circumferentia diviſus intelligatur in partes æquales 360, nempe ſectores circulares circumferentiæ gradibus correſpondentes; idem numerus, qui exprimit arcum AG, exprimit etiam & ſectorem circularem AGC; hunc quidem in parvis ſectoribus, illum vero in parvis arcubus: horum utrumvis vocat *Keplerus Anomaliam Excentri.* Sed ex circuli dimenſione (accurata ſatis ad calculum) datur

ratio

Digitized by Google

ratio quadrati semidiametri ad integrum circulum; & ex Orbitæ specie data, dabitur ratio mediæ distantiæ BS seu CA, & etiam semiaxis minoris BC ad excentricitatem SC; & inde ratio trianguli BCS ad radii quadratum; & ex ratione arcûs assumpti AG ad circumferentiæ quadrantem AD, dabitur ratio sinuum eorundem, sc. DC ad GE, & consequenter etiam ipsius BC ad GE; hoc est, per I. *El.* VI. ratio trianguli BCS ad GCS. In partibus ergo quarum circulus continet 360, dantur sector AGC & triangulum GCS, (cui analogum LCS *Æquationis Pars Physica* dicitur, sicut Angulus SLC *Pars Optica*;) adeoque horum aggregatum AGS trilineum, quod Prop. præced. ostensum est proportionale esse trilineo ALS, & proinde Anomaliam mediam jure repræsentare. Nam si Orbitæ Ellipticæ ABP area tota in 360 partes æquales divisa concipiatur, illius pars ALS, nempe Anomalia media Planetæ in L, tot ejusmodi partes continebit, quot AGS continet partes similes areæ circularis ADP; adeoque eodem exprimetur numero. Rursus, in triangulo GCS, datâ ratione laterum GC, CS (Distantiæ mediæ Planetæ à Sole ad Excentricitatem) & angulo comprehenso GCS, (assumpti nempe ACG complemento ad duos rectos,) dabitur (per XLI. *Datorum*) angulus GSC; adeoque & ASL Anomalia coæquata, nempe angulus cujus tangens EL est ad EG tangentem anguli ASG prius inventi in ratione datæ Orbitæ semiaxis minoris CB ad semiaxem majorem CD. Et cum Anomalia media & vera, per calculum inventæ, eidem assumpto arcui AG congruant, erunt & inter se congruæ; sive altera alteri correspondebit. Et pari modo licet alium quemvis arcum assumere, & congruas Anomalias (mediam sc. & veram) inde calculo determinare, quæ proinde erunt inter se correspondentes.

PROPOSITIO III.

D*Atâ Anomaliâ mediâ Planetæ, cujus Orbita datur, Anomaliam veram & Planetæ Distantiam à Sole per calculum invenire, & vicissim.*

Nullam dari calculi methodum directam Problema hoc solvendi pronunciat *Keplerus* ad finem *Part.* IV. *Physicæ Cœlestis*. Quomodo vero methodo indirectâ & ad usus Astronomicos satis accommodatâ hujusce Problematis calculus absolvi poterit, nunc ostendendum est. In circulo ADP, Orbitam in Aphelio & Perihelio tangente, sumantur Anomaliæ Excentri arcus AG, vel anguli ACG, per singulos gradus se excedentes. Ad horum unumquemque (per præcedentem) inveniantur correspondentes Anomaliæ; media sc. & vera. Post conditum ergo, pro Planetæ Orbita data, Canonem Anomaliæ me-

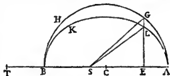
diæ & correſpondentis coæquatæ ad ſingulos arcus Anomaliæ Excentri, quæratur inter eas Anomalia media data; correſpondens Anomalia vera eſt ea quæ quæritur. Quod ſi Anomalia media propoſita inter Canonicas iſtas non reperiatur, per partem proportionalem (modo vulgo noto) invenietur Anomalia vera quæſita. Si ſine Tabulis operandum ſit, *Keplerus* Regulam Poſitionum (Falſi etiam dictam) adhibere ſuadet; ponendo ſcilicet Anomaliam Excentri AG arcum, vel ACG angulum, vel AGC ſectorem (tria enim hæc eodem numero deſignantur) partium quotlibet, eique ſic ſumptæ addendo vel ſubducendo, prout opus fuerit, congruum Æquationis parti Phyſicæ analogum triangulum, nempe GSC, ut fiat Anomalia media AGS. Nam ſi ea tanta prodit quanta eſt quæ propoſita fuit, bene poſita erat Anomalia Excentri, & huic congrua Anomalia vera eſt ea quæ quæritur; quippe Anomaliæ mediæ datæ competens: At ſi non tanta prodit, ex illa quæ prodit emendanda erit poſitio, laborque repetendus. Ad Planetæ Diſtantiam à Sole inveniendam, in triangulo LCS datur angulus LSC, ſuperius nempe inventa Anomalia coæquata; item angulus LCS, reliquus ad duos rectos ipſi LCA, cujus tangens eſt ad tangentem anguli ACG Anomaliæ Excentri ut Orbitæ axis minor ad majorem: datur etiam Excentricitas SC, unde innoteſcit SL diſtantia Planetæ à Sole.

Parique modo, vel ex Tabulis jam conditis vel per Regulam Poſitionum, ex data Anomalia vera determinabitur media.

PROPOSITIO IV.

Semicirculum, per rectam ex dato diametri puncto eductam, in data ratione dividere.

Sit ſemicirculus AGB, cujus centrum C, diameter AB, punctum in diametro datum S; è quo nempe educenda eſt recta SG peripheriam in G interſecans, ita ut area AGS ſit ad aream BHGS in ratione data, nempe P ad Q. Ponatur factum, & ex G in AC demittatur perpendicularis GE.



Vocentur ſemidiameter AC vel CB, R; AE, X; quarta proportionalis rectis SC, CA & ſemiperipheriæ AHB, M. Unde fiet ſemiperipheria AHB ducta in radium CA; hoc eſt, duplus ſemicirculus AHB, æqualis $SC \times M$, ſive $M = \frac{2AHB}{SC}$. Rurſus, quoniam ex hypotheſi Area AGS eſt ad BHGS ut P ad Q, erit AGS + BHGS; hoc eſt, ſemicirculus AHB ad AGS ut P + Q ad P: unde $P \times AHB = AGS \times \overline{P+Q}$, & hinc $\frac{P \times 2AHB}{P+Q} = 2AGS$. Vocetur porro $\frac{P \times M}{P+Q}$, a: adeoque, loco M ponendo illius valorem $\frac{2AHB}{SC}$, erit $a = \frac{P \times 2AHB}{\overline{P+Q} \times SC}$; hoc eſt, ipſi $\frac{2AGS}{SC}$; ſive $SC \times a = 2AGS$. Sumatur præterea ad partes B, CT quæ ſit ad CB ut CB ad CS, voceturque AT, b; unde $CT = b - R$,

adeoque

adeoque $SC = \frac{R^2}{b-R}$: & $SC \times a$, hoc eſt, $2AGS = \frac{R^2 \times a}{b-R}$. Cumque $CE = R - X$ erit $SE = R - X + \frac{R^2}{b-R}$. Atqui $2AGS = 2AGE + 2GSE = 2AGE + GE \times ES$. Sed ex Serierum doctrina nunc vulgo nota, in circulo cujus ſemidiameter vocatur R, ſegmentum cujus ſagitta AE eſt X; hoc eſt,

$$2AGE = \tfrac{4}{3}\sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}} - \frac{2R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{5\sqrt{2}} - \frac{a^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{7}{2}}}{28\sqrt{2}} - \&c.$$

Et ipſa $GE = (\sqrt{2RX - X^2} =$, ex ipſa operatione,)

$$\sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} - \frac{R^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}} - \&c.$$ Unde $SE \times EG$, ſive

$$2SEG\ \text{Triang.} = \begin{cases} \sqrt{2}\,R^{\frac{3}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{5R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} + \frac{7R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}} \\ + \frac{R^2}{b-R}\ \text{duct. in}\ \sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} - \frac{R^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}}\ \&c. \end{cases}$$

$$\text{Adeoque } 2AGS = \frac{R^2 a}{b-R} = \begin{cases} \tfrac{4}{3}\sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}} - \frac{2R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{5\sqrt{2}} - \frac{a^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{7}{2}}}{28\sqrt{2}}\ \&c. \\ \sqrt{2}\,R^{\frac{3}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{5R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} + \frac{7R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}}\ \&c. \\ \frac{R^2}{b-R}\ \text{duct. in}\ \sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} - \frac{R^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}}\ \&c. \end{cases}$$

Et poſt ordinatam reductamque æquationem ſecundum artem invenietur,

$$a = \sqrt{2}\,b\,R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{2R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{3\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}\,b\,R^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{12} - \frac{\sqrt{2}\,R^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{20} + \&c.$$

Et quadrando utramque æquationis partem ad tollendam aſymmetriam, eamque ordinando deletis terminis ſe mutuo deſtruentibus, fiet

$$a^2 = \frac{2b^2}{R} \times X + \begin{matrix} \frac{b^2}{3R^2} \\ -\frac{4b}{3R} \end{matrix} \times X^2 + \begin{matrix} \frac{2}{9R} \\ +\frac{4b^2}{45R^3} \\ -\frac{14b}{45} \end{matrix} \times X^3\ \&c.$$

Unde X ſeu $AE = \frac{Ra^2}{2b^2} + \frac{R^2a^4}{6b^5} - \frac{Ra^4}{24b^4} + \frac{Ra^6}{720b^6}$ &c.

Sumptâ igitur AE æquali tot hujus ſeriei terminis quot libuerit, & ex E erectâ ad AB perpendiculari AG, occurret hæc circulo in quæſito puncto G. Q. E. F.

Et per Prop. I. eadem EG Ellipſi cuivis AKB ſuper majorem axem AB deſcriptæ occurret in L, ita ut juncta SL dividat ſemi-ellipſin AKB in duas partes ALS, BKLS datam habentes rationem.

Quo minores fuerint diſtantia punctorum C & S (hoc eſt, quo minor Ellipſeos excentricitas) & ratio P ad Q, eo pauciores hujus Seriei termini in uſum aliquem ſufficient: Nam oportet rationem P ad Q parvam eſſe ut ſeries, quæ eſt valor ſegmenti AGE, cito convergat; hoc eſt, ut pauci illius termini ſint ſegmento proxime æquales.

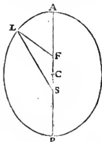
Problematis istius solutionem hanc jam olim dedi in *Exercitatione Geometrica de Dimensione Figurarum* Anno 1684 *Edinburgi* edita: placuit tamen illam hoc loco (quippe suo) denuo inserere.

PROPOSITIO V.

Ellipsin haud admodum excentricam rectâ per focorum alterum ita dividere, ut Areæ Ellipticæ portio inter majorem Axem & ducendam rectam comprehensa sit quamproxime ad integram Ellipsin in data ratione minoris inæqualitatis.

Methodus Prop. III. tradita Anomaliam veram ex media inveniendi tentativa & indirecta habetur: Geometrica vero quævis utut elegans (qualem per Cycloidem protractam olim exhibuit Celeb. D. *Wallisius*) calculo Astronomico minus apta; quæ vero per Series rem conficit (ut Prop. IV) laboriosa nimis; unde ad approximationes confugiunt Astronomi, imprimis sequentem.

Proponatur Ellipsis ALP, cujus centrum c, focus alter s, alter F. Ex foco s ducenda est recta SL, ita ut trilineum ALS datam quamproxime habeat rationem ad integram Ellipsin ALPA.



Ad Focum alterum F fiat angulus AFL, eandem habens rationem ad quatuor rectos, quam oportet trilineum ALS habere ad integram Ellipsin, cujus crus FL Ellipsi occurrit in L, juncta SL propositum quamproxime conficiet. Nam, coeuntibus focis s & F cum centro c, propositum exacte conficitur, ut ex Prop. XXXIII. *El.* VI. constat; error ergo tantus est quantus ab Excentricitate provenit: Eâ igitur parvâ existente, hoc est, in Ellipsi haud admodum excentrica, area ALS est ad integram Ellipsin sicut angulus AFL ad quatuor rectos; id est in ratione data.

SCHOLIUM.

Ipse *Keplerus*, qui primus ostendit Ellipsin ita à Planeta percurri, ut æqualibus temporibus æquales arcæ per rectas ad Solem in Foco positum ductas abscissæ describantur, advertit etiam ad hanc approximationem, eamque *Cap.* III. *Part. Alter. Lib.* V. *Epit.* describit dicens; *ut si* L *esset Planeta,* AFL *angulus esse posset loco Anomaliæ mediæ fere.* Ab illa tamen prorsus abstinuit, tum quod in Planeta Marte aperte dissentiat à Cœlo, tum præcipue quod elegantes demonstrationes motuum à Causis suis Physicis hoc pacto prorsus neglectæ & incultæ, quippe penitus ignotæ, jacerent; maluitque in vera Physica Planetarum Theoria persistere, licet methodum indirectam adhibere compulsus fuerit, ut ex Anomalia media coæquatam inveniret, quam aliam à naturali alienam sequi, in qua istud facillime & directe fieri possit.

Postea tamen Celeb. Astron. *Sethus Wardus* hanc tanquam ab ipsa Rerum Natura adhibitam Planetarum Theoriam usurpavit; cujusvis

vis nempe Planetæ Orbitam eſſe Ellipticam aſſumit, in cujus Foco altero eſt Sol, quem Motuum Planetariorum verum atque Phyſicum inſtrumentum agnoſcit; ſuper alterum interim Focum ita temperari Planetæ cujuſque motum, ut temporibus æqualibus æquales illic angulos abſolvat; & ſuper hanc hypotheſin *Aſtronomiam* ſuam *Geometricam Ellipticam* (opus egregium & cui plurimum debet omnis ſanior Aſtronomia) exſtruxit. Geometriam enim (quâ pollebat) adeo feliciter ad Aſtronomiam applicuit, ut non tantum ex data Anomalia media veram directe & Geometrice invenerit, ſed omnium Planetarum Orbitas tum quoad figuram & ſitum, tum quoad magnitudinem (aſſumptâ Orbitâ Telluris pro menſura) determinaverit. Attamen *Aſtronomiæ adhærentem* ἀγεωμετρησίας *labem* minime *delevit*: Iſta enim ſolvit Problemata Aſtronomica non in genuino & vero Syſtemate, in quo ad eorum ſolutionem Geometras provocaverat *Keplerus*; ſed in vicario & ficto, licet vero proximo. Maximi tamen eſt uſûs Aſtronomiæ ſuæ Methodus: cum enim Planetarum ellipticæ Orbitæ non ſint admodum excentricæ, ſed ad circulos fere accedant, neque *Wardi* hypotheſis, in qua motum circa Focum à Sole diverſum ſtatuit æquabilem, ab accurata multum abludet; & ad determinandas quamproxime Planetarum Orbitas conducet plurimum, quæ (repetendo calculum, ut inferius oſtendetur) poterunt denuo accuratiores ad libitum reddi.

Verum quidem eſt Clariſſ. *Iſmaelem Bullialdum* in *Aſtronomia Philolaica*, dum Planetam quemque in Ellipſi moveri ſtatuit, & Ellipſin hanc ita ex Cono ſecat, ut Coni axis per Ellipſeos umbilicorum alterum tranſeat, & denique dum *Cap.* xv. *Lib.* I. *motum Planetæ æqualem* ponit *circa Conum & in circulis baſi Coni æquidiſtantibus*; æquabile incrementum angulorum ad Focum à Sole diverſum, (illum nempe per quem Coni axis tranſit,) hoc eſt, *Wardi* Hypotheſin neſcientem ſuppoſuiſſe: neque hoc prius agnovit quam Cl. *Wardus* in Aſtronomiæ illius fundamenta inquireret, in cujus *Inquiſitionis Cap.* I. iſtud demonſtrat. *Bullialdus* igitur ipſe, qui *Kepleri* propter errores ſuos & defectus in Geometria miſeretur, viciſſim ab Acutiſſ. *Wardo* pœnas luit, dum hic oſtendit *Bullialdo* (præter errores aliquammultos quos admiſſos ingenue fatetur in *Aſtron. Philolaic. Fundament. Aſſert. contra S. Wardum*) ſuam Hypotheſin ſibi minime fuiſſe perſpectam, dum motum æquabilem circa Ellipſeos Focum à Sole diverſum inſcius ſupponit; quam tamen ſi expreſſe agnoviſſet, maximam Aſtronomiæ ſuæ partem felicius multo & facilius abſolviſſet.

Sed & *Comes Paganus* hanc ipſam hypotheſin, motûs nempe angularis æquabilis Planetæ circa Ellipſeos Focum à Solis loco diverſum, pro vera & genuina ſerio arripuit, & *Planetarum Theoriam* huic ſuperſtructam *Pariſiis* Anno MDCLVII. Gallico idiomate edidit; diſſenſumque ejus à Cœlo, qui in Octantibus ab Apſidibus eſt maximus, in Obſervatorum errores audacter rejicit ad finem ſuæ Theoriæ.. Et licet *Pagani Theoria* hæc *Wardi Aſtronomiâ Geo-*

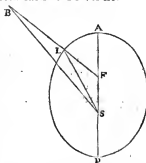
 metricâ

metricâ posterior sit anno integro, & tribus minimum annis *Inquisitione in Bullialdi Astr. Philol. Fundamenta*, (ubi Astronomiæ suæ omnis fundamenta jecerat, & Problemata præcipua construxerat;) tamen ulterius non pergit *Paganus*, quam ad Planetæ locum in sua Orbita data ad tempus assignatum ejusque à Sole distantiam determinandum, hoc est, ipsa Astronomiæ principia stabilienda; omissâ omni Astronomiâ comparativâ, in qua, per Geometriam excolenda, operam tam pulchre collocaverat Celeb. *Wardus*.

PROPOSITIO VI.

Positâ approximatione modo descriptâ pro satis accurata, (id est, in Hypothesi Wardi,) *ex data Anomalia media Anomaliam coæquatam & Planetæ à Sole Distantiam invenire in Orbita data.*

Proponatur ALP Planetæ Orbita elliptica circa Solem in S tanquam Focum constituta; hujus Aphelium sit A, Perihelium P, Axis major AP: ex data Anomalia media AFL angulo invenienda est Anomalia coæquata, nempe angulus ASL, & Planetæ in L Distantia à Sole, sc. SL; hoc est, hujus rectæ ratio ad FS vel AP.



Producatur FL ad B, ut sit LB æqualis LS; & jungatur BS. Et quoniam (per *Prop.* LII. *Lib.* III. *Conic. Apollonii*) FL & LS simul æquantur axi AP, erit FB eidem AP æqualis. Adeoque in triangulo BFS datis lateribus BF, FS cum angulo intercepto BFS, Anomaliæ mediæ datæ AFL complemento ad duos rectos aut ad quatuor, (prout L est in primo vel secundo Anomaliæ semicirculo;) innotescent anguli FSB & FBS, sive LSB, quorum differentia ASL est Anomalia coæquata quæsita. In triangulo porro LFS ab initio dantur angulus LFS & latus FS, & nunc inventus est angulus FSL, adeoque & reliquus FLS; invenietur ergo latus LS in partibus datæ distantiæ Focorum SF; hoc est, Planetæ à Sole Distantia. Q. E. F.

In quærendis angulis FSB, FBS in triangulo BFS, ex datis BF, FS cum angulo BFS; fit (per vulgatum Trigonometriæ canonem) BF & FS simul ad BF dempto FS, sicut tangens semissis angulorum B & FSB ad tangentem semissis differentiæ eorundem. Sed BF & FS simul æquantur ipsis AP & FS simul; & BF dempto FS æqualis AP dempto FS, sive bis SP; & summa angulorum B & FSB æqualis externo AFL, nempe Anomaliæ mediæ; illorum vero differentia æqualis FSL Anomaliæ coæquatæ. Et igitur summa ipsarum AP & FS est ad 2 PS, sive illius semissis SA ad hujus semissem PS; hoc est, distantia Planetæ aphelios ad ejusdem distantiam perihelion, ut tangens dimidiæ Anomaliæ mediæ ad tangentem dimidiæ Anomaliæ coæquatæ: in qua analogia primi duo termini sunt constantes in dato Planeta. Simili

Simili modo ex data Anomalia coæquata invenietur media. Quod si non Anomalia coæquata ASL datæ mediæ AFL congrua quæratur, sed angulus FLS, (*Æquatio Elliptica* dicta;) erit hic duplus anguli FBS prius inventi. Hic vero angulus subtractus ab Anomalia media AFL, Planetâ ab Aphelio ad Perihelium descendente, sive in primis sex Anomaliæ Signis, relinquit coæquatam ASL: additus vero Anomaliæ mediæ in ultimis sex ejusdem Signis coæquatam conficit; unde & *Prosthaphæresis* dicitur.

PROPOSITIO VII.

Approximationis præcedentis correctionem à Cl. Ismaele Bullialdo *adductam applicare; &, quomodo (eâ positâ) Anomalia coæquata & Planetæ Distantia à Sole inveniantur, ostendere.*

Cl. *Ismael Bullialdus*, dum *Astronomiam Philolaicam* tuetur adversus *Wardum* in Libro cui titulus *Astronomiæ Philolaicæ Fundamenta explicata, Cap.* I. & II. ex quatuor observationibus à *Tychone* factis ostendit Hypothesin modo descriptam *Wardi* Marti non convenire, sed in primo & tertio Anomaliæ mediæ quadrante Martem esse promotiorem quam pro hac Hypothesi esse debet, at in quadrante Anomaliæ mediæ secundo & ultimo Martem minus esse promotum quam postulat hæc Hypothesis. At ne nunc quidem ad sagacissimum *Keplerum* respexit, secundum cujus Systema physicum rem ita se habere in omni Ellipsi oportet, & quidem in Marte sensibiliter, (quippe cujus Orbita sensibiliter est excentrica;) & prout ipsi numeri à *Keplero* adducti ostendunt. Sed Hypothesin *Wardi* corrigere certus, quo illi paria rependere possit, hujusmodi correctionem Anomaliæ mediæ, ut supra inventæ, *Cap.* IV. dicti Libri adduxit. Sit ALBP Planetæ Orbita elliptica, cujus Foci, Apsides, Centrum &c. designantur iisdem literis quibus sæpius supra: Sitque angulus AFL Anomalia media in Hypothesi *Wardi*; nempe angulus AFL ad quatuor rectos, sicut tempus quo Planeta percurrit arcum ellipticum AL ad integrum tempus periodicum. Et quoniam punctum L in primo & tertio quadrante Anomaliæ mediæ (hoc est, dum angulus AFL est minor recto, vel major duobus, minor vero tribus) non est tam promotum quam requirunt observationes, in secundo vero & quarto quadrante justo promotius; hoc est, quoniam AFL angulus est in primo casu parvus nimis, in secundo nimius; ideo angulum hunc ita corrigit *Bullialdus*. Per L ad AP ducatur perpendicularis Axi; huic in E, circulo vero diametro AP descripto occurrens in G, jungatur FG; angulus AFG pro Anomalia media assumatur loco ipsius AFL; & angulum AFG vocat *Bullialdus*, pro jure suo, *Anomaliam Mediam-veram*, relicto nomine *Mediæ* angulo AFL, qui Tempori est proportionalis: Adeoque locus Planetæ correctus in



sua

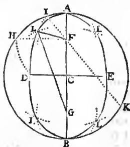
sua Orbita erit V punctum, ubi FG Orbitæ occurrit. Angulo autem Anomaliæ mediæ AFL correspondens angulus Anomaliæ mediæ-veræ AFV expedite invenitur, sumendo angulum cujus tangens est ad tangentem Anomaliæ mediæ, sicut major axis Ellipsis ad minorem; eritque hic is qui quæritur. Nam GE tangens anguli GFE est ad LE tangentem anguli LFE ad eundem radium FE, ut DC (sive CA) ad BC. In triangulo porro VFS (prorsus ut Prop. præced. in triangulo LFS) datis latere FS, angulo externo AFV & summâ laterum FV & VS, invenitur FSV Anomalia coæquata, & latus VS Distantia Planetæ correcta à Sole. Q. E. F.

Atque hæc est *Wardi Hypotheseos* correctio à *Bullialdo* adducta, satis quidem felix si pro correctione approximationis ad verum Systema tantum habeatur, prout decet; quippe *quâ effecit ut vel tandem ex Anomalia media colligeretur coæquata à priori, simulque calculus satisfaceret observatis, quod ante eum* (ex *N. Mercatoris* sententia) *in Hypothesi Elliptica præstiterat nemo.* At cum illam pro vero & genuino Systemate venditat *Bullialdus*, & illius causas Physicas (*Cap* III. & IV.) suo more ex *Cono* petit, non tantum Astronomiæ suæ *Philolaicæ* Fundamenta inexplicata relinquit, sed & quasi nulla prorsus forent Physica Astronomiæ fundamenta disputat.

PROPOSITIO VIII.

D*Escribere Orbitam, in qua Planetam circa Solem deferri censet Celeb. Astronomus* Dominicus Cassini, *ejusque cum Causis Physicis & Phænomenis convenientiam & discrepantiam explicare.*

Circuli AKBH diameter AB dividatur bifariam in C puncto, per quod ducatur recta indefinita DE ad AB normalis. Dividatur rursus AB in G, ita ut AG sit ad GB sicut Planetæ (cujus Orbita est describenda) Distantia à Sole aphelios ad Distantiam perihelion; & capiatur CF æqualis CG. Ex F ad AB erigatur normalis FH circulo occurrens in H. Centro F distantiâ FH describatur circulus secans indefinitam DE in D & E punctis, quæ erunt extrema minoris Axis Orbitæ describendæ. Ad invenienda reliqua ejus puncta ducatur per F utcunque recta IFK circulo in I & K occurrens. Centro F distantiâ IF vel KF describatur circulus; centroque G distantiâ æquali alteri rectæ IFK segmento, nempe KF vel IF, alter circulus: Horum circulorum intersectiones L, L, L, L erunt ad Orbitam. Atque hoc modo, propter binos super utroque centro circulos, quatuor Orbitæ puncta eâdem operâ determinantur. Similiter alia atque alia illius puncta determinabuntur, aliam atque aliam ducendo rectam per F transeuntem & à circulo utrinque terminatam. Quoniam rectangulum



gulum sub segmentis rectæ per punctum F ductæ & à circulo terminatæ datum est, nempe rectangulo sub AF, FB (per *Prop.* XXXV. *Elem.* III.) æquale; patet rectangulum sub rectis FL, GL à punctis F & G ad quodvis curvæ ALB punctum L ductis etiam dari, & rectangulo sub AF, FB vel sub AG; GB æquari; & ideo esse AG ad GL sicut FL ad GB vel FA. Sicut in Ellipsi vulgari summa rectarum à duobus Focis ad punctum quodvis in circumferentia inclinatarum data est, ita rectangulum sub rectis à punctis F & G ad quodvis in curva ADBE punctum ductis datur, unde & punctis hisce F & G *Focorum* nomen indidit D. *Cassinus*.

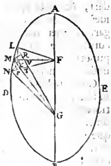
Curvam hanc vult esse Planetæ Orbitam, quam ita circa Solem in Foco G positum percurrit, ut anguli ad alterum Focum F proportionales sint Temporibus; quem proinde Focum seu Centrum medii Motûs appellat, sicut alterum G Motûs veri, ubi Solis Mundique Centrum locat. Unde Planetæ distantiæ quælibet binæ à Foco veri Motûs sunt reciproce ut ejusdem distantiæ à Foco Motûs medii. In Orbita hac ex data Anomalia media, nempe angulo AFL, Anomalia vera AGL determinatur, si in triangulo LFG ex datis basi FG alteroque angulorum adjacentium LFG, (ipsius AFL Anomaliæ mediæ complemento,) & rectangulo sub reliquis duobus lateribus FL, LG comprehenso inveniantur reliqua.

Hypothesis hæc *Cassiniana*, in *Tractatu de Origine & Progressu Astronomiæ* breviter tradita, hoc habet commodi, quod dum angulus AFL est Anomalia media, Area ALG est etiam Anomalia media; sive quod AFL angulus est ad quatuor rectos, sicut Area ALG ad integram Ovalis ALDBE aream; uti inferius demonstrabitur. Et igitur Planeta curvam ALD, ut hic supponitur, describens (nempe ut ducta FL ubique ad Planetam, angulus AFL sit Tempori proportionalis) isti etiam legi Prop. XL Lib. I. demonstratæ obtemperat, ut area ALG, quam radius vector GL è Sole exiens verrit, sit etiam Tempori proportionalis. Unde, urgente Vi Centripetâ versus Solem, cujusdam certi generis (cujus lex per Corol. Prop. XXXVII. Lib. I. innotescet) Planeta Orbitam ALDBE circa Solem describeret, ita ut angulus AFL æqualibus Temporibus æqualiter augeatur. At supra descriptæ *Wardi* & *Pagani* Hypotheses sunt physice impossibiles: Impossibile utique est ut Planeta, quâcunque Vi Centripetâ ad Solem tendente agitetur, Ellipseos vulgaris perimetrum describat, ita ut anguli ad Focum (à Sole diversum) sint Temporibus proportionales. Nam hoc posito, areæ ad Solem non essent Temporibus proportionales, ut supra ostensum; quod tamen necessario fit; ut Prop. XI. Lib. I. demonstratum est.

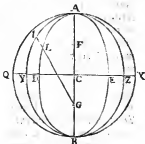
Demonstrabimus autem quod in Figura supra descripta ALDBE, *aucto angulo* AFL *æqualibus incrementis* LFM, MFN, *Areæ* ALG *incrementa simul facta, nempe* LMG, MNG, *etiam æqualia sunt.*

Rectæ FM, GL se intersecent in V, rectæque FN, GM in T. A puncto L ad FM demittatur normalis LO, ab M ad FN recta MP,

& in LG recta MR; ab N denique in MG normalis NK. Concipiantur porro anguli LFM, MFN minimi, unde anguli LGM, MGN minimi erunt: ideoque rectæ FL, FM, FN erunt fere inter se parallelæ, ficut & GL, GM, GN; curvæque pars LMN à recta non abludet. Unde triangula LVM, MTN rectilinea sunt & æquiangula, & proinde similia. Et ob æquales angulos LFO, MFP, triangula rectangula LFO, MFP etiam sunt similia; & igitur FL est ad FM ut LO ad MP. Et ob similia triangula LVM, MTN, LO est ad MP ut MR ad NK: Unde (per *Prop.* XI. *El.* V.) FL est ad FM ut MR ad NK. Sed, ut prius ostensum, ex natura hujus figuræ est FL ad FM ut GM ad GL; & igitur GM est ad GL ut MR ad NK: Et proinde trilinea LMG, MNG (quippe quorum bases sunt altitudinibus reciproce proportionales) æqualia sunt. Quoniam autem simul incipiunt angulus AFL & area ALG, nempe cum Planeta Aphelium A tenet; &, labente tempore, aucto illo per minimos æquales angulos augetur & hæc per minimas æquales areas, donec, Planetâ ad A reverso, ille adæquet quatuor angulos rectos, hæc integram aream Ovalem; patet quod ubicunque reperiatur Planeta, (ex mente D. *Cassini* in hujusmodi Orbita motus,) *v. g.* in L, esse angulum AFL ad quatuor rectos sicut area ALG ad integram figuram ALDBE. Q. E. D.



Prædicta vero Hypothesis in eo laborat, quod Anomalia vera, & congrua Anomalia media Planetæque Distantia à Sole Phænomenis Cœlestibus minime quadrent. Cum enim Ellipsis vulgaris & Phænomenis & causis physicis congruat, altera illa *Cassiniana*, cujus diversa est natura, illis congruere nequit. Ut enim de rationibus physicis taceamus, alius erit, ad tempus datum, Planetæ locus in Ellipsi vulgari AYBZ, alius in Orbita *Cassiniana* ADBE, iisdem verticibus A, B iisdemque Focis F, G descripta, tum quoad Anomaliam veram sive angulum cum AB ad G contentum, tum quoad Distantiam à Sole respectu Apheliæ distantiæ GA. Et licet in Orbitis, quarum Excentricitas est admodum parva, differentia non sit valde sensibilis; ubi Excentricitas est magna, res aliter se habet. In priori casu ipse circulus AQBX diametro AB descriptus Phænomenis fere satisfacit. Omnes tamen Astronomi hodie agnoscunt Orbitam circularem esse circa medias longitudines, ut Q & X, latam nimis; Orbitaque hæc *Cassiniana* ADBE è contrario peccat gracilitate nimiâ in iisdem locis. Ponatur *ex. gr.* Ellipsis vulgaris



vulgaris AYBZ, cujus major Axis eſt minoris ſeſqui-quartus: Iiſdem verticibus & focis deſcripta intelligatur Orbita *Caſſiniana* ADBE; deficiet hujus minor Axis DE à veræ Orbitæ ellipticæ minore Axe YZ pluſquam hujus triente, cum interim Orbitæ circularis latitudo QE minus excedat YZ; ejus nempe tantum quadrante. Orbita igitur hæc licet ingenioſe admodum excogitata, & *Wardi* hypotheſin (calculo aptiſſimam) de angulis ad Focum à Sole diverſum tempori proportionalibus conjungens cum vero illo Planetarii motûs ſymptomate, (nempe quod area per radium vectorem deſcripta ſit tempori proportionalis;) cum tamen neque Rationes Phyſicæ reſpondeant, (ad illam enim deſcribendam opus eſſet Vi Centripetâ ad Solem abhorrente ab illa per rerum naturam uſurpata, quæ, alterius omnis virtutis naturalis, à centro vel ad centrum, in lineis rectis per regiones in circuitu propagatæ inſtar, eſt ut quadratum diſtantiæ à centro inverſe;) neque Orbita Phænomenis obſervatiſque Cœleſtibus congruat, propter minoris Axis brevitatem, Orbiſque medii gracilitatem inde ortam; Orbita, inquam, hæc ex Aſtronomia eſt rejicienda.

SECTIO II.

De Telluris Orbita determinanda, & Theoria Telluris è Sole viſæ, ſive Solis è Tellure.

PROPOSITIO IX.

Orbitæ Telluris Speciem, & Poſitionem Axis; Telluris item Tempus periodicum per obſervationes definire.

Cum Libro hoc propoſitum ſit Orbitarum Planetarum primariorum circa Solem ordinatarum Species determinare, & illarum Poſitionem ad ſe invicem ex obſervatis colligere; oportet ab Orbita Telluris circa Solem ordiri, tum quod hæc eadem ſit cum illa quam Sol tempore annuo circa Tellurem peragrare videtur, tum præcipue quod hujus Species & Poſitio requirantur ad ſimilia in reliquis determinanda. Nam cum obſervantis oculus ſimul cum Tellure deferatur, hujus Viam oportet omnium primum cognitam habere, ſi aliorum Planetarum Vias perſpectas volumus.

Obſervetur Solis motus apparens in Ecliptica cum hic velociſſimus eſt; hoc eſt, cum dato temporis ſpatio maximum arcum verſus ortum conficit; in iſto enim caſu (per Corol. 2. Prop. XLI. Lib. I.) Tellus eſt in Perihelio P: cum vero motus iſte deprehenditur tardiſſimus Tellus eſt in Aphelio A. At loco Solis è Tellure obſervato plane oppoſitus eſt Terræ locus è Sole viſus, & igitur habetur locus Eclipticæ è Sole viſus Aphelii & Perihelii Telluris; hoc eſt, Poſitio lineæ Apſidum Terræ. Sed Lib. II. oſtenſum eſt quomodo Fixarum loca Eclipticæ reſpectu, hoc eſt, Eclipticæ cardines reliquaque puncta Fixarum reſpectu determinari poſſint, unde lineæ Apſidum

Telluris Poſitio inter Fixas invenietur. Idem fiet biſecando angulum comprehenſum inter rectas ductas ad bina loca, ubi Solis motus è Tellure apparentes, dato tempore facti, ſunt inter ſe æquales; hujuſmodi enim puncta æqualiter diſtant à punctis Aphelii & Perihelii. Ad Orbitæ Speciem inveniendam, advertatur eſſe (per Corol. 3. Prop. XLI. Lib. I.) motum apparentem è Sole focum S occupante viſum Telluris in Aphelio A ad ejuſdem motum apparentem in Perihelio P ut SPq ad SAq. Cumque Telluris motus è Sole apparens idem ſit cum Solis motu è Tellure viſo; ex hoc obſervato, dum Tellus Aphelium & Perihelium tenet, innoteſcet ratio SAq ad SPq, hujuſque proinde ſubduplicata SA ad SP: compoſite igitur & diviſim dabitur ratio SA+SP ad SP, & SA−SP ad SP; ſive AP ad SP & (poſito F foco altero) SF ad SP, ac proinde etiam ratio AP ad FS datur.

Eadem ex obſervato Solis ſemidiametro apparente determinare licet: Tum enim Terra eſt in Aphelio cum Solis diameter apparens eſt minima; adeoque locus Solis loco tum obſervato oppoſitus eſt Aphelii locus è Sole viſus: & ſimiliter de Perihelio. Punctum item medium inter duo puncta, ubi Sol ejuſdem eſt diametri apparentis, locum oſtendit Aphelii vel Perihelii Terræ; quæ omnia nimis ſunt manifeſta. Ad Ellipſeos Speciem determinandam, ſit DI diameter Solis in Foco S ſiti. Eſtque angulus DAI ad DPI angulum, ut SP ad SA; ſed hujus analogiæ dantur priores duo termini per obſervationem; ergo innoteſcit ratio SP ad SA: unde, ut prius, elicitur ratio quæſita AP ad FS Ellipſeos Speciem determinans. Loco diametrorum aut ſemi-diametrorum Solis apparentium, per angulos aut arcus menſuratarum, accuratius ſumentur tangentes angulorum DAS, DPS ſemi-diametrorum apparentium, ut patet.

Porro, temporis ſpatium inter momenta proxime ſe inſequentia quibus Tellus eandem Apſidem tenebat, ex dictis in hac Propoſitione determinanda, eſt Telluris Tempus periodicum. Iſtud vero tutius definietur, ſi momenta adhibeantur quam fieri poteſt inter ſe diſſita, & tempus intermedium dividatur per numerum revolutionum Terræ circa Solem interea factarum; prodibit quippe Tempus unius revolutionis Terræ circa Solem.

PROPOSITIO X.

T*Empus Æquinoctii utriuſvis per obſervationes determinare.*

Prope Æquinoctium obſervetur (per Prop. XVIII. Lib. II.) Solis Declinatio, quæ ſi nulla ſit, erit tunc ipſum Æquinoctii Tempus: ſi vero aliqua, exinde invenietur (per Prop. XX. Lib. II.) Solis locus in Ecliptica. Idemque, interjecto aliquo tempore, denuo vel etiam tertio

Digitized by Google

tertio repetatur. Et ex locis sic inventis & tempore interjecto æstimabitur Tempus ipsius Æquinoctii.

In hoc Problemate & hujusmodi observationes Solis corrigendæ sunt (ut semper) per Parallaxin & Refractionem congruam, reliquaque cavenda quæ calculum incertum redderent; *v. g.* observationes binæ ad easdem partes Temporis definiendi; sed potius duæ observationes seligendæ erunt, quarum altera Æquinoctium præcedit, altera sequitur.

PROPOSITIO XI.

T*empus Solstitii utriusvis determinare.*

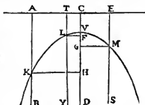
Quoniam Tropicus tangit Eclipticam in puncto Solstitii, Tropici & Eclipticæ portionem exiguam prope Solstitium referet schema annexum; ubi TR est Tropicus; EC Ecliptica illum in Solstitii puncto S contingens; & rectulæ *dl, dl* ad TR normales repræsentabunt deviationes punctorum Eclipticæ *l, l* à Tropico, sive Declinationis eorundem mutationes: In quo casu rectulæ *dl, dl* sunt (per Prop. XXIV. Lib. I.) ut quadrata arcuum S*l*, S*l*, vel hisce proxime æqualium rectarum S*d*, S*d* respective. Unde Eclipticæ portio exigua prope Solstitium S sensibiliter non abludet à Parabola ESC; figura nempe, cujus ea est proprietas, ut sit *dl* ubique ut quadratum rectæ S*d* respective. Rursus, arcus S*l*, S*l* sunt ut tempora quibus illi à Sole describuntur: nam quoniam Orbitæ Ellipticæ, quam Sol ad sensum describit, Apsides prope Solstitialia puncta hoc tempore hærent, Solis motus apparens erit ibi æquabilis; hoc est, arcus S*l*, S*l* ut tempora quibus describuntur. Ex quibus tandem conficitur Eclipticæ portionem prope Solstitium (puta quam Sol decem plus minus diebus percurrit, quinque nempe ante Solstitium totidemque post) minime discrepare à Parabola S*ll*, in qua abscissæ SP, SP sunt defectus Declinationis Solis quovis momento à Declinatione maxima: & consequenter harum differentiæ PP, PP sunt ut ipsarum Declinationum differentiæ; hoc est, ut intervalla Altitudinum Solis supra Horizontem (vel distantiarum ejusdem à Vertice) in Meridiano vel alio quovis verticali: & ordinatim applicatæ P*l*, P*l* sunt respective ut tempora quibus Sol prædictas Declinationes acquirit, harumque intervalla ut intervalla illarum.

Hisce demonstratis, erigatur Gnomon AB, cujus umbra facta à Sole prope Solstitiorum alterutrum constituto & in planum CD (cui fere perpendicularis est recta BH Solem & Gnomonis verticem B connectens) excepta signat punctum H: Et interjectis aliquot diebus (*v. g.* 3 aut 4) observetur rursus punctum ubi apicis B umbra cadit, Sole eundem tenente verticalem; sitque illud F: Ac postea similis repetatur observatio, & punctum notatum sit G. E datis tribus

bus punctis H, F, G inveniendum est Tempus ipsius Solstitii. Patet rectas HF, GF esse intervalla distantiarum Solis in eodem verticali ab Horizonte, vel à Vertice; (hoc est, per supra ostensa, mutationes Declinationis.) Nam FGH minime differt ab arcu circuli centro B distantiâ BG descripti, quia FBG, HBG anguli sunt admodum parvi. Et si loco plani CD, cui BG est normalis, umbra excipiatur in aliud quodvis planum CE ad CD inclinatum angulum DCE non admodum magno, *ex. gr.* in punctis *h, f, g*; rectæ *hf, gf* eandem fere habebunt inter se rationem quam HF, GF, quia rectæ *f*F, *g*G, *h*H sunt fere parallelæ; quippe quæ concurrunt non nisi ad B punctum satis dissitum respectu distantiarum *f*F, *g*G, *h*H. Problema igitur de inveniendo Solstitio ex datis punctis F, G, H, & Temporis momentis quando Sol in eodem verticali positus puncti B umbram ad ista projecit, ad sequens Problema pure Geometricum reducitur.

Trium rectarum parallelarum AB, TY, ES *in eodem plano jacentium datis mutuis distantiis* AT, TE; *describere Parabolam* KLM, *cujus axis* CVD *est ipsis* AB, TY, ES *parallelus, illas secantem in punctis* K, L & M, *ita ut ductis ad axem ordinatis* KH, LF, MG, *interceptæ axis portiones* FG & FH *sint rectis datis æquales.*

Ita enim fiet, ut (si FG & FH æquales fuerint ipsis FG, FH per supra descriptam observationem signatis, & ratio AT ad TE eadem cum ratione Temporis inter observata puncta H & F, ad Tempus inter observata puncta F & G) KH, LF, MG respective repræsentent Tempora inter observationes punctorum H, F & G, & ipsum Solstitii momentum; id est, ut punctis A, T & E repræsentantibus Temporis momenta quibus observata est Gnomonis umbra in punctis H, F & G, punctum C repræsentet ipsum Solstitii momentum.



Vocetur linea AT, a; TE, b; FH, c; FG, d; TC, x. Unde AC sive KH $=a+x$, & EC sive GM $=b-x$. Parabolæ latus rectum principale vocetur r. Erit per Parabolæ naturam $x^2=\text{VF}\times r$, adeoque $\text{VF}=\frac{x^2}{r}$. Similiter est $\text{VH}=\frac{a^2+2ax+x^2}{r}$, & $\text{VG}=\frac{b^2-2bx+x^2}{r}$. Quare $c=(\text{FH}=\text{VH}-\text{VF}=)\ \frac{a^2+2ax}{r}$; & $d=(\text{FG}=\text{VG}-\text{VF}=)\ \frac{b^2-2bx}{r}$. Rejectâque, ope duarum harum æquationum, ipsâ r; invenietur $\frac{a^2+2ax}{c}=\frac{b^2-2bx}{d}$. Ordinatâque æquatione ut vulgo, fiet quæsita $x=\frac{b^2c-a^2d}{2ad+2bc}$; hoc est, spatium temporis interjectum inter notum momentum

momentum per T repræſentatum, (quando nempe Gnomonis umbra in F obſervata eſt, & momentum Solſtitii quæſitum: Unde dabitur ipſum Solſtitii Tempus. Q. E. F.

Quod ſi quæratur Tempus interjectum inter obſervationem umbræ in H & ipſum Solſtitium, ipſi TC modo inventæ addatur AT, fietque quæſita AC $= (a+x=) \frac{b^2c+2abc+a^2d}{2ad+2bc}$. Pari modo erit EC $= (b-x=) \frac{b^2c+2abd+a^2d}{2ad+2bc}$. Si vero is ſit obſervationum ordo, ut obſervatio umbræ Gnomonis in F ſit exacte media inter ejuſdem obſervationes in H & G; hoc eſt, ſi AT = TE, ſive $a=b$, æquatio paulo ſimplicior fiet; erit nempe diſtantia Temporum Solſtitii & obſervatæ umbræ in F æqualis $\frac{ac-ad}{2d+2c}$, Solſtitii diſtantia à Tempore obſervationis umbræ in H æqualis $\frac{3ac+ad}{2c+2d}$, & à momento obſervationis umbræ in G æqualis $\frac{ac+3ad}{2c+2d}$; hoc eſt, in ſchemate, ſicut 2FH+2FG ad GH, ſive 4HF − 2GH ad GH, ſive 2HF − GH ad $\frac{1}{2}$GH, ita ſemiſſis Temporis inter primam obſervationem umbræ in H & ultimam ejuſdem in G verſantis ad tempus interjectum inter obſervationem mediam umbræ in F & ipſum Solſtitii momentum quæſitum.

Primus modum hunc Solſtitiorum Tempora determinandi excogitavit & publico impertivit Acutiſſ. *Ed. Halleius* in *Tranſact. Philoſ.* ineunte *Anno* 1695, & exemplis Solſtitiorum binorum, per obſervationes *Waltheri* & *Gaſſendi*, ex hoc definitorum illuſtravit; ubi etiam in praxi advertenda quædam notat de Gnomonis ſitu & figura commoda, de Umbræ accurata obſervatione aliiſque.

PROPOSITIO XII.

A*Nni Vertentis quantitatem definire.*

Cum Annus vertens ſive Tropicus ſit Temporis ſpatium quo Anni tempeſtates eædem denuo redeunt; hoc eſt, quo Sol ab aliquo Eclipticæ puncto (puta illo in quo Tropicum contingit) digreſſus ad idem revertitur; patet ejus quantitatem definiri, ſi Sol bis in eodem Eclipticæ puncto obſervetur, (*v. g* bis in eodem Æquinoctio per Prop. X, aut in eodem Solſtitio per XI,) & tempus interjectum dividatur per numerum revolutionum Telluris circa Solem interea factarum. Si quis ſit error in Æquinoctii vel Solſtitii momento definiendo, ne hic Anni Tropici menſuram turbet, convenit Solſtitia vel Æquinoctia adhibere quam fieri poteſt maxime inter ſe diſtantia, ut error in plures partes diſcerptus (diviſione facta per magnum revolutionum interjectarum numerum) inſenſibilior evadat.

Sed quoniam Solſtitiorum Tempora difficulter diſcerni Veteribus videbantur, ut ipſe *Ptolemæus* ait, qui propterea *Metonis* & *Euctemonis* ipſiuſque *Ariſtarchi* Solſtitia prætermiſit; quod & Recentioribus uſque adeo verum eſt viſum, ut *Ricciolus* aſſeruerit *Ptolemæum*

Google

meum nimis confidenter ſperaſſe in Solſtitialibus nec ſe nec *Archimedem* in obſervatione atque computatione ad quartam uſque partem diei erraſſe; & *Hevelius Cap.* IV. *Prodr. Aſtron.* dicat *Solſtitia, licet optimis & maximis inſtrumentis etiam ab omnium exercitatiſſimo obſervatore ſint deprehenſa, nequaquam profecto poſſe in ipſis minutiſſimis particulis determinari*: Aſtronomi adhibuerunt Æquinoctiorum obſervationes, quorum momenta accuratius definienda crediderunt, propter magnam & ſenſibilem circa Æquinoctiorum tempora Declinationis Solis mutationem. Verum Solſtitiorum tempora, methodi præcedentis ope, ſaltem æque accurate ac ipſorum Æquinoctiorum deinceps determinari poſſunt.

Loco quod Sol nunc tardius nunc celerius moveri videtur, (pro varia nempe velocitate Telluris circa Solem,) ſi concipiatur æquabiliter moveri, ita ut tempore per Prop. hanc definito Eclipticam percurrat; talis Motus aptiſſimo nomine dicitur Solis *Motus Medius*, (quippe inter celerrimum & tardiſſimum revera talis,) & locus quem Sol ſic motus teneret, ejus *Locus Medius* appellatur.

PROPOSITIO XIII.

ANni Syderei quantitatem definire.

Comparando locum quem data Fixa olim in Ecliptica tenebat cum illo quem nunc tenet, inveniatur Præceſſio Annua Æquinoctiorum; hoc eſt, quantum quodlibet Eclipticæ punctum à data Fixa verſus Occaſum ſpatio unius Anni recedit, quod Lib. II. Prop. XXXI. factum eſt: Et (per Prop. præced.) determinetur Temporis ſpatium requiſitum ut Sol arcum Eclipticæ inventæ Præceſſioni æqualem conficiat. Hoc ergo quantitati Anni Tropici additum dat quantitatem Anni Syderei, conſtantis nempe ex Anno Tropico, quo Sol ab Eclipticæ puncto digreſſus ad idem ſibi interim paululum obviam factum revertitur, & illo præterea quo Sol deſcribit arcum iſtum per quem dictum Eclipticæ punctum Soli interim obviam eſt factum; hoc eſt, quo Sol à puncto immoto (Sydere *v. g.* Fixo) digreſſus ad idem denuo reverti videtur.

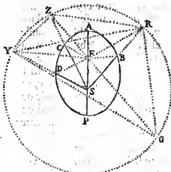
PROPOSITIO XIV.

EX datis tribus Solis Locis, Prop. XX. *Lib.* II. *definitis, & Telluris Tempore Periodico, proxime æquali Anno Sydereo per Prop. præc. definito, Orbitæ Telluris Speciem, Lineæ Apſidum Situm & Tempus quo Tellus Aphelium tenebat invenire.*

Methodi Prop. IX. traditæ Speciem & Poſitionem Orbitæ Telluris inveniendi obſervationes requirunt uſque adeo accuratas, ut praxi minus ſint idoneæ: ſequentem ergo uſibus Aſtronomicis accommodatiorem hic apponimus. Dentur tria Solis Loca obſervata, nempe cum Tellus eſt in tribus Orbitæ ſuæ punctis B, C, D. Habentur igitur poſitione tres rectæ SB, SC, SD, ſive tres anguli BSC, CSD, BSD. Et ex periodo Telluris data & Temporibus inter obſervationes

nes datis, dantur rationes inter Aream totam Ellipseos ACPB & ejusdem partes BCS, CDS & BDS. Problema igitur eo reducitur, ut describatur Ellipsis super Focum datum S talis, ut tota ejus Area sit ad ejus partes sub rectis positione datis SB, SC, SD & curva Elliptica comprehensas, in datis rationibus.

Intelligatur AP Orbita Telluris, cujus Foci S & F, Aphelium A, Perihelium P. Porro, centro S semidiametro æquali Axi majori descriptus concipiatur circulus, cujus circumferentiæ occurrant rectæ SB, SC, SD productæ in R, Z & Y. Jungantur rectæ FB, FC, FD, FR, FZ, FY; quarum una ZF producatur donec iterum peripheriæ occurrat in G, & jungantur RG, GY, YZ, ZR. Si ACDPB sit vera Telluris Orbita, erunt (per Prop. V.) anguli BFC, CFD, BFD respective ad quatuor rectos quamproxime ut Tempora inter observationes ad Tempus periodicum: & vicissim, si dicta ratio obtineat in angulis hisce, ACDPB est Telluris Orbita quæsita. Istud igitur restat faciendum, ut ex datis, præter angulos BSC, CSD & BSD, rationibus angulorum BFC, CFD & BFD ad quatuor rectos Positio rectæ SF vel AP & Ellipseos Species inveniantur.



Quoniam dantur anguli RSZ, ZSY, RSY, nempe differentiæ Longitudinum observatarum, & anguli BFC, CFD, BFD; nempe Motus Terræ medii fere pro temporum spatiis inter observationes interjectis; ideo dantur & RFZ, ZFY, RFY arithmetice proportionales inter BFC & RSZ, CFD & ZSY, BFD & RSY respective. Nam quia SR æqualis est AP per constructionem, & summa rectarum SB & BF eidem æqualis, (per *Prop.* LII. *Lib.* III. *Conicorum Apollonii,*) erunt BR, BF æquales; similiterque ostendentur CZ, CF, item rectæ DY, DF æquales. Unde æquales erunt BRF & BFR; CZF & CFZ; item DYF & DFY. Sed angulus BFC = RFZ + BFR + CFZ; & RFZ = RSZ + BRF + CZF. Quoniam igitur BFC tantum superat RFZ, quantum hic angulum RSZ; patet hos esse arithmetice proportionales. Similiter sunt CFD, ZFY, ZSY; item anguli BFD, RFY, RSY arithmetice proportionales. Porro, in triangulo YFG dantur omnes anguli; nempe YFG æqualis complemento ad duos rectos anguli YFZ, medii nempe arithmetici inter notos CFD & CSD, & YGF semissis observati ZSY: Et igitur posito YF partium quotcunque ad libitum, dabitur FG in iisdem partibus. In triangulo RFG datis omnibus angulis (nempe RFG complemento ipsius ZFR ad duos rectos & FGR semisse anguli ZSR) & latere FG, dabitur FR. Et in triangulo YFR datis FY & FR & angulo YFR, (quippe medio arithmetico inter BFD & BSD,) dabitur YR & anguli FRY, FYR.

Deinde, in triangulo isoscele YSR dantur omnes anguli (quia datur YSR ad trianguli verticem) & YR; dabitur ergo YS. Denique in triangulo FYS datur angulus FYS (intervallum nempe notorum RYS, RYF) & latera FY, YS; invenietur ergo angulus YSF & latus SF: Sed datur rectæ YS Positio, nempe Locus Solis in tertia observatione, cum Tellus esset in D; dabitur ergo Positio lineæ Apsidum AP, quippe in noto angulo YSF inclinata ad YS positione datam. Sed in iisdem partibus, in quibus exprimitur YS, inventa est recta SF; datur ergo ratio inter YS vel huic æqualem AP Orbitæ Axem majorem & SF Distantiam Focorum; id est, Species Orbitæ. Neque ex observationibus aliud quidvis determinari potest: quælibet enim Orbita Elliptica ipsi ACDP similis, Foco S descripta, cujus Axis major positione est idem cum SF recta, propositis observationibus faciet satis. In triangulo porro DFS datis latere SF, angulo DSF & angulo SDF, duplo ipsius SYF modo inventi, invenitur DFS, & proinde huic deinceps DFA. Tempus vero quod est ad integrum Tempus periodicum ut angulus DFA ad quatuor rectos, illud est quod interjicitur inter momentum observationis in D & momentum quo Tellus Aphelium tenebat: hoc igitur innotescit.

Methodus Orbitæ Speciem & Lineæ Apsidum Positionem determinandi, hic tradita, alteri cuivis Planetæ circa Solem delato æque ac Telluri competit, modo suppetant tres observationes tantundem facientes in altero isto Planeta, atque tres hic adhibitæ in Tellure.

PROPOSITIO XV.

Positionem Lineæ Apsidum & Orbitæ Speciem supra determinatas ad libitum corrigere.

Sumantur Lineæ Apsidum Positio & Orbitæ Species per præcedentem inventæ pro veris & accuratis, (neque enim multum inde abludunt per Prop. V.) ex quibus & Tempore periodico temporibusque inter observationes datis inveniantur anguli correcti ad F, temporibus observationum in punctis B, C & D factarum congruentes; & quidem si primam tantum Correctionem (*Bullialdi* nimirum) adhibere libet, hoc fiet per Prop. VII; ad quantam libet vero exactitudinem procedere licebit per Prop. IV. Per angulos istos sic correctos, loco priorum qui simpliciter temporibus proportionales erant; id est, in Phrasi Astronomica per angulos Anomaliæ mediæ sic æquatos, loco angulorum Anomaliæ mediæ simplicis prius adhibitorum, repetatur calculus Prop. præc inveniantur que Positio Lineæ Apsidum & Orbitæ Species, quæ erunt accuratiores.

COROLLARIUM.

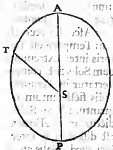
Hinc Apsidum Orbitæ Telluris Motus determinabitur: Comparando nimirum Locum quem Aphelium nunc tenet, cum Loco quem ante plura sæcula tenebat, (quorum uterque per Prop. XIV. invenitur, & per Prop. XV. corrigitur,) & arcum à dicto Aphelio interea factum dividendo per Annorum intermediorum numerum, prodibit Aphelii Motus Annuus, qui ad Anni partes etiam extendetur.

PRO-

PROPOSITIO XVI.

Ad datum Tempus Telluris Locum è Sole visum, ejusque à Sole Distantiam invenire.

Specie Orbitæ Telluris & Aphelii loco ad quodvis Tempus cognitum per ultimas duas Propositiones definitis, quæratur Aphelii locus ad Tempus datum: nempe si hoc sit posterius Tempore ad quod Aphelii locus fuit determinatus, addatur motus Apsidum interea factus, per Prop. præc. Corollarium definitus, ad Aphelii locum prius definitum; vel ille ab hoc auferatur si Tempus datum prius fuerit, conficieturque Aphelii Locus ad Tempus datum. Determinetur porro (per Prop. XIV.) Tempus quo Terra aliquando Aphelium tenuit, cumque per XIII. innotescat Telluris Tempus periodicum; inde innotescet Tempus quo proxime ante Tempus propositum Tellus Aphelium tenebat, & proinde nota est ratio inter Tempus Terræ periodicum & Tempus elapsum à proximo Aphelio; hoc est, in figura ATP, Orbitam Telluris referente, ratio integræ Ellipseos ad aream ATS: Et proinde (per Prop. III, IV, VI vel VII.) innotescet AST angulus. Cumque rectæ AS positio nota sit, nota etiam erit positio rectæ ST; hoc est, Telluris Locus è Sole visus. Porro, per Propositiones supra citatas, innotescit ratio rectæ TS ad AP rectam; hoc est, Distantia Telluris à Sole in partibus Axis majoris.



PROPOSITIO XVII.

Dierum Naturalium Inæqualitatem explicare, & quomodo Tempus æquetur ostendere.

Cum Astronomi munus sit Stellarum motum ostendere, & hic in Tempore fiat, nec absque illo concipi possit; Temporis vero pars maxime sensibilis sit Dies naturalis, nempe per quem sæpius repetitum Anni, per eundem divisum Horæ harumque partes fiunt; cumque in motibus supputandis Dies omnes inter se æquales supponere oporteat; quantum hoc à vero abest, tantum & motus Cœlestes è Tabulis deprompti à Phænomenis dissidebunt, nisi inæqualitatis hujus ratio habeatur. Ad hanc vero intelligendam, advertatur Diem naturalem esse Temporis spatium, quod effluit ex quo Sol datum Meridianum Cœlestem reliquit donec ad eundem revertitur; hoc est, spatium quo revolutio integri Æquatoris Cœlestis peragitur, & præterea istius ejus partis, quæ respondet Eclipticæ portioni, quam interim Sol motu Annuo in Ortum percurrit. At quia Æquatoris portio hæc, integro Æquatori superaddita, non est ubique æqualis, tam propter Eclipticæ obliquitatem, quam quod motus Solis Annuus circa Tellurem apparens æquabilis non est; neque Dies isti naturales inter se æquales erunt: Adeoque tum de-

mum forent æquales, si Sol è Terra visus motu Annuo & æquabiliter & in ipso Æquatore moveretur; patetque in isto casu, postquam integer Æquator Meridianum pertransit, relinqui quæ adhuc pertranseat portionem illam quam Sol interim motu Annuo versus Ortum conficeret, quæ semper sibi æqualis esset, cum motum hunc æquabilem ponamus; adeoque & Tempus mensurans transitum per Meridianum totius Æquatoris & portionis hujus addititiæ esset sibi perpetuo æquale. Fingamus igitur Solem alium, ut dictum est, in Æquatore motum, ac proinde Tempus æquabile sive medium mensurantem: Patet differentiam Temporis, quæ intercedit inter appulsum Solis veri & ficti ad Meridianum, vel alium quemvis circulum horarium, eam esse, quæ ex Meridie apparenti faciat Meridiem medium, vel ex medio apparentem; hoc est, ipsam *Temporis Æquationem*. Et quoniam Sol verus & Æquatoris punctum, ubi desinit ejus Ascensio recta, simul ad Meridianum appellunt; Æquatio autem Temporis est Temporis spatium, quod labitur dum arcus Æquatoris inter extremum punctum Ascensionis Rectæ Solis veri & locum Solis ficti comprehensus Meridianum pertransit; si arcus hic convertatur in Tempus, fiet Temporis Æquatio quæsita. Porro, Locus Solis ficti tantum in Æquatore distat à puncto Æquinoctii verni, quantum locus Solis medius in Ecliptica ab eodem: & igitur prædictus arcus Æquatoris, Æquationis Temporis mensura, æqualis est differentiæ inter Solis veri Ascensionem rectam & distantiam loci medii Solis ab Æquinoctio verno. Atqui vulgo notum est differentiam duarum quarumvis quantitatum A & B æqualem esse differentiæ inter A & assumptam quamlibet X, & differentiæ inter hanc X & B simul. Assumpto igitur tertio arcu, nempe distantiâ veri loci Solis ab Æquinoctio verno, erit Arcus, temporis Æquationem mensurans, summa duorum arcuum, quorum alter est differentia inter Solis Ascensionem rectam ejusque locum verum in Ecliptica, alter autem differentia veri & medii Motûs Solis. Accidit autem aliquando, ut duarum quantitatum differentia æquipolleat summæ illarum simpliciter sumptarum; nempe cum altera negativa est, altera positiva; Quare Arcus in tempus convertendus, ut fiat Æquatio Temporis, semper est summa vel differentia duorum arcuum, quorum alter est differentia veri Motûs Solis & Ascensionis ejus rectæ, alter autem est differentia veri & medii Motûs Solis.

Quoniam autem Arcus hic duabus partibus constat, illas seorsim considerabimus. Ac primo abstrahamus ab inæquali motu Solis sub Ecliptica; hoc est, illum jubeamus paulisper esse æqualem; adeoque motus Solis ficti in Æquatore æqualis erit motui Solis veri in Ecliptica, sive Sol verus & fictus æqualiter distabunt ab utroque Æquinoctio. Et quoniam in primo quadrante Eclipticæ, sive ab initio ♈ ad initium ♋, Solis distantia ab initio ♈ major est ejusdem Ascensione rectâ; Sol fictus magis distat ab initio ♈ versus Ortum quam est Ascensio recta Solis veri, & igitur Sol verus citius ficto appellit ad Meridianum, quippe qui Occidentalior est; hoc est, Tempus

appa-

apparens præcedit medium: unde cum Sol eſt in primo quadrante Eclipticæ, Æquationis Temporis pars illa, quæ eſt differentia veri Motûs Solis & ejus Aſcenſionis rectæ, in Tempus converſa detrahenda eſt ab apparenti, ut fiat Tempus medium ſive æquabile. Solis vero verſantis in ſecundo Eclipticæ quadrante Aſcenſio recta eſt major diſtantiâ Solis ab ♈ initio, (quoniam Aſcenſionis rectæ complementum ad ſemicirculum minus eſt diſtantiâ Solis ab initio ♎;) & igitur Sol fictus (qui, ex hypotheſi, tantum in Æquatore diſtat ab initio ♈, quantum Sol verus in Ecliptica diſtat ab eodem) minus diſtat ab initio ♈ quam Sol verus; & proinde ad Meridianum citius pertingit, & ideo Meridies medius præcedit apparentem; hoc eſt, Tempus medium numerat horas 12, cum apparens nondum numerat tot, licet idem ſit Momentum varie appellatum. Adeoque in hoc caſu, cum Sol eſt in ſecundo Eclipticæ quadrante, Æquationis Temporis pars hæc (quæ ab obliquitate Viæ Solis ad Æquatorem oritur, eſtque differentia inter Solis Motum ejuſque Aſcenſionem rectam in Tempus converſa) addenda eſt apparenti ut fiat medium Tempus, ſive detrahenda medio ut fiat apparens. Quod ſi Sol ſit in tertio Eclipticæ quadrante, idem faciendum ac ſi eſſet in primo; hic enim Diſtantia Solis ab initio ♈ major eſt ejuſdem Aſcenſione rectâ, ut in primo: Et Sole in quarto Eclipticæ quadrante exiſtente, idem obtinet quoad Æquationis Temporis partem hanc ac ſi in ſecundo hæreret, ac propter eaſdem rationes.

Conſideremus deinde Dierum naturalium Inæqualitatem ab inæquali motu Solis in Ecliptica oriundam, ſive Temporis Æquationem hinc ortam, ſepoſitâ tantiſper Eclipticæ Obliquitate; hoc eſt, conſiderando Solem ſimiliter eodemque paſſu motum in Æquatore atque revera in Ecliptica moveri deprehenditur, hoſque duos Soles verum & fictum ſimul ab Apogæo diſcedere. Cumque fictus moveatur Motu medio, præcedit ille Solem verum dum ab Apogæo ad Perigæum progreditur; hoc eſt, Orientalior eſt fictus vero: verus igitur citius ad Meridianum appellit; ergo apparens Meridies præcedit medium. Et differentia inter loca Solis veri & ficti, ſive inter Motum Solis verum & medium, in Tempus converſa eſt Æquatio Temporis ex inæqualitate hac motûs Solaris oriunda: hanc ergo Æquationem, dum Sol ab Apogæo tendit ad Perigæum, ſive (in phraſi Aſtronomica) in ſex primis Anomaliæ Signis, detrahere oportet ab apparenti Tempore ut fiat Tempus medium, vel medio addere ut ex illo fiat apparens. In Perigæo Sol verus aſſequitur fictum, & inde uſque ad Apogæum Orientalior eſt: fictus ergo toto iſto tempore, nempe ultimis ſex Anomaliæ Signis, citius appellit ad Meridianum; hoc eſt, Meridies medius præcedit Meridiem apparentem, quanto arcus inter fictum Solem & verum in tranſitu per Meridianum inſumit; hoc eſt, quantum arcus ille, nempe differentia inter Motum Solis verum & medium, in tempus converſus conficit. Hæc ergo Temporis Æquationis pars in hoc caſu addenda eſt ad Tempus apparens ut fiat medium, vel medio demenda ut fiat apparens.

 Obti-

Obtinente vero (quod res est) utrâque hâc Æquationis Temporis causâ, horum utrumque faciendum est; hoc est, ad Tempus æquandum Locus Solis dupliciter considerandus est, videlicet & in quo Eclipticæ quadrante versetur, ut altera Æquationis pars addatur vel dematur apparenti, prout supra dictum; & quo Anomaliæ semicirculo, ut ejusdem pars hinc pendens pro sua natura dematur etiam vel addatur. Atque hinc fit quod Æquatio Dierum naturalium (quæ ex supradictis, absolute loquendo, est Differentia medii loci & Ascensionis rectæ veri loci Solis in tempus conversa) duabus constat partibus. Et quoniam Æquinoctium vernum & Solis Apogæum, harum partium capita sive initia, non eandem perpetuo inter se conservant positionem, sed illud in Occidentem latum hoc deserit, ut Lib. I. est ostensum; fit ut ex hisce conflata Æquatio Temporis (absoluta & unica) non sit perpetua, sed in Annis non adeo multis inutilis reddatur, Sole non amplius eundem Anomaliæ gradum occupante sive eundem respectu Apsidum situm, cum ad idem Eclipticæ punctum redit.

Supra descriptam Temporis Æquationem diserte demonstrat *Ptolemæus Cap.* x. *Lib.* III. *Magn. Construct.* quo non obstante *Vendelinus* & alii eam omnem inutilem dixerunt, & Tempus apparens & medium indiscriminatim usurpant. *Keplerus* è contra tertiam æquandi Temporis causam suspicatus est, exinde ortam quod Telluris revolutio diurna non sit prorsus æquabilis, sed intendatur & remittatur pro minore aut majore ejus distantia à Sole, motûs fonte; atque Æquationis partem hinc pendentem *Physicam* appellat, relicto nomine *Demonstrativæ* alteri illi superius descriptæ, ex binis partibus conflatæ. Hujus remissionis & concitationis Primi Motûs suspicionem etiam habuit *Tycho*, & hinc alteram Æquationis partem à Solis Anomalia pendentem pensari voluit; nam alteram tantum ex obliquitate Eclipticæ oriundam adhibuit, quamque *Empyricam* dixit, quia Eclipsibus à se observatis calculo subducendis sufficeret. *Streetius* vero hanc Primi Motûs inæqualitatem eam credidit, quæ sufficeret ut pars à *Tychone* neglecta sub titulo contrario usurparetur, sicut eam in *Astronomia Carolina* posuit.

PROPOSITIO XVIII.

S*olis Locum è Terra visum, per Prop.* XVI. *inventum, corrigere.*

Si datum Tempus est medium, Locus inventus nullâ indiget correctione; etenim hactenus est verus: Sin secus, Tempus apparens datum convertatur in medium (per Prop. præced.) ex assumpto Solis Loco superius Prop. XVI. invento tanquam accurato: (Etenim Solis Locus iste revera satis accuratus est ad Temporis Æquationem definiendam, cum hæc proxime eadem maneat, sive Locus Solis sit is qui supra est inventus, sive verus & correctissimus:) & ad medium hocce rursus (per dictam XVIII.) quæratur Locus Solis, erit sic inventus correctus & accuratus. Namque Tempus medium solum est aptum

ad

ad usus Astronomicos, unde *Astronomicum* dicitur; hoc ergo adhibendum esset: Atqui ad medium ex dato apparente determinandum Locus Solis est necessarius; ergo ille præterpropter erat prius inveniendus, Tempus apparens, quasi medium fuisset, adhibendo, ut Temporis Æquatio inveniatur. Hâc vero semel inventâ, & apparente Tempore ad Astronomicum reducto, ad Tempus istud (idem quod propositum est momentum, sed numero ad ingressum in Tabulas apto expressum) quæratur (per eandem Prop. XVI.) Solis Locus, & Distantia Telluris à Sole, quæ patet esse vera & correcta.

Non absimiliter Problematis hujus conversum construetur, Tempusque invenietur, quo Sol è Tellure visus datum Locum tenebit.

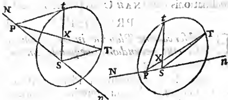
SECTIO III.

De reliquorum planetarum Primariorum Orbitis determinandis, & horum cum è Sole, tum è Tellure spectatorum Theoria condenda.

PROPOSITIO XIX.

Positionem Lineæ Nodorum Orbis Planetarii, & ipsius Planetæ in Nodo versantis à Sole Distantiam per observationes determinare.

In Figuris binis ad binos casus superioris & inferioris Planetæ accommodatis referat S Solem; T t Orbitam Telluris, cujus Focus S; N n Lineam Nodorum Planetæ propositi. Sitque primum Terra in T, & ex hac observetur Planeta in Ecliptica, ideoque in Nodo suo, puta P: nunquam enim Planeta in Ecliptica videbitur è Tellure in Eclipticæ plano versante, nisi cum in Eclipticæ plano etiam fuerit. Post integram revolutionem observetur Planeta in eodem Nodo, cum Terra ad t pervenerit. Ductæ intelligantur rectæ ST, Pt, item St, PT se mutuo intersecantes in X puncto.



In triangulo STX dantur anguli TSt ex Theoria Terræ & Tempore inter observationes interjecto, & STP observata Elongatio Planetæ à Sole, & latus ST Distantia Telluris à Sole in observatione prima: invenitur ergo SX; & ideo Xt, cum data sit St Distantia Telluris à Sole in observatione secunda: Rursus, in triangulo tXP datur angulus tXP angulo TXS in priori æqualis, & angulus StP Elongatio Planetæ à Sole secundo observata, & latus tX modo inventum; & proinde invenietur latus Pt. Denique, in triangulo StP datis lateribus tS, tP, cum angulo comprehenso PtS, invenietur SP Distantia

Distantia Planetæ in Nodo à Sole, & angulus *t* S P, quem Nodi P Locus Centricus (sive è Sole visus) continet cum S *t* positione data, nempe Loco Terræ è Sole viso tempore secundæ observationis; & huic oppositus est alterius Nodi Locus Centricus; hoc est, determinatur Positio Lineæ Nodorum N *n*.

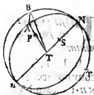
Hinc Motus Nodorum Orbium planetariorum determinabitur, comparando Nodi cujusque Planetæ Locum ex Veterum observationibus erutum cum ejusdem Loco ex recentibus observationibus definito.

Pari modo, si Planeta bis in alio quovis Orbitæ suæ puncto è Terra observetur, Planetæ Locus è Sole visus & à Sole Distantia determinantur.

PROPOSITIO XX.

C*Ujusvis Orbis planetarii Inclinationem ad planum Eclipticæ per observationes definire.*

Referat S Solem; circulus N B *n* Eclipticam inter Fixas; & N A *n* viam propositi Planetæ è Sole visam inter easdem: Et recta N S *n* erit Linea Nodorum (per Prop. præc.) positione cognita. Quando Tellus ad dictam Nodorum lineam pervenerit, quod bis quotannis fit, cujus Tempus per Prop. XVIII. notum est; observetur (per XXVII. Lib. II.) Planetæ P Locus Geocentricus A, cujus Latitudo A B arcus ad Eclipticam normalis, & Longitudo V B. Cumque nota sit Solis Longitudo V N, nota etiam erit harum Longitudinum differentia N B. In triangulo sphærico A N B, rectangulo ad B, dantur latera A B, N B; & igitur innotescet angulus A N B mensura Inclinationis plani N A *n* Orbis planetarii ad N B *n* planum Eclipticæ.



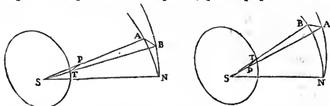
PROPOSITIO XXI.

E*X observatione Planetæ in Oppositione aut Conjunctione cum Sole, ejus Secundam Inæqualitatem exuere, & à Sole Distantiam invenire.*

Præter Inæqualitatem in Planetarum motibus veram oculo etiam in Sole, Orbitarum omnium umbilico communi, posito conspicuam, datur nobis in Terra degentibus & alia Optica, ex motu Terræ annuo oriunda. Prior illa Planetis propria apto satis nomine *Inæqualitas Prima* appellatur; alia vero est Planetæ quasi secundaria, ideoque *Inæqualitas Secunda* apud Astronomos merito audit: Et hanc proinde exuere dicitur, qui Locum Planetæ indicat, quem è Sole spectaret Observator.

Referat S Solem, T Terram, P Planetam in sua Orbita, N B Eclipticam inter Fixas, N A intersectionem Orbis Planetæ cum Sphæra Fixarum, N Nodum: Cumque Sol sit in plano Orbitæ cujusvis Planetæ, erit recta S N Linea Nodorum. È Sole videatur Terra T inter Fixas ad B, & Planeta P ad A. Et quoniam Planeta vel opponitur

ponitur Soli (ut in fig. 1.) vel eidem conjungitur (ut in 2da;) arcus circuli maximi puncta A & B conjungens est arcus circuli Latitudinis, & proinde ad Eclipticam perpendicularis. Et in triangulo sphærico rectangulo ABN datur angulus ANB, mensura Inclinationis plani Orbis planetarii ad Eclipticam, per Prop. præc. inventæ,

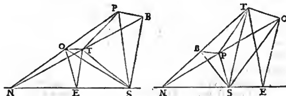


& latus BN; inclinatio nempe rectæ TS (ex Theoria Terræ) positione datæ ad SN Lineam Nodorum (per Prop. XIX.) positione inventam. Innotescent igitur latus AB Planetæ Latitudo Centrica & AN Distantia Planetæ in suo Orbe è Sole visa à Nodo N,. quod est Planetæ Inæqualitatem Secundam exuere. Porro, in triangulo rectilineo PST dantur ST ex Terræ Theoria, & angulus PTS Latitudo Planetæ visa aut ejus complementum ad semi-circulum, & angulus PST Latitudo Planetæ Centrica superius inventa; quare innotescent PS & PT Planetæ à Terra & Sole Distantiæ.

PROPOSITIO XXII.

Ex unica Planetæ observatione quacunque ejus Inæqualitatem Secundam exuere, & à Sole Distantiam invenire.

Observetur Planeta P, cujus Nodorum linea NS, ex Terra T cum Latitudine apparente PTB. Planum Latitudinis apparentis producatur, donec secuerit planum Orbis planetarii in PN, & planum Eclipticæ in recta BTN. Ex P demittatur PB perpendicularis rectæ NB, & ex T erigatur TO eidem NB perpendicularis, quæ (per Prop. XXXVIII. *El.* XI.) plano Eclipticæ normales erunt, quia planum Latitudinis PNB Eclipticæ plano rectum est. Ex T ducatur TE perpendicularis rectæ NS, & jungatur OE, quæ eidem NS normalis est; &



angulus OET æqualis erit Inclinationi planorum Orbis planetarii & Eclipticæ. In triangulo NST dantur latus ST & angulus TSN ex Theoria Terræ & Nodi loco cognito, & ex observatione angulus NTS Elongatio Planetæ à Sole in Ecliptica computata, aut ejus

 com-

complementum ad duos rectos; innotescent igitur latera TN & NS & angulus TNS. In triangulo TEN rectangulo ad E datur NT & TNE; & proinde TE. In triangulo OTE rectangulo ad T datur TE latus modo inventum, & TEO Inclinatio planorum Orbis planetarii & Eclipticæ ex Prop. XX. hujus cognita; invenietur ergo OT. In triangulo OTN rectangulo ad T dantur OT & TN prius inventa; ideoque & angulus ONT. In triangulo PNT datur NT & angulus TNP, & etiam PTN Latitudo Planetæ apparens observatione nota, aut ejus complementum ad duos rectos; idcirco innotescet NP. In triangulo NPB rectangulo ad B, datis NP latere & angulo PNB modo inventis, reperientur PB & NB. In triangulo BNS, datis NB & NS & angulo BNS, notus erit NSB Longitudo Planetæ Centrica à Nodo suo computata, & etiam latus SB. Deinde, in triangulo PBS rectangulo ad B, notis PB, BS, innotescet PS Distantia Planetæ à Sole, & angulus PSB Latitudo ejus Centrica. Denique, in triangulo PNS, datis omnibus lateribus, innotescit angulus NSP Distantia Planetæ Centrica in Orbe suo à positione data (per Prop. XIX.) Nodorum Linea in Orbe suo computata. Exuta est igitur Inæqualitas Planetæ Secunda, ejusque Locus è Sole visus determinatus est: Sed & porro Planetæ Distantia à Sole inventa est in partibus Distantiæ mediæ Telluris à Sole, quæ pro mensura habetur.

PROPOSITIO XXIII.

Cujusvis Planetæ Tempus periodicum circa Solem definire.

Observetur Planeta propositus in Nodo, (ut Prop. XIX. factum,) & rursus cum ad eundem Nodum proxime revertitur: Tempus inter has observationes intermedium est proxime Planetæ Tempus periodicum quæsitum. Nam quoniam Nodorum lineæ sunt (per Prop. LIII. Lib. I.) fere immotæ, quando Planeta totam descripsit Orbitam, ad eundem Nodum revertitur, & vicissim.

Non tantum ope Planetæ in eodem Nodo bis observati ejus Periodus determinatur, sed si bis in alio quovis Orbitæ suæ puncto Inæqualitate Secundâ exutus spectetur, periodicum Tempus patebit. Quod si Planetæ Locus Centricus ab Æquinoctiis computetur, habenda est ratio Præcessionis Æquinoctialium punctorum interim factæ. In Planetarum Temporibus periodicis definiendis utile erit cautionem adhibere, quam ad Anni Tropici quantitatem exacte definiendam adhibuimus; nempe ut observationes adhibeantur quam maxime inter se distantes, ut error insensibilis fiat, divisione factâ per magnum revolutionum numerum. Ne autem in una integra revolutione peccetur, sufficit Periodum veræ propinquam & numero rotundo novisse, quod fiet si in una Planetæ revolutione Loca Centrica bina aut plura quærantur in Oppositione vel Conjunctione cum Sole, (cum nempe Inæqualitate Secundâ caret,) & Tempus periodicum assumatur in ea ratione ad Tempus inter binas quasvis observationes elapsum, ut distantia inter Loca Centrica ad integrum circulum. Si

non

non contingat Planetam in ipso Nodo, vel in ipsa Oppositione cum Sole observare, (quod plerumque fit;) tum istud momentum ex observationibus ante & post factis determinatur.

Si Planetæ Periodus censeatur Temporis spatium, quo Planetæ Locus Centricus idem est rursus in spatio Mundano sive inter Fixas qui prius fuerat: licet accurate loquendo talis nulla detur, posito Nodos moveri; hoc est, ipsa Orbium plana mutari; tamen si hæc diversa fuerit à Periodo superius definita, poterit ea definiri (secundum Longitudinem considerata) ope observationum per Prop. præc. factarum, quando Planetæ Locus Centricus est prope easdem Fixas.

PROPOSITIO XXIV.

Longitudinem Axis majoris Orbitæ cujusvis Planetæ primarii invenire.

Hactenus planorum Orbium planetariorum situm ad se mutuo definivimus: ad ipsas nunc Orbitas in planis definitis describendas accedimus. Quod quidem variis modis faciemus, ut hic aut ille usurpetur pro observationum commoditate, & alter alterum correctiorem reddat; & ut Orbitæ per omnes aut plurimos modos in unum collimantes determinatæ accuratiores habeantur. Ac primo, quomodo illarum Axes majores definiantur, ostendemus. Capiendus est Orbitæ cujusvis Planetæ primarii Axis major ad Axem majorem Orbitæ Terræ, in subsesquiplicata ratione periodici Temporis propositi Planetæ (per Prop. præc. inventi) ad Tempus periodicum Telluris circa Solem per Prop. XIII. determinatum: Sic enim fient Cubi majorum Axium Orbitarum, Planetæ & Terræ, ut Quadrata Temporum periodicorum Corporum istorum circa Solem, quod demonstratum est (Prop. XL. Lib. I.) obtinere in corporibus circa idem centrum revolutis, & agitatis Vi Centripetâ, quæ est quadrato distantiæ ab isto centro reciproce proportionalis: hanc vero esse conditionem Planetarum primariorum circa Solem revolventium ostensum est Prop. XLII. Lib. I.

PROPOSITIO XXV.

Datis tribus Locis Centricis Planetæ & Tempore periodico, ejus Orbitam describere, & Temporis momentum quo Planeta Aphelium tenebat invenire.

Eodem modo quo Prop. XIV. ex datis tribus Telluris Locis ex Sole visis (hoc est, Telluris Locis Centricis) & Tempore periodico, Orbitæ Telluris Species & Positio lineæ Apsidum determinatur, simile ex iisdem datis in Planeta proposito fiet, & Orbita sic descripta per methodum Prop. XV. indicatam corrigetur. Et sicut Telluris Orbita descripta est in plano Eclipticæ prius (Prop. XIX. Lib. II.) determinato, ita planum Orbis Planetæ propositi, in quo describenda est ejus Orbita, determinatum est per Prop. XIX. & XX. Porro, ex Temporibus periodicis Telluris & Planetæ invenitur (per Prop. præc) ratio majorum Axium Orbitarum eorundem: ex

assumpta igitur majore Axe Orbitæ Terræ (sive hujus semisse Telluris Distantia media à Sole) habebitur magnitudo Orbitæ Planetæ: penitus igitur determinatur Planetæ Orbita. Et Tempus, quando Planeta hic Aphelium tenebat, similiter determinatur, atque idem in Planeta Tellure Prop. XIV. factum.

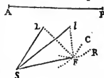
Quoniam Orbitæ Planetæ Ellipticæ Species sola ex datis determinatur, (ut ex Prop. XIV. constat,) & ejus Orbitæ magnitudo respectu Orbitæ Terræ ex comparatione Temporum periodicorum horum Planetarum per præc. concluditur; idem poterit aliunde inferri; faciendo nempe ut Orbita certæ Speciei (ex tribus Locis Centricis determinatæ) ex Sole ut Umbilico descripta, transeat per ipsum Locum Planetæ in linea Nodorum per Prop. XIX. hujus inventum: Hoc namque punctum, in Planetæ Orbita datum, tantundem valet ad illius magnitudinem respectu magnitudinis Orbitæ Terrestris determinandam, atque ejusdem Axis major supra definitus: Istius enim puncti Distantia à Sole in partibus linearum Orbitæ Telluris determinata est; potestque alter horum modorum describendi Orbitam per alterum examinari & corrigi.

Et hinc motus Apsidum cujusvis Primarii definietur; nimirum eodem modo quo prius Nodorum motus.

PROPOSITIO XXVI. LEMMA.

Datis umbilico & longitudine axis majoris, describere Ellipsin per data duo puncta transeuntem.

Sit S figuræ describendæ umbilicus, AP longitudo axis majoris, L & l duo puncta per quæ Ellipsis transire debet. Centro L distantiâ æquali excessui rectæ AP supra rectam LS describatur circulus CF; & similiter centro l distantiâ æquali excessui rectæ AP supra lS describatur circulus RF priorem secans in F; erit F Ellipseos describendæ umbilicus alter: Hisce igitur umbilicis S & F, & axe majore æquali rectæ AP, descripta Ellipsis erit ea quæ quæritur. Quoniam enim LF æqualis est AP−LS, erit LS+LF æqualis AP. Pari modo AP æquatur lS+ lF: Unde (per Prop. LII. *Lib. tert. Conicorum*) Ellipsis umbilicis S & F descripta, axem majorem habens æqualem rectæ AP, transibit per puncta L & l.



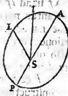
Facile est ex hujusmodi constructione Geometrica calculi modum Astronomiæ accommodatum excogitare. Ex datis enim tribus punctis S, L & l, hoc est, ex datis tribus lateribus trianguli SLl, innotescunt anguli. Rursus, in triangulo LlF dantur omnia latera; nempe Ll ut prius, LF differentia datarum rectarum AP & LS, & lF differentia ipsarum AP, lS; innotescit igitur angulus FLl: sed prius notus erat SLl, ergo dabitur angulus SLF. In triangulo igitur SLF, è datis LS, LF cum angulo SLF innotescet latus SF distantia focorum, & angulus LSF inter LS positione datam & axem majorem;

majorem; datur ergo axis hic positione; sed & magnitudine datus est: unde omnia ad Ellipsin pertinentia eliciuntur.

PROPOSITIO XXVII.

D*atis duobus Locis Centricis Planetæ & à Sole Distantiis, una cum ejus periodico Tempore, Orbitam Planetæ determinare.*

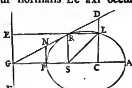
Sit S Sol; sint Planetæ duo Loca Centrica data in rectis SL, S*l* positione datis, & Planetæ Distantiæ à Sole sint rectæ SL, S*l* magnitudine datæ. Unde L & *l* sunt puncta per quæ Ellipsis transire debet. Porro, ex Tempore periodico noto (per Prop. XXIV.) determinatur PA Axis major Orbitæ Ellipticæ. Describatur igitur (per præc.) Ellipsis, cujus Focus S, habens Axem majorem longitudinis datæ, quæ transeat per data puncta L & *l*. Loca Centrica Planetæ ejusque Distantiæ à Sole vel in Oppositione aut Conjunctione cum Sole determinantur, ut Prop. XXI; vel ex observatione ubivis facta, ut Prop. XXII. Ille tamen assumi poterit, qui determinatus est Prop. XIX, dum Orbis planetarii situs Eclipticæ respectu definiretur. Quod si plura quam duo Loca Centrica cum Distantiis à Sole correspondentibus suppetant, tum ex quibusvis binis definitâ Orbitâ, videndum num sic definitæ congruant, illaque retineatur (si discrepent) quæ à pluribus Observationibus probatur; ut in calculo Astronomico fieri consuevit.



PROPOSITIO XXVIII. LEMMA.

A*D Ellipseos* ALP *majorem axem* AP *ex umbilicorum altero* S *erigatur normalis* SR *Ellipsi occurrens in* R, *per quod acta recta* DR *Ellipsin contingens cum axe* AP *producto concurrat in* G, *& ex* G *ad axem ducatur perpendicularis* GF. *Hisce positis, si ex quovis Ellipseos puncto* L *inclinentur duæ rectæ* LS, LE, *altera* LS *ad assumptum umbilicum* S, *altera* LE *ad* FG *normalis; dico* LE *esse ad* LS *in data ratione* GP *ad* PS.

Per punctum L ad axem AP ducatur normalis LC axi occurrens in C & tangenti DR in D, & huic ex P parallela PN: Eritque CD æqualis rectæ SL (per *Prop.* CXXXIX. *Lib.* IV. *Gregorii à S*ᵗᵒ. *Vincentio*) & PN ipsi PS. Sed GC est ad CD in data ratione, nempe GP ad PN; & igitur EL est ad LS in data ratione GP ad PN, sive GP ad PS.



Hinc sequitur GA esse ad AS in eadem dicta ratione GP ad PS; qui est casus particularis hujus Propositionis, nempe cum libere assumptum punctum L coincidit cum A: Et hoc exinde etiam patet, quod (ex *Prop.* XXXIV. *Lib.* I. *Conicor.*) ob RG contingentem, AS est ad SP ut AG ad GP; unde permutando

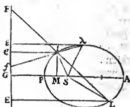
& invertendo GA est ad AS ut GP ad PS. Propositio hæc etiam obtinet in reliquis Coni Sectionibus.

PROPOSITIO XXIX. LEMMA.

Ellipsin circa datum umbilicum describere, quæ transeat per data tria puncta.

Dentur puncta L, l, λ, & focus S. Jungatur recta Ll, & producatur ad F ita ut sit LF ad lF ut SL ad Sl. Item juncta λl producatur ad f, ut λf sit ad lf ut Sλ ad Sl. Jungatur recta Ff in quam ex L & S demittantur normales LE, SG, dividatur SG in P ita ut GP sit ad PS sicut LE ad LS, & producatur ad A ita ut GA sit ad AS in eadem ratione: verticibus A & P & foco S; hoc est, axe majore PA & latere recto quadruplo ejus rectæ quæ est ad SP ut SA ad AP, (per *Prop.* LIV. *Lib.* I. *Conic.*) descripta Ellipsis transibit per puncta L, l & λ.

Ex l & λ in FG demittantur perpendiculares le, λε. Quoniam ex constructione est LF ad lF ut SL ad Sl; erit etiam (ob parallelas LE, le) LE ad le ut SL ad Sl, sive LE ad SL ut le ad Sl. Sed ex constructione est etiam GP ad PS, item GA ad AS ut LE ad SL; & igitur ut GP ad PS ita est le ad Sl. Pari modo est per constructionem λf ad lf (hoc est, λε ad le) ut Sλ ad Sl; adeoque λε ad Sλ ut (le ad Sl; hoc est, ut modo demonstratum, ut) LE ad SL. Cum igitur SL ad LE, item Sl ad le, & etiam Sλ ad λε, sit ut GP ad PS, sive ut GA ad AS, atque hæc sit Ellipseos proprietas Lem. præc. demonstrata; patet puncta L, l & λ esse in Ellipsi, cujus focus S & axis majoris extrema, sive vertices, A & P. Atque hinc facile constat, quando Problema est impossibile, & quando loco Ellipseos Parabola aut Hyperbola exit.



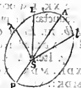
Si desideretur calculus Astronomis familiaris, illum ex præcedente constructione facile erit elicere, modo *ex. gr.* sequenti. Quoniam Sλ est ad Sl ut λf ad lf; erit dividendo Sλ − Sl ad Sl ut λl ad lf: dantur autem ex datis punctis S, l, λ priores tres termini analogiæ; innotescet igitur quartus lf. Similiterque, quia SL . Sl :: LF . lF, dividendo erit SL − Sl . Sl :: Ll . lF, & ex datis primis tribus notus erit quartus terminus; nempe lF recta. Porro, ex datis trianguli Slλ tribus lateribus datur angulus Slλ, & ex trianguli SLl lateribus notis innotescit SlL; ergo datur & angulus Llλ horum differentia vel summa, & huic ad verticem æqualis Flf. In triangulo igitur Flf datis lateribus lF, lf modo inventis, una cum angulo comprehenso Flf; invenietur angulus Ffl, & proinde hujus complementum ad rectum fle. Sed ex prius noto SlL angulo innotescit ejus complementum ad duos rectos Slf: dabitur ergo angulorum notorum Slf, elf summa vel differentia elS, ac proinde illius (propter parallelas el, GS) ad duos rectos complementum lSG; nempe inclinatio axis majoris ad rectam lS positione datam. Porro, in triangulo

triangulo fel rectangulo ad e dantur omnes anguli, una cum latere fl; innotescit ergo el, sive GM, posita lM ad GS normali. Similiter in triangulo rectangulo S M l, datis angulis & latere S l, datur SM; ipsarum autem GM, MS summa vel differentia est GS. Rursus, quoniam per Lem. præc. $el.ls$::GP.PS, erit componendo $el+ls.ls$::GS.SP, & datis tribus primis hujus analogiæ terminis, notus erit quartus SP: Similiter, quoniam $el.ls$::GA.AS, erit dividendo $el-ls.ls$::GS.AS; unde innotescit AS: Ipsarum PS, SA summa est Axis major. Alter Ellipseos Focus tantum distat ab A, quantum S à P. Datis Focis & Verticibus A & P, reliqua non latebunt.

PROPOSITIO XXX.

DAtis tribus Locis Centricis *Planetæ & à Sole Distantiis, ejus Orbitam Ellipticam describere.*

Dentur Loca Planetæ Centrica, ejusque à Sole Distantiæ correspondentes; nempe, posito S Sole, rectæ SL, Sl, SΛ positione & magnitudine. Per præcedentem describatur vel calculo determinetur Ellipsis, cujus focus S, transiens per puncta L, l, Λ. Erit hæc Orbita quæsita. Hujus autem respectus ad Telluris Orbitam ideo notus est, quod linearum SL, Sl, SΛ magnitudo datur in partibus mediæ Distantiæ à Sole, & situs plani Orbitæ respectu plani Eclipticæ ex Prop. XIX. & XX. determinatus supponitur.



Huic Propositioni innititur methodus Cl. *Halleii* Planetarum Orbitas determinandi, *Transact. Philos. An.* 1676. N°. 128 tradita. Si nempe Planeta quivis in eodem Orbitæ suæ puncto (quod quando fieri contingat, ex ejus Tempore periodico præterpropter noto satis innotescit) ter observetur è Terra, habebuntur tria Loca Terræ è Sole visa, & tres Distantiæ Telluris à Sole correspondentes in partibus Distantiæ Planetæ à Sole expressæ; adeoque ipsa Telluris Orbita per præc. determinata: Quâ cognitâ, si Planeta quivis bis in eodem Orbitæ suæ puncto è Terra observetur, ac proinde (per Prop. XIX.) ejus Locus Centricus & à Sole Distantia determinentur, atque hoc in aliis duobus ejusdem Planetæ Locis repetatur; habebuntur tria Orbitæ planetariæ puncta, ex quibus una cum Focorum altero (Solis nempe loco) datis ipsa Orbita (per Prop. præc.) determinatur. Si periodicum Tempus satis exacte sit notum, idem conficietur ex duobus Locis Centricis & à Sole Distantiis notis, quæ ex bis binis observationibus Planetæ in iisdem duobus punctis quibuscunque observati per Prop. XXVII. colligere licet: Eâdemque operâ Locus Nodorum & Orbis Inclinatio ad Eclipticam per Propositiones XIX. & XX. determinantur.

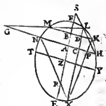
PROPOSITIO XXXI. LEMMA.

INvenire *diametros conjugatas Ellipseos, quæ per data quinque puncta transeat.*

Sint data quinque puncta N, M, L, K, H, per quæ transeat Ellipseos perimeter;

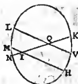
perimeter; invenienda est Ellipseos istius diameter quædam FE, ejusque conjugata TY, magnitudine & positione. Ductæ intelligantur rectæ data puncta conjungentes, (ut in schemate,) quarum duæ quædam aut parallelæ sunt, aut duæ nullæ. Hoc autem facile perspicitur; cum enim dentur puncta N, M, L, K, H, dantur rectæ omnes ea omnifariam conjungentes, & anguli inter rectas istas comprehensi. Si ergo deprehendatur angulos duos alternatim positos (*ex. gr.* KMH, MHN) esse æquales, concludetur rectas duas MK, NH, in quibus prædicti anguli alternatim sunt positi, esse inter se parallelas.

Cas. I. Ponatur primo duas quasdam MK, NH esse parallelas. Bisecentur hæ in B & A, & juncta BA producatur, donec Ellipsi occurrat in F & E; erit hæc (ex *Elementis Conicis*) Ellipseos diameter, & quidem (per 26. *Dat.*) positione data; quippe per data puncta B & A transiens. Ducatur per L ipsi EF parallela LX, Ellipsi in X, rectæ MK in D, & NH in C occurrens. Et junctæ XK, LM occurrant rectæ HN (si opus est productæ) in punctis P & G. Per Prop. XVII. *Lib.* III. *Elem. Conic. Apollonii* est rectangulum XDL ad rectangulum MDK ut ZFq ad ZYq. Item XCL.NCH::ZFq.ZYq. Et igitur XDL.MDK::XCL.NCH. Sed (ut infra ostendetur) est XDL.MDK::XCL.GCP. Et igitur (per *Prop.* IX. *Elem.* V.) est NCH rectangulum æquale rectangulo GCP. Atqui rectangulum NCH datur, quoniam ejus latera NC, CH dantur; tota enim NH initio datur tam magnitudine quam positione, item recta LC positione, (per 28. *Dat:*) quare (per 25. *Dat.*) dabitur & C punctum: item recta GC, quippe cujus termini G & C dantur; datur ergo (per 57. *Dat.*) CP magnitudine: sed & positione; ergo ipsum P punctum datum est. Datur etiam & K punctum; ergo & puncta illa conjungens recta KP positione datur, & proinde (per 25. *Dat.*) punctum X in Ellipsi (ubi positione datæ LC, KP concurrunt) etiam datum est. Jungantur rectæ NX, LH diametro EF (si opus est productæ) occurrentes in R & S: eritque (per supra citatam *Prop.* XVII. *Lib.* III. *Elem: Conic.*) tum NCH ad XCL, tum NAH ad EAF, sicut ZYq ad ZFq; unde NCH.XCL::NAH.EAF. Et per inferius demonstratum est NCH.XCL::NAH.RAS; quare (per IX. *El.* V.) RAS rectangulum rectangulo EAF æquale est. Sed RAS datur, (cum tria puncta A, R & S dentur, A quidem ut supra ostensum, R & S per 25. *Datorum*; nempe datæ positione rectæ EF cum positione datis rectis XN, HL concursus;) rectangulum igitur EAF datum erit. Simili ratione invenietur EBF rectangulum: & dantur puncta A & B; ergo & ipsa EF magnitudine, ut deinceps ostendemus: Sed prius inventa erat ejus positio; quare diameter EF positione & magnitudine data est. Porro, TYq est ad EFq ut NCH ad XCL, ut supra ostensum est; hoc est, (per I. *Dat.*) in ratione data, ob data NCH, XCL rectangula; quare & prioris subduplicata ratio, nempe ratio TY ad EF (per 24. *Dat.*)



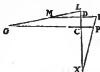
Dat.) etiam data est: sed datur EF, ut supra ostensum; ergo per 2. *Dat.* dabitur TY magnitudine. At positio ejus datur per 28. *Dat*; quippe per datum punctum Z medium datæ positione & magnitudine rectæ EF, ad datam positione rectam NH parallelæ: igitur dantur, tam positione quam magnitudine, rectæ EF, TY, diametri nempe conjugatæ Ellipseos per data quinque puncta N, M, L, K, H transeuntis.

Caf. II. Sed non sint parallelæ rectæ lineæ MH, NK, neque aliæ quævis duæ: hæ ergo MH, NK (productæ saltem) se mutuo secabunt, puta in I puncto, quod per 25. *Dat.* dabitur. Ducatur per L recta LV ipsi MH parallela, rectæ NK occurrens in Q, quod (per 28. & 25. *Dat.*) itidem datum erit: Eritque ratio rectanguli NQK ad rectangulum LQV data; eadem nempe (per *Prop.* XVII. *Lib.* III. *Elem. Conic.*) quæ est dati rectanguli NIK ad datum MIH. Sed rectangulum NQK datum est cum ejus latera NQ & QK dentur, & igitur rectangulum LQV etiam est datum: Unde, cum data sit LQ, per 57. *Dat.* recta QV magnitudine data est; sed & etiam positione, quippe per datum punctum Q datæ positione rectæ MH parallela; ergo ipsum V punctum, per 27. *Dat*; cum detur rectæ QV magnitudo & positio & altera extremitas Q. Quare devenimus ad casum priorem; dantur nempe quinque puncta N, M, L, V, H, vel M, L, K, V, H, per quæ Ellipsis transeat, talia tamen ut rectæ duæ LV, MH sint parallelæ. Ex prædictis ergo inveniantur istius Ellipseos diametri conjugatæ. Q. E. F.



Sint duæ rectæ inter se parallelæ GP, MK, *in quas incidat recta linea* XCDL, *&* *à quibuslibet ejus punctis* X *&* L *ducantur utcunque rectæ* LMG, XPK *parallelis occurrentes in* M, G, P *&* K: *dico rectangulum* XDL *esse ad* MDK *ut* XCL *ad* GCP *rectangulum.*

Rectanguli XDL ad rectangulum MDK ratio (per *Prop.* XXIII. *Elem.* VI.) componitur ex ratione XD ad DK & ratione LD ad DM; & ratio rectanguli XCL ad rectangulum GCP ex rationibus XC ad CP & LC ad CG. Sed propter parallelas MDK, GCP est XD.DK::XC.CP; item LD.DM::LC.CG. Cum igitur rationes componentes æquales sint erunt & compositæ æquales; hoc est, XDL ad MDK sicut XCL ad GCP.



Si detur utrumque rectangulum EAF, EBF, *&* *data sint* A *&* B *puncta*; *dantur etiam* E *&* F *puncta, posita* EABF *recta.*

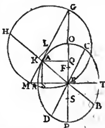
Rectangulo enim EAF æquale ponatur rectangulum BAC, & rectangulo EBF rectangulum ABD: Adeoque, cum (ex hyp.) EAF & BA dentur, datur (per 57. *Dat.*) AC. Similiter ob data EBF & AB dabitur AD. Propter priorem æqualitatem erit (per XVI. *Elem.* VI.) FA.AB::AC.AE, & per conversionem rationis FA.BF::AC.CE.

Rurſus, propter poſteriorem æqualitatem eſt EB.BD :: AB.BF, & componendo ED.BD :: FA.BF. Unde (per *Prop.* XI. *El.* V.) AC.CE :: ED.BD: & idcirco rectangulum contentum ſub AC & BD æquale eſt rectangulo ſub CE, ED. Atqui rectangulum ſub AC & BD datur, (utraque enim recta data eſt;) ergo datum eſt etiam rectangulum ſub CE, ED. Et quia datum hocce rectangulum applicatur ad datam rectam CD (nempe ex datis partibus CA & AD conſtantem) deficiens figurâ quadratâ, dabitur (per 58. *Dat.*) CE; & conſequenter AE (per 4. *Dat.*) Et propter datum ab initio EAF rectangulum dabitur etiam AF recta; hoc eſt, ipſa E & F puncta data erunt.

PROPOSITIO XXXII. LEMMA.

INvenire umbilicos & vertices Ellipſeos, quæ per data quinque puncta tranſeat, & Ellipſin proinde per data quinque puncta tranſeuntem deſcribere.

Pappus in *Lib.* VIII. *Collect. Math.* hoc Probl. & præc in uſus Architectonicos proponit & conſtruit; ut nempe portione ſuperficie recti Cylindri datâ, cujus nulla pars in circumferentiis baſium integra ſervatur, inveniatur Cylindri craſſitudo. Hæc Aſtronomi deinceps in uſus ſuos converterunt. Per præc. Lem. inveniantur duæ quævis diametri conjugatæ Ellipſeos, quæ per data quinque puncta tranſeat, ſintque hæ AB, CD ſe mutuo biſecantes in centro E. Producatur BA in H, ut fit EAH rectangulum æquale quadrato ex DE; unde (per 58. *Dat.*) datur EH. Ex hujus medio puncto K erecta normalis KL concurrat cum MAG recta per A ad DC parallela, in L puncto, quod proinde datur ob rectas MG, KL poſitione datas. Centro L per E vel H ducatur circulus rectam MAG in M & G interſecans, cujus proinde diameter MG datur tam poſitione, (quia per A punctum datum datæ poſitione rectæ CD parallela eſt,) quam magnitudine, (cum ſit dupla rectæ data puncta E & L conjungentis.) Junctæ rectæ GE, ME etiam dantur, tam poſitione quam magnitudine. Harum autem poſitio eadem eſt cum poſitione axium quæſitorum: Nam quoniam rectangulum EAH (per XXXV. *Elem.* III.) æquale eſt rectangulo MAG, & per conſtructionem EAH æquale quadrato à DE; erit $ED q$ æquale MAG, ſive (per *Prop.* XVII. *Elem.* VI.) ED media proportionalis inter MA & AG; ac proinde (per *Prop.* LXXXVIII. *Lib.* III. *Greg. à S*[to]. *Vincentio*) Ellipſeos ſuper conjugatas diametros AB, CD deſcriptæ axes ſunt in EG, EM rectis. Axium autem magnitudo ſic expedite determinatur. Per A ad EG, EM demittantur normales AQ, AN, quæ proinde dantur. Sumatur in EG recta EO media proportionalis inter EG, EQ; item in EM, ER media inter EM, EN: erunt rectæ EO, ER (per 24. *Dat.* datæ) Ellipſeos ſemi-axes per *Prop.*



XXXVII.

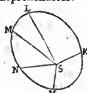
XXXVII. *Lib.* I. *Conic.* Si in GE producta capiatur EP æqualis EO, & in ME producta ET æqualis ER, erunt positione & magnitudine datæ OP, RT Ellipseos axes, dataque puncta O, R, P, T ejusdem vertices principales. Porro, si axis major PO ita dividatur in S & F, ut rectangulum sub PS & SO, item rectangulum sub PF & FO æquale sit quadrato ab RE descripto, erunt (ex Prop. LII. *Lib.* III. *Elem. Conic.*) puncta S & F Ellipseos umbilici. Hæc vero puncta sic inventa (per 58. *Dat.*) data sunt. Datis autem axibus & umbilicis, Ellipsis describitur per *Prop.* LIV. *Lib.* I. *Conic. Apollonii.*

Non opus est hic subjungere formam calculi Trigonometrici, Problemati huic accommodati: Geometris enim satis est notum, quæ per *Euclidis Data* eruuntur facillime per calculum eodem prorsus modo progredientem similiter erui, & quidem plerumque Trigonometrico quod hic accidit: Et revera investigatio Problematis cujusvis ope *Datorum Euclidis* universalis est modus illud determinandi, Veteribus familiaris.

PROPOSITIO XXXIII.

D*Atis quinque Locis Centricis Planetæ, & à Sole Distantiis, ejus Orbitam describere.*

In præcedentibus, dum Planetarum Orbitas determinaremus, nihil suppofuimus quod non sit observationibus exacte institutis, æque ac causis Motuum physicis Lib. I. demonstratis, congruum: Quod nempe Planetæ cujusvis Orbita sit Ellipsis, cujus Focorum alter est immotus Sol, quodque Planeta hanc ita percurrat, ut areæ seu sectores inter rectas ad Solem ductas & arcus Ellipticos comprehensi sint proportionales temporibus, quibus dicti arcus à Planeta describuntur. Licet enim Prop. XIV. suppofuimus aliquantisper cum Celeb. *Wardo* Planetam Orbitam suam ita describere, ut æquabilis sit motus angularis ad Ellipseos Focum à Sole diversum; hoc ideo solum factum est, quod in Orbita Telluris haud valde excentrica ista sit approximatio non contemnenda ad æquabilem arearum descriptionem à radio ad Solem ducto, ut Prop. V. ostensum est: Et Telluris Orbitam ex ista hypothesi definitam sequenti Prop. XV. quantum libet correximus: In hac autem Prop. ne istud quidem supponemus, quod Sol in umbilico cujusque Orbitæ collocatur; sed Orbitam describemus ex datis quinque Locis Centricis, totidemque à Sole Distantiis, etiam independenter ab illo: Sic enim præcedentium veritas clarius elucet, cum Sol in Orbitarum sic descriptarum communi Foco collocatus deprehendetur.



Ex datis Planetæ Locis Centricis dantur positione rectæ, in quibus hic è Sole videtur: Sint istæ SN, SM, SL, SK & SH. Et ex datis correspondentibus Distantiis à Sole dantur (per 27. *Dat.*) puncta N, M, L, K & H. Per puncta hæc (ope præc. Lem.) describatur Ellipsis, quæ erit Planetæ Orbita quæsita. Et per idem Lem. invenientur Ver-

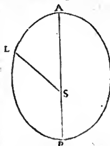
 tices,

tices, Foci, Positio Axis majoris & reliqua quæ in Planetæ Orbita quæruntur. Q. E. F.

PROPOSITIO XXXIV.

AD datum Tempus Planetæ propositi Locum Centricum & Distantiam à Sole determinare.

Plano Orbis Planetarii, Positione Lineæ Apsidum Specieque Orbitæ planetariæ ex præcedentibus determinatis; hoc est, ipsâ Orbitâ in proprio situ circa Solem descriptâ, quæ sit *ex. gr.* ALP: ex cognito præterea (per Prop. xxv.) momento quo Planeta aliquando Apsidem tenebat, & Planetæ Tempore periodico per Prop. xxiii; notum erit Tempus elapsum ex quo Apsidem (*v. g.* A) proxime tenuit, sive nota ratio dicti Temporis ad Tempus integrum periodicum; hoc est, ex lege motûs Planetarii Lib. I. demonstrata, supposito L Planetæ Loco, nota est ratio Areæ ALS ad integram Ellipsin ALPA. Inveniatur ergo angulus ASL per Prop. III, IV, VI vel VII. Recta igitur SL datur positione, cum in dato angulo inclinetur ad PA Lineam Apsidum positione datam: Sed & magnitudine per easdem, (cum hæc detur in partibus Distantiæ Apheliæ SA, quæ supra definita est in partibus mediocris Distantiæ Terræ à Sole, quæ pro harum linearum communi mensura habetur;) hoc est, Planetæ propositi Locus è Sole visus & ejusdem à Sole Distantia.



Vicissim Tempus invenietur, quo Planeta datum Locum Heliocentricum occupabit; ex data Anomalia coæquata (ex præcedentibus) mediam inveniendo, cui Tempus est proportionale.

PROPOSITIO XXXV.

AD datum Tempus Locum Planetæ Geocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & Planetæ à Terra Distantiam invenire.

Ad Tempus datum inveniatur (per Prop. xviii.) Locus Telluris Heliocentricus in propria Orbita, & (per præc.) propositi Planetæ Locus etiam Heliocentricus in sua Orbita, cum respectivis à Sole Distantiis.

Referat S Solem, T Locum Terræ in sua Orbita, L Locum Planetæ in sua. Planorum harum Orbitarum sit recta SN communis intersectio, quæ per Solem extenditur, (quia Sol est in utroque plano,) cujusque positio per Prop. xix. datur. Porro, ex Telluris Loco T dato, dantur recta ST & angulus TSN in plano Eclipticæ; & ex Planetæ Loco L, recta SL & angulus LSN in plano Orbis planetarii. Ducantur per L & S atque per L & T plana circulorum Latitudinis Eclipticæ plano recta, quorum communis intersectio LE recta (per *Prop.* xix. *El.* xi.) est Eclipticæ plano normalis. Ducatur in

in plano Orbis planetarii recta LN ad SN perpendicularis; juncta EN erit (per *Converſ. Prop.* XI. *El.* XI.) eidem SN etiam perpendicularis.

In triangulo SLN rectangulo ad N dantur SL & NSL; unde dabitur latus LN. In triangulo LEN rectangulo ad E dantur latus LN modo inventum & angulus LNE, qui (per *Def.* VI. *El.* XI.) æqualis eſt Inclinationi Orbis planetarii ad Eclipticam, per Prop. XX. inventæ; dantur igitur LE & EN. In triangulo porro LES rectangulo ad E dantur latera LE & LS; ideoque datur latus SE, *Diſtantia Planetæ à Sole Curtata.* In triangulo ESN præter rectum ad N dantur ES & prius inventum EN; dabitur ergo angulus ESN, Planetæ Longitudo Heliocentrica in Ecliptica à Nodo N computata: Sed datur Nodi Locus in Ecliptica; quare & Planetæ Locus Heliocentricus in Ecliptica notus erit. Rurſus, in triangulo TSE data eſt ST ab initio, & modo inventa eſt SE; datur etiam angulus TSE, (æqualis ſummæ vel differentiæ datorum angulorum TSN, ESN, quia tres rectæ ST, SE, SN ſunt in plano Eclipticæ,) qui & *Angulus Commutationis* dicitur: Et propterea dantur reliqua, nempe angulus TES *Parallaxis Orbis* nuncupatus, & STE *Elongatio Planetæ à Sole*; hoc eſt, poſitio rectæ TE ſive Planetæ Locus Geocentricus in Ecliptica, & ejuſdem TE magnitudo. Denique, in triangulo TEL rectangulo ad E dantur latera TE & EL; innoteſcent igitur TL Diſtantia Planetæ à Terra & angulus LTE Planetæ Latitudo Geocentrica.

SECTIO IV.

De Planetarum Elongatione maxima à Sole, Directione, Statione & Retrogradatione.

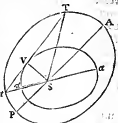
PROPOSITIO XXXVI.

Dati Planetæ Elongationem à Sole maximam, è dato ſuperiore viſam, ejuſque Tempus determinare.

Sit S Sol, TR Planetæ remotioris Orbita, VP propioris. Ducatur utcunque propioris Planetæ radius vector SV, atque huic normalis VT remotioris Orbitæ occurrens in T, quæ proinde (per XVI. *El.* III.) Orbitam circularem VP continget in V. Inferior in V à Sole maxime elongatus ſuperiori in T videbitur: Nam recta ab alio quovis Orbitæ PV puncto (ut *v*) ad T ducta minorem angulum cum TS comprehendet. In triangulo igitur TVS rectangulo ad V datur laterum ST, SV (datorum nempe Planetarum Diſtantiarum à Sole) ratio; innoteſcunt igitur reliqui anguli TSV, STV, quorum hic eſt Planetæ

Elongatio à Sole maxima, alter TSV est Commutationis Angulus five Distantia Planetarum Heliocentrica. Quandocunque igitur modo inventus Commutationis Angulus contingit, simul etiam contingit Planetam inferiorem è superiore visum à Sole maxime elongari.

Hactenus suppofuimus utriusque Planetæ Orbitam esse circularem. Quod si ellipticæ earum figuræ ratio habeatur, Problema haud absimiliter solvitur. Datur enim angulus SVT, quem Orbitam tangens recta VT comprehendit cum radio vectore SV in assumpto angulo ad Lineam Apsidum inclinato; datur præterea SV magnitudine, cum nota sit ejus inclinatio ad Distantiam Apheliam Sα magnitudine prius datam; & quoniam noti sunt anguli ASα, αSV, item angulus VST, (proxime æqualis illi, qui obtineret si utraque Orbita esset circularis;) notus etiam erit AST angulus, ac proinde ST magnitudine nota; unde reliqua conficiuntur ut prius. In hoc casu Elongatio maxima mutatur pro varia Distantia puncti V (ubi celebratur) ab Orbis proprii Aphelio: Major quippe est (cæteris paribus) in inferioris Aphelio α, minor in Perihelio π, mediocris in media longitudine; sed & manente inferioris loco V, varia est pro situ superioris in T vel t.



PROPOSITIO XXXVII.

Planeta quivis Primarius ex alio quovis Primario spectatus, in aliqua Orbitæ suæ parte Stationarius, in aliqua Directus, in aliqua denique Retrogradus apparet.

Sit S Sol, circa quem duo Planetæ à D per C versus B rotantur; Orbita propioris PT; remotioris RZ; arcus ab illis æqualibus temporum spatiis descripti AR, PB. Ducatur utcunque SR Orbitæ propioris in P occurrens. Inter SR & SP sit media Geometrica SM. Erit (per Prop. XXVII. Lib. I.) velocitas remotioris Planetæ ad velocitatem propioris ut SP ad SM: Sed spatia à mobilibus æqualibus temporibus descripta sunt ut eorum velocitates; & igitur est AR ad PB ut SP ad SM; unde AR quam PB minor est. Patetque possibile esse duas parallelas rectas HAD*h*, GRC*g* per A & R ducere tales, ut propioris Orbitæ arcus ab illis interceptus æqualis sit arcui PB. Ita enim duci poterunt rectæ parallelæ, ut quanto CD (æqualis ipsi PB) major est quam AR tanto obliquior sit, (daturque interioris Orbitæ arcus, qui ad parallelas per A & R quantumvis obliquus est,) ut arcus CD, majore sui obliquitate majorem longitudinem compensans, utramque è parallelis rectis extremitatibus suis contingat. Quo posito, si Planetæ reperiantur in situ ad se mutuo qualis hic est A & D; hoc est, si angulus Commutationis ad Solem æqualis fuerit ASD angulo, (quod patet necessario futurum bis inter duas proximas propositorum Planetarum Conjunctiones

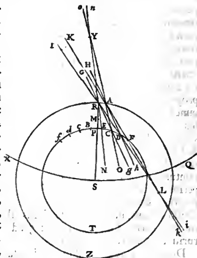
junctiones è Sole viſas) alter ex altero ſpectatus toto illo temporis ſpatio ad eaſdem Fixas referetur; hoc eſt, Stationarius apparebit. Nam ſuperior ad A ex inferiore ad D verſante videtur in recta DAH, & ſuperiore ad R progreſſo inferior ad C progreditur, (cum ex hypotheſi DC ſit ad AR ut Planetæ Soli propioris velocitas ad velocitatem remotioris:) ille igitur ex hoc in recta CR viſus ad eundem Locum inter Fixas referetur, ad quem prius referebatur, cum diſtantia inter parallelas DA, CR præ Fixarum diſtantia evaneſcat penitus. Et ob eandem rationem inferior Planeta arcum DC percurrens, è ſuperiore arcum AR eodem tempore percurrente ſpectatus, etiam Stationarius apparebit. Similiter, ſi Planeta Soli propior ſit ab altera parte puncti P, (in quo è Sole viſus remotiori conjunctus videtur; hoc eſt, in quo Sol & Planeta ſuperior ex inferiore ſpectati oppoſiti cernuntur, & ubi inferior è ſuperiore ſpectatus Soli conjunctus videtur,) tantumque ab illo diſtans, ubi nempe ſenſibilis alicujus temporis lineæ viſivæ inter ſe rurſus ſunt parallelæ, *v.g.* ad *c d*, alter ex altero ſpectatus rurſus Stationarius apparebit.

Dico porro, quod priuſquam Planeta Soli propior ad ſupra dictum ſitum pervenerit reſpectu ſuperioris, hoc eſt, ſuperiore in R verſante priuſquam inferior ad D pervenerit; alter ex altero ſpectatus in conſequentia moveri videtur. Sumatur enim arcus DF ipſi PB aut DC æqualis, junganturque rectæ FA, DR, & producantur utrinque in KAFL & IRDL; hæ non erunt parallelæ ſed ad partes ultra RA (reſpectu Solis) divergent, citra vero convergent & concurrent, puta in L puncto, ex quo rurſus divergent. Nam quia (ex hypotheſi) DA, CR ſunt parallelæ, & DF æqualis eſt ipſi CD, ſed ad RD obliquior quam CD eſt ad RC; patet DR, FA ultra RA divergere & concurrere citra RA; ſc. vel retro DF, ſi hic ſit in parte propioris Orbitæ ad R obverſa, (ut in caſu hujus ſchematis,) vel inter RA & DF, ſi in parte averſa. Si jam inferiore in F verſante ſuperior ſit in A, hic ex illo in K videbitur: Inferiore ad D pervento ſuperior ad R (ex hypotheſi) progreſſus eſt, & ex illo ad I videtur. Ex ſitu vero K ad ſitum I pervenire eſt in conſequentia Signorum moveri, ſive Directum eſſe; ſiquidem Planetarum quivis ab A ad R

vel

Digitized by Google

vel à D ad C ex Sole visus in consequentia movetur. Sed & inferior ex superiore spectatus eodem tempore Directus videtur: Nam inferior in F ex superiore in A ad *k* videbitur; postea que inferior ad D ex superiore in R ad *i* cernetur: Locum vero à *k* ad *i* mutare etiam est in consequentia tendere, siquidem Sol ex Planeta quovis spectatus in consequentia moveri videtur; nempe ex S versus Q. Similiter, postquam Planeta Soli propior Stationem secundam ad *d* est prætergressus, rursus Directus est, talisque manet donec inferior ad situm respectu superioris (qualis est D respectu A) denuo appellat; quod fiet peractâ integrâ revolutione à priore loco D, & insuper eâ alterius parte, quæ ad dictum (respectu remotioris Planetæ interim progressi) situm denuo recuperandum requiritur.



Dico tertio, quod alter ex altero Retrogradus videbitur, postquam Planeta Soli propior supra descriptam Stationis primæ metam DC transierit, & ad secundam *cd* non pervenerit. Sumatur CE ipsi PB aut DC æqualis; ducantur rectæ CA, ER & utrinque producantur in OCAY*o* & NERY*n*, quæ non sunt parallelæ, sed ad partes CE divergunt, & versus AR convergunt, & productæ concurrunt, puta in Y, quia ex hypothesi DA, CR sunt parallelæ, & CE æqualis est DC, sed ad RE minus obliquus quam CD ad RC. Si jam superiore in A versante inferior sit in C, hic ex illo in O videbitur, & vicissim ille ex hoc in *o*: Cum vero superior ad R pervenit & inferior ad E invenitur, hic ex illo ad N, ille vero ex hoc ad *n* cernetur. Patet vero quod ab O ad N videri moveri, vel ab *o* ad *n*, est contra Signorum ordinem moveri; siquidem ab S ad Q vel ab A ad R sit secundum illum; nempe qua Primarius è Sole visus vel vicissim hic ex illo tendere videtur. Atque Retrogradatio hæc apparens superioris ex inferiore visi, vel inferioris è superiore, durat à Statione prima ad DC celebrata ad secundam ad *cd*: Sed, propter remotioris motum, Statio hæc secunda transponitur aliquantulum in consequentia, sive ultra locum *cd* hic depictum. Patet igitur Primarium quemvis ex alio Primario spectatum in aliqua Orbitæ suæ parte Directum esse, in aliqua Retrogradum, in aliqua denique Stationarium. Q. E. D.

COROL-

COROLLARIUM I.

Ex Propositionis hujus demonstratione liquet Planetam superiorem ex inferiore spectatum, simul Directum, simul Stationarium, simulque Retrogradum apparere, atque inferiorem è superiore illo spectatum.

COROLLARIUM 2.

Quo inæqualior est ratio inter Orbitas duorum Planetarum, eo locus in inferioris Orbita, in quo inferior reperitur dum alter ex altero spectatus apparet Stationarius, propior est ejus puncto ex quo ducta recta ad Planetam remotiorem inferioris Orbitam tangit; hoc est, ubi inferior è superiore spectatus (per Prop. XXXVI.) à Sole maxime Elongatus videtur; & angulus minor quo Sol & superior Planeta, ex inferiore visi, distare videntur. Nam quo major est ratio SR ad SP, eo major erit hujus subduplicata nempe ratio RS ad MS; hoc est (per constructionem) ratio CD ad RA. Et ideo oportet lineam CD ad RC sive AD obliquiorem esse, ut DA, RC parallelæ evadant: Sed liquet CD eo esse obliquiorem quo propior est Orbitæ inferioris puncto, à quo recta ad R ducta hanc contingit.

Unde fit quod ad Stationem Saturno inducendam opus sit tantum parvâ Terræ recessione à puncto Orbitæ suæ, ubi recta ad Saturnum ducta hanc contingit, versus punctum ubi Terra mediam se sistit inter Solem & Saturnum; ad Jovis Stationem majore recessione à puncto contactûs Orbitæ Terræ cum recta hanc tangente ad Jovem ducta; ad Martis maximâ. Saturni igitur Statio fit, cum hic è Tellure spectatus paulo plus quam quadrante distat à Sole; hoc est, inter aspectum Quadratum & Trinum; Jupiter stare videbitur in Solis Trino fere; Mars ultra Trinum.

Hinc etiam arcus Orbitæ Mercurii, interceptus inter punctum ubi Mercurius maxime à Sole Elongatus è Terra conspicitur, & punctum ubi ejus Statio proxima videtur, minorem subtendit angulum ad Solem quam arcus Orbitæ Veneris inter hujus maximam à Sole Elongationem & Stationem proximam comprehensus: Et ideo cum & minorem subtendat angulum ad Solem, & ad minorem pertineat circulum, & præterea Terræ observanti obliquior objiciatur & ab illa remotior sit; patet Mercurii Stationes esse suis maximis à Sole Elongationibus multo propiores quam Veneris.

COROLLARIUM 3.

Atque hinc rursus sequitur, cujusdem inferioris respectu, in duobus superioribus invicem collatis, quo remotior est Planeta superior à Sole, Retrogressum ejus diutius durare; nam (per præc. Coroll.) citius incipit desinitque serius: At angulus Retrogradationis minor est, quoniam dati inferioris Planetæ Orbita ex Planetarum superiorum remotiore visa sub minore angulo apparet, quam si ex propiore cerneretur: Ex Prop. autem hac XXXVII. liquet angulum Retrogradationis (comprehensum nempe inter binas rectas à superiore Planeta Soli opposito, ad loca Orbitæ inferioris ubi alter alteri Stationarius apparet) fere æquari angulo quo

inferioris Orbita ex superiore videtur, cum prædicta Stationum puncta à contactuum punctis non procul absint.

Unde fit, quod è Terra visa Saturni Retrogradatio diuturnior sit, sed per arcum minorem facta, quam Jovis; & hæc similiter quam Martis.

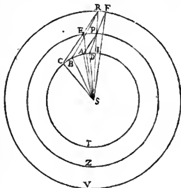
COROLLARIUM 4.

At ejusdem superioris respectu, in duobus inferioribus invicem collatis, quo remotior est Planeta inferior à Sole, Retrogradatio ejus & per majorem fit arcum & diutius durat. Prius ex Coroll. præc. liquet, cum Retrogradatio in duobus Planetis mutua sit per Coroll. 1: Posterius hinc constat, quod Planeta à Sole remotior, dum Retrogradus apparet, longiorem arcum tardior percurrat, & ideo majus tempus insumat.

Unde fit, quod è Tellure visa Venus & diutius Retrograda fit, & per majorem arcum, quam Mercurius.

COROLLARIUM 5.

Hinc etiam sequitur, quod, quando Planetæ duo superiores ex inferiore spectantur conjuncti, si à Sole remotior Directus est, Soli propior etiam Directus erit; si Soli propior fuerit Retrogradus, à Sole remotior etiam erit Retrogradus. Referat S Solem; IT inferioris Orbitam; PZ, RV superiorum duorum Orbitas. Ducatur utcunque SI superiorum Orbitas in P & R intersecans. Sit B Locus in Orbita inferioris, in quo inferior versatur cum remotior Planeta in R Stationarius hinc videtur; sitque A Locus in eadem ubi inferior reperitur, cum propior in P ex inferiore stare apparet. Jungantur rectæ AP, AS, BR, BS. Ex Coroll. 2. patet Locum A ipsi I puncto propinquiorem esse quam B, & PAS angulum majorem esse quam RBS. Quando Planeta in R Directus ex inferiore apparet, oportet inferioris Locum magis distare ab I quam B Locus, puta in C. Ponatur jam superiorum propiorem, ex inferiori visum, remotiori conjungi; eritque ideo in E puncto, ubi recta CR Orbitam PZ intersecat. Per *Prop.* XXI. *El.* I. est angulus ECS minor quam RBS; ergo multo minor est quam PAS. Planeta ergo in E ex C spectatus Directus est; quia scilicet, ut Retrogradus sit, requiritur ut ECS major sit quam PAS ad ejus Stationem requisitus.



Inferiore vero inter B & A versante, remotior ad R Retrogradus apparebit, & propior illi conjunctus etiamnum Directus; quia Planeta spectator ad terminum A nondum pervenit.

Si vero superiorum propior ad P ex inferiore Retrogradus appareat,

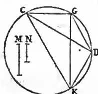
reat, erit inferior inter A & I, puta in D. Si jam remotior huic conjunctus appareat, erit ille in recta DP ad Orbitam RV producta, nempe in F: Sed angulus FDS est major (per *Prop.* XXI. *El.* I.) quam PAS, qui rursus major est (ex modo ostensis) quam RBS. Et igitur Planeta remotior in F ex D spectatus Retrogradus apparet, cum ad hoc, ut Directus appareat, requiratur angulus ad inferiorem minor quam RBS.

Atque hinc fit quod ex Terra Saturno Directo viso Jupiter & Mars non possunt jungi, nisi & ipsi Directi fuerint; vel Jovi Directo Mars non nisi Directus: At Saturno Retrogrado jungi potest Jupiter vel Mars Directus, & Jovi Retrogrado poterit Mars Directus conjungi. At Marti Retrogrado Jupiter & Saturnus conjungi nequeunt, nisi & ipsi Retrogradi fuerint; aut Jovi Retrogrado Saturnus non nisi Retrogradus.

LEMMA.

Datis in quadrilatero CGDK *circulo inscripto* (*cujus unum latus* CK *est circuli diameter*) *latere* CG *&* *diagonali* CD, *item ratione inter oppositum latus* KD *alteramque diagonalem* GK, (*eâdem quæ inter datas rectas* N *&* M;) *invenire angulum* GCD *comprehensum inter datum latus datamque diagonalem.*

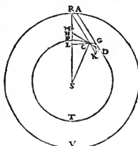
Quoniam summa quadratorum à rectis CG & KG æqualis est summæ quadratorum à rectis CD & KD, (utraque enim summa est æqualis quadrato à CK;) erit differentia quadratorum à rectis GK & KD æqualis differentiæ quadratorum à rectis CD & CG, & proinde data. Porro, quoniam GK est ad DK sicut M ad N, erit quadratum à GK descriptum ad differentiam quadratorum ab ipsis GK & DK sicut quadratum à recta M descriptum ad differentiam quadratorum ab ipsis M & N; facta nempe ex illis in eadem ratione cum similiter factis ex his, quæ illis sunt proportionales: Dabitur ergo (per 2. *Dat.*) quadratum à GK descriptum; dabitur etiam quadratum ex CK, compositum nempe ex datis, quadrato nimirum à GK & quadrato à CG: Quare & ipsæ rectæ CK & GK dantur; daturque etiam DK recta, quippe datam habens rationem ad GK. Geometris vero Theorema est notissimum, ab ipso *Ptolemæo Lib.* I. *Magnæ Constructionis Cap.* IX. demonstratum, quod in quadrilatero circulo inscripto CGDK rectangulum comprehensum sub CD & GK æquale est rectangulo sub CG & DK, una cum rectangulo sub CK & GD. Adeoque rectangulum sub CD & GK, dempto rectangulo sub CG & KD, æquatur rectangulo sub CK & GD. Dantur autem parallelogramma rectangula quæ sub datis rectis continentur, & datorum rectangulorum datur differentia; & proinde datur rectangulum sub CK & DG, & datur CK; unde GD etiam datur. Datisque in triangulo GCD tribus lateribus, invenietur GCD angulus. Q. E. F.



PROPOSITIO XXXVIII.

Invenire Angulum Commutationis quo distant Planetæ duo dati è Sole visi, & Angulum quo distant Sol & Planetarum alteruter ex altero visi, cum datorum Planetarum alter ex altero Stationarius apparet.

Sit S Sol, datorum Planetarum Orbitæ RV, PT; sintque CD, RA arcus à Planetis simul descripti dum alter ex altero spectatus stare videtur, qui (per dicta ad Prop. XXXVII) dati sunt. Jungantur SR, SC, item RC, AD, quæ (per præc.) erunt parallelæ. Per C ducatur linea CG ad RA parallela, item per G recta GK ad RS, & per D recta DK ad CS parallela, quæ concurrant in K; jungatur CK recta. Erit triangulum GKD æquiangulum triangulo RSC, (cum singula illius latera singulis hujus parallela sint,) & proinde simile. Quoniam Tempus Stationis Planetæ est parvum admodum si conferatur cum Tempore periodico etiam velocissimi, linea CD à recta differt insensibiliter, sicut & à fortiori RA sive CG. Illa igitur non differt ab HC recta Orbitam PT in C tangente producta, & hæc producta erit recta CL ad SR normalis, sicut AR eidem normalis est. Porro, circulus diametro CK descriptus transit per D & G, quia anguli CGK, CDK sunt recti; quippe per constructionem rectis SLC, SCH æquales. CGDK igitur est quadrilaterum circulo inscriptum, cujus latus unum CK est circuli diameter, & in quo dantur latus CG diagoniumque CD; item ratio inter oppositum latus DK alteramque diagonalem GK, eadem nempe quæ inter datorum Orbium semidiametros CS, RS. Et igitur (per præmissum Lemma) invenietur angulus GCD, cui æqualis est angulus ad verticem HCL; & huic rursus (per *Prop.* VIII. *El.* VI.) æquatur RSC, qui est Angulus Commutationis, quo distant Planetæ duo dati è Sole visi cum alter ex altero spectatus stare videtur. In triangulo porro RSC datis duobus lateribus SR, SC & angulo ab illis comprehenso RSC, invenientur anguli SRC, SCR; quorum ille est angulus quo inferior à Sole distat dum è superiore Stationarius apparet, hic angulus quo superior distat à Sole dum ex inferiore stare videtur.



Hanc Methodum Stationum puncta definiendi calculo aptam & spectatoris motui circa Solem magis naturalem & quasi innixam demonstravi, Geometricam hujus Problematis constructionem transiens à *Ptolemæo Lib.* XII. *Almagest.* consignatam, immobilis Terræ hypothesi accommodatam, quam jam olim *Apollonius Pergæus* tradidit, quam nihilo secius suis congruere principiis de motu Telluris ipse testatur *Copernicus Lib.* V. *Cap.* XXXV. *de Revolut.* quamque apud prædictos Auctores videre licet.

Si

Si duarum Orbitarum non ſit idem planum, altera ad alterius planum reducatur, demittendo à ſingulis Orbitæ reducendæ punctis perpendicula ad iſtud alterum, quo pacto Orbita circularis elliptica evadit, elliptica in alteram Ellipſin vel forſan in circulum mutatur. Verum nova Orbita facilius ducitur (ope Prop. XXXIII.) per quinque puncta, quorum duo ſunt eadem cum duobus Orbitæ ad cujus planum altera reducitur, communes nempe illius ſectiones cum hoc; tria alia inveniuntur quærendo Diſtantias à Sole Curtatas, ut Prop. XXXV. factum. Quod ſi Orbita altera vel utraque poſt reductionem elliptica ſit, Problema pari modo in illis conſtruitur, & calculus præcedens ſimiliter ad caſum iſtum applicatur, quo in Prop. XXXVI. factum eſt in caſu non abſimili. At ad inveniendam rationem inter RA & CD adhibenda eſt Prop. XLI. Lib. I. loco XXVII. ejuſdem adhibitæ in caſu quo utraque Orbita eſt circularis.

SECTIO V.

De Planetarum primariorum Tabulis, & earum Uſu.

Propter ſimiles rationes iis, quas ad Sect. IX. Lib. II. attulimus de conſtruendis Primi Motûs Tabulis, Artifices conſtruunt etiam Tabulas ad Planetarum ſitum, tum inter ſe tum reſpectu Fixarum, ad datum Tempus expedite inveniendum, quarum Artificium & condendi modum ex antecedentibus, Ordinem ex ſequentibus, colligere licebit.

PROPOSITIO XXXIX.

Tabulas deſcribere, quarum ope cujuſvis è Planetis primariis Locus Heliocentricus & Geocentricus ad datum Tempus expedite definitur.

Primo ponitur *Tabula Æquationis Temporis* duabus partibus conſtans, de quibus actum eſt Prop. XVII. Et quoniam in multiplici calculo opus eſſet tædii plenum binas partes componentes cum ſuis ſignis excerpere, & pro occaſione invicem addere aut ſubducere, unicam Tabulam ex illis invicem commiſtis conflatam conſtruunt, ad Calculatoris ævum aptatam, cum in eo ſitus punctorum Eclipticæ ad Terræ Aphelium ſenſibiliter non mutetur.

Quamvis Tabula hæc Æquationis Temporis univerſalibus annumerari queat, cum ad cujuſvis mobilis Locum determinandum Tempus adhibere oporteat, & quidem indicatum per aliquod æquabiliter latum; Tempus autem omne communiter (& aptiſſime) per Solem numeretur; oportet hujus motum naturâ ſuâ inæqualem ad æqualitatem reducere, hoc eſt, hujuſmodi Tabulâ uti: Tamen cum iſta Æquatio Temporis, per Solem indicata, pendeat ex duplici capite à ſitu Telluris ad Solem, hæc licet uſu generalis, & tam in Fixarum motu ex Lib. præc. quam Secundariorum ex inſe-

quente determinando necessaria, ex sua natura Planetarum primariorum Tabulis accensenda est.

Deinde Tabulæ pro unoquoque sex Primariorum, Saturno nempe, Jove, Marte, Tellure, Venere & Mercurio seorsim condendæ. Licet hic (hujusve inversus) sit Ordo Planetarum verus, & eorum Tabulæ (seorsim singulæ) sint naturaliter secundum illum disponendæ; apud nos Telluris incolas ut ipsæ Telluris Tabulæ principem locum teneant necesse est, cum quod per hasce Motus Telluris quæratur, unde Solis (Planetarum choragi) apparens motus pendet; tum quod hic propter Temporis Æquationem inde pendentem, & etiam immediate ad alterius cujusvis motum definiendum imprimis necessarius sit.

In Planetarum uniuscujusque Tabulis primo omnium constituenda est Radix Motûs dicti Planetæ; hoc est, ad assumptum Temporis medii punctum celebre in loco, cui Tabulæ aptantur, numeratum notatur ex præcedentibus Longitudo Heliocentrica dicti Planetæ, Aphelii Nodique ascendentis ejusdem; quarum prima, nempe Distantia Planetæ ab Æquinoctio ex duabus constat partibus heterogeneis; distantia nempe Aphelii Planetæ ab Æquinoctio, per angulum expressa, & distantia Planetæ ab Aphelio expressa per aream suæ Orbitæ.

Secundo, Motus Medii ab Æquinoctio ipsius Planetæ, Aphelii & Nodi pro Annis, horum decadibus, centenariis &c. item pro Mensibus, Diebus, Horis & Horæ partibus in Tabulas disponuntur.

Tertio, subnectitur Tabula exhibens Planetæ Anomaliam veram ad singulos gradus Anomaliæ mediæ ejusdem. Hæc construi poterit vel per III. Prop. vel approximando per IV, VI, vel VII. pro natura approximationis quam quisque adhibere velit.

Quarto, Tabula exhibens Distantiam Planetæ à Sole (per easdem Propositiones, una cum Prop. XXII. inventam) in partibus, quarum mediocris Distantia Terræ à Sole continet 100000, ad singulos Anomaliæ mediæ gradus. Hæ duæ Tabulæ commode in unam coalescunt, cuilibet Anomaliæ mediæ adscribendo congruam veram Anomaliam & Distantiam congruam. Distantiis hisce, ad calculi facilitatem, adduntur Logarithmi correspondentes; vel etiam Distantiarum Logarithmi soli in Tabulas disponuntur, cum illi ad calculum sufficiant.

Quinto loco ponitur Tabula exhibens Latitudinem Centricam, sive Inclinationem Planetæ ad planum Eclipticæ ad singulos gradus Distantiæ à Nodo proximo, quæ Distantia à Nodo ab Astronomis *Argumentum Latitudinis* vulgo nuncupatur.

Sexto, Tabula *Reductionis* dicta, quâ Planetæ Locus in propria Orbita ad Locum in Ecliptica reducitur, ostendens quanto promotior est aut minus promota in hac quam in illa.

Septimo, Tabula ostendens quanto intervallum Planetæ à Sole in propria Orbita curtandum est, ut ad Eclipticæ planum reducatur, demittendo à Planeta perpendiculum in illud. Cumque

tres

tres hæ (nempe Inclinatio, Reductio & Curtatio) ad singulos gradus Argumenti Latitudinis aptentur, tres præcedentes Tabulæ in unam commode coalescent; ut prius de tertia quartaque dictum. Tria hæc per vulgarem Trigonometriam expediuntur ex determinata Orbis planetarii Inclinatione ad Eclipticam, quod fit per Prop. XX.

Octavo, commode ponitur (per Prop. XXXVIII. inventus) Angulus Commutationis, efficiens in isto Planeta Stationem ex Terra apparentem. Et quoniam neque Planetæ neque Terræ Orbita est circularis, nec idem Angulus Commutationis in omni casu inservire potest, immo non idem in binis Stationibus proximis; Anguli Commutationis, Planetæ Stationem tam primam quam secundam producentes, ad quatuor octove Anomalias principaliores in Tabulam disponuntur.

In inferiorum unoquoque commode adnecti poterit (per Prop. XXXVI. constructa) Tabula, cum priore coalescens, Angulorum Commutationis in maxima Planetæ Elongatione à Sole tam ad Orientem quam Occidentem ad easdem Anomalias aptatorum. Adnectitur etiam Profunditas Solis sub Horizonte in articulis Ortûs Occasûsve Heliaci. Atque hæ sunt Tabulæ communiores ab Astronomis condi solitæ, ad Planetarum Loca expedite invenienda.

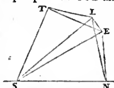
PROPOSITIO XL.

Cujuslibet Planetæ Locum, tam Heliocentricum quam Geocentricum, secundum Longitudinem & Latitudinem ex supra descriptis Tabulis ad propositum Tempus prompte supputare, ejusque Passiones definire.

Primo omnium propositum Tempus æquetur, ut Prop. XVII. ostensum est; & Telluris Locus è Sole visus ejusdemque à Sole Distantia ad Tempus istud medium inveniantur, ut in XVIII. Cumque ex prima Tabula ad Epocham assumptam dentur distantiæ propositi Planetæ, ejusque Aphelii & Nodi ascendentis ab Æquinoctio; & ex secunda horum Motus Medii facti inter dictam Epocham Tempusque propositum, ut dictum est, æquatum; dabuntur Planetæ Distantia media ab Æquinoctio Distantiæque Aphelii & Nodi ab eodem. Intervallum duarum priorum est Planetæ Anomalia media, cui ex tertia Tabula excerpatur congrua vera sive angularis Distantia à suo Aphelio Heliocentrica; & ex quarta Distantia ejusdem à Sole. Dabitur similiter Planetæ Distantia à Nodo, sive Argumentum Latitudinis, cui ex quinta excerpatur congrua Inclinatio, sive Latitudo Centrica; & ex sexta Reductio, quâ ad Eclipticam reducitur; & ex septima Curtatio, quâ subductâ à Distantia Planetæ à Sole in sua Orbita, prius ex Tabula quarta excerpta, relinquitur Distantia Planetæ à Sole Curtata.

Hoc modo habentur sequentia in schemate Prop. XXXV; sc. recta ST magnitudine, nempe Distantia Telluris à Sole; eadem positione, nempe Locus Telluris Heliocentricus; recta SE magnitudine, Curtata sc. Distantia Planetæ à Sole; & eadem positione, nempe Planetæ

netæ Locus ad Eclipticam reductus: Daturque proinde TSE angulus, inter datas positione rectas comprehensus, qui & Commutationis est; invenietur igitur angulus STE Elongatio Planetæ à Sole è Tellure visa. Sed datur locus Solis è Terra visus; & ideo dantur Planetæ Locus Geocentricus in Ecliptica & TE Distantia Planetæ à Terra.



Rursus, quoniam LE est normalis ad Eclipticæ planum TSNE, triangula SEL, TEL sunt rectangula ad E; & ideo tangentes angulorum ETL, ESL sunt in eadem ratione cum ES, ET: Sed ESL est Latitudo Planetæ Heliocentrica prius ex Tabula propria deprompta, & ratio ES ad ET datur; dantur enim ipsæ rectæ, (sed & harum ratio eadem est cum ratione sinuum oppositorum angulorum STE Elongationis, & TSE Commutationis;) quare ETL Planetæ Latitudo Geocentrica innotescit.

Porro, ex supra inventis Angulo Commutationis & Planetæ Anomalia, invenitur in octava Tabula num dictus Planeta sit in Statione prima vel secunda. Quod si Commutationis Angulus minor sit quam qui in hoc Planeta Stationem facit, erit Planeta Retrogradus; si major, Directus; ut superius ostensum. Eodemque modo ex eadem Tabula invenietur num Venus aut Mercurius sit à Sole maxime Elongatus. Et ex Planetæ loco supra invento, & cognita Depressione Solis ad hoc requisita, Tabulæ huic subnexa, determinabitur (per Prop. XXXVIII. Lib II.) num Planeta oriatur occidatve Heliace, aut sub Solis radiis lateat. Et denique per eandem methodum, quâ Lunæ Phasis delineata est Prop. XVII. Lib. I, delineabitur Martis, Veneris vel Mercurii Phasis ad Tempus datum. Jupiter vero & Saturnus semper pleno orbe fulgent; ut Prop. IX. Lib. I. dictum est.

In Propositione hac ad casuum omnium varietatem non attendimus; sc. num arcus hic ab illo, aut vicissim ille ab hoc sit subducendus; nec ad diversa symptomata Inclinationis & Latitudinis Borealis & Australis, Elongationis Orientalis aut Occidentalis, & reliquorum hujusmodi; neque quomodo, ex duobus hinc inde numeris, Tabularis numerus quæsitus intermedius per proportionem sit inveniendus: Non enim calculi præcepta tradimus Supputatori ad literam observanda, sed ejus principia Geometrica.

SCHOLIUM.

Licet Tabulæ superius descriptæ naturales sint satis & vulgo adhibitæ, tamen ad Planetarum Loca promptius invenienda hoc modo aut simili commode construuntur Tabulæ ab iis, qui Aphelia & Nodos Orbium planetariorum pro immotis habent; ut *Streetius* de Planetis omnibus, D. *Flamstedius* saltem de Telluris Apsidibus.

Pro Planeta unoquoque constituendæ sunt Radices, non Longitudinis Planetæ ejusque Aphelii & Nodi ut prius, sed Anomaliæ mediæ Planetæ: Et Motus Anomaliæ pro Annis expansis & collectis; Mensi-

Mensibus, Diebus, (vel potius ad singulos Dies singulorum Mensium currentium,) Horis &c.

Hisce adduntur sequentia, quæ eadem semper manent, Orbis planetarii situm definientia ejusque Theoriam integram per numeros expressam exhibentia; nempe 1. Distantia in Ecliptica computata Aphelii à Fixarum aliqua, (puta Arietis prima,) sive differentia Longitudinis dictæ Fixæ & Aphelii planetarii, quæ & *Longitudo Aphelii à Fixa* vocatur; 2. Longitudo Nodi ascendentis Planetæ ab eadem Fixa; 3. Inclinatio Orbis Planetæ ad Eclipticæ planum; 4. majoris Axis Orbitæ planetariæ ejusque Excentricitatis Magnitudines expressæ in partibus, quarum Distantia à Terra mediocris continet 100000: Ex hisce enim, per Propositiones respectivas, inveniuntur ad quamlibet Anomaliam Planetæ mediam Planetæ Longitudo ab Arietis prima, Inclinatio sive Latitudo Heliocentrica Borealis vel Australis, & Distantia Planetæ à Sole Curtata. Ex quibus Anomaliæ mediæ, cui congruunt, secundum artem adscriptis Tabulæ conficiuntur; loco tamen ipsius Distantiæ Curtatæ ad calculum sufficit ejus Logarithmus. Nam quia (per Prop. XLIII. Lib. I.) Fixæ & Orbium Planetariorum situs mutuus manet, sive Nodorum Apsidumque Lineæ quiescunt, (saltem ab hujus artificii Auctoribus pro immotis habentur;) ad idem ejusdem Orbitæ punctum, hoc est, ad eandem Anomaliam mediam, hæc tria in eodem Planeta eadem & invariata manent. His ex Tabulis excerptis, reliqua fiunt ut supra in Propositione. Longitudo autem primæ Arietis ad Tempus datum invenitur ex Tabulis Fixarum, de quibus Prop. LXVIII. Lib. II. Reliqua de Planetarum Passionibus similiter exequenda atque superius.

Quæ prædictis ad usum parationes sunt Tabulæ, *Motuum Cœlestium Ephemerides* vocantur, ex perpetuis supra descriptis ad certos Annos supputatæ, Planetarumque singulorum Loca secundum longum & latum, Passiones, & Aspectus mutuos tam ex Solis quam ex Terræ centro visos, ad singulos dies ostendunt; quibus adduntur Lunæ Loca etiam ad dies singulos computata, ejusdem Phases, Solis Lunæque Defectus, aliaque ex Libro sequente reperta.

PROPOSITIO XLI.

IN Planetis primariis invicem collatis Quadrata Temporum Periodicorum sunt ut Cubi majorum Axium Orbitarum Ellipticarum, quas circa Solem describunt.

Referat S Solem; MFTN Orbitam Terræ, cujus Apsides M & N; AEPB alterius cujusvis Planetæ Orbitam, cujus Apsides A & P, quæ ita in schemate annexo delineata intelligantur, ut linearum MN, AP eadem sit inclinatio ad invicem, quæ ex præcedentibus inter dictorum Planetarum Lineas Apsidum in Cœlo deprehenditur; & eadem ratio inter illarum Cubos, quæ intercedit inter Quadrata Temporum periodicorum eorundem Planetarum. Dico, quod manente

Digitized by Google

Orbitâ Telluris, alter Planeta nequit moveri in alia quavis Orbita præter modo deſcriptam AEPB. Si enim fieri poteſt, ſit dicti Planetæ Orbita αεπβ diverſa; hoc eſt, major vel minor quam Orbita AEPB. Deſignet F punctum in Orbita Terræ, in quo Tellus verſatur cum Planetæ alteri juncta eſt Heliocentrice. Ducta SF (& ſi opus eſt producta) oſtendet in Orbita AEPB punctum B, in quo alter Planeta tum reperiretur ſi in Orbita hac moveretur; & in Orbita αεπβ, quam deſcribere ſupponitur, punctum β, in quo revera reperitur. Digreſſâ vero Tellure ab F alteroque Planetâ à β, poſt certum tempus reperiatur illa in T, hic in ε: Juncta Sε occurret Orbitæ AEPB in E puncto, in quo Planeta repertus fuiſſet ſi Orbitam AEPB deſcripſiſſet, cum periodicum Tempus ſatis ſit cognitum & certum. Ductis rectis ET, εT, erit angulus STε Elongatio Planetæ à Sole ad dictum Tempus: Hæc autem Elongatio obſervatis non congruit, ſiquidem Elongatio STE (deducta ex hypotheſi quod Planeta Orbitam AEPB deſcribat) iis congruat. Et igitur poſitâ METN Telluris Orbitâ, Planeta iſte alter non deſcribit Orbitam αεπβ ab AEPB Orbita diverſam. Orbitarum vero AEPB, MFTN Axium majorum Cubi ſunt ut Planetarum in Orbitis illis motorum Temporum periodicorum Quadrata. Idemque de aliis Planetis cum Tellure collatis, propter ſimiles rationes, colligitur: Et igitur, ex æquo, in duobus quibuſvis Planetis primariis inter ſe collatis Quadrata Temporum periodicorum ſunt ut Cubi majorum Axium Orbitarum, in quibus feruntur.

Et generaliter congruentia Locorum ſupputatorum cum obſervatis Orbitæ cujuſvis Planetæ Situm verum & veram Speciem arguit æque ac Magnitudinem veram. Tam vario enim inter ſe miſcentur Situs Terræ & aliorum Planetarum, ut errores notabiles in cujuſvis Orbita & Theoria ordinandis admiſſi ſe quandoque manifeſto proderent, ſenſibileſque admodum fierent: è contrario vero ex Tabulis dictis Theoriis innixis deducta Planetarum Loca obſervatis mire congruunt. Interim tantilla ab obſervatis diſcrepantia aliis cauſis debetur; Actioni nempe Planetarum in ſe mutuo, cujus effectus in Planetarum motibus perturbandis inferius conſiderandi ſunt, & Orbitæ Planetarum inde rectificandi.

PROPOSITIO XLII.

Dato Planetæ Loco Geocentrico dato Tempori congruo, ejuſdem Locum ex data in ſuperficie Habitatione viſum ad dictum Tempus ex Tabulis depromere.

Si Habitatio data non ſit in eodem Meridiano Terreſtri cum Loco, ad quem Tabulæ conſtructæ ſunt, Tempus datum numeratum in illa reducatur ad Tempus numeratum ſub hoc, ope Tabularum

rum, Sect. ix. Lib. ii. descriptarum. Ad Tempus illud inveniantur (per Prop. xxxvi. Lib. ii.) è centro Terræ visa ejus Altitudo supra Horizontem Habitationis datæ & Azimuthus. Altitudini sic inventæ congrua excerpatur Solis Parallaxis ex Tabula per Prop. xlvii. Lib. ii. constructa, ex Parallaxi unius Distantiæ uniusque Altitudinis, vel per aliquam Prop. Lib. ii, vel per aliquam è subsequentibus cognita: Eritque (per Prop. xlviii. Lib. ii.) Parallaxis Planetæ in eadem Altitudine supra Horizontem ad supra excerptam Solis Parallaxin ut Distantia Solis à Terra ad Distantiam Planetæ ab eadem: Sed Distantiæ hæ in Planetæ Loco per præced. computando notæ erant; quare & Planetæ Parallaxis Altitudini isti competens invenitur. Hæc ergo subducenda est ab Altitudine Geocentrica supra inventa, ut evadat Altitudo semel correcta in Habitatione data. Altitudini per Parallaxin sic correctæ addatur Refractio congrua, ex Tabula Refractionis per Prop. lxvi. Lib. ii. constructa, de cujus usu actum est Prop. lxviii. ejusdem; conficieturque Planetæ Altitudo apparens in Habitatione data, Azimutho primum invento manente immutato. Ex Altitudine hac apparente & Azimutho inveniatur per Propositiones xxvi. & xxvii. Lib. ii. Planetæ Locus, qui in data Habitatione erit apparens. Tempus propositum in Meridiano cui Tabulæ aptantur numeratum & postea ad Meridianum datæ Habitationis reductum, cum sit medium, (quali opus est ad Tabularum usum,) reducitur ad apparens per Prop. xvii: Itaque Planetæ Locus apparens, ad datum Tempus nunc apparens factum, inventus est.

SECTIO VI.

De Orbium planetariorum Magnitudine.

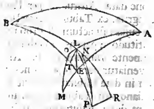
In præcedentibus ipsos Planetas tanquam puncta in Orbitis suis mota consideravimus; hoc est, ab illarum Magnitudine abstraximus. Et in isto casu perinde est, quoad Phænomena, cujus Magnitudinis ponatur cujusvis Orbita, modo reliquæ omnes ad hanc rationem & positionem habeant quas in ipsa rerum natura obtinent. Ideo communem Orbitarum omnium earumque partium mensuram ubique posuimus Axem majorem Orbitæ, quam Tellus (spectatoris domicilium) circa Solem describit, aut hujus semissem, Telluris à Sole Distantiam mediocrem, de hujus mediocris Distantiæ Magnitudine parum solliciti. Nunc vero cum reliquorum Planetarum Magnitudo cum Telluris Magnitudine comparanda venit, oportet prædictas Distantias cum Telluris Diametro comparare; quod ex cognita Parallaxi fiet, ut Lib. ii. est ostensum. Et licet Planetæ Parallaxis per aliquam Parallaxis inveniendæ methodum Lib. ii. traditam investigari posset, si quantumvis accurate observare liceret; quoniam tamen plurima nimis obvia huic obstant, methodos duas proponemus, quibus observatio hæc, imprimis lubrica, absque

notabilis erroris periculo institui possit. In prima per binas observationes in duobus Telluris Locis simul factas; in secunda ope duarum in eodem Loco factarum res conficietur.

PROPOSITIO XLIII.

Ex duorum Planetarum Conjunctione, in datis duobus Terræ locis observata, utriusque Planetæ Parallaxin investigare.

Sint Loca vera duorum Planetarum in Conjunctione *Corporali* (hoc est, ubi alter alterum contingere vel tegere videtur) observatorum L & E. Ductus concipiatur circulus AB per Locorum Terrestrium vertices A & B. Ducantur verticales circuli AEM, ALO, BEP, BLN. Observentur Planetæ è Locorum datorum altero (cujus nempe vertex est A) in O & M. Cumque dentur Loca ubi Observationes instituuntur, dabitur (per Prop. XXXII. Lib. II.) differentia Meridianorum; adeoque nomina horarum, quibus idem quodvis temporis instans in dictis duobus Locis insignitur: & propterea idem temporis momentum poterit eligi ad observationem in datis Locis instituendam. Eodem igitur instanti,



quo Planetæ in O & M observantur è Loco cujus vertex A, observentur è Loco cujus vertex B, *ex. gr.* in N & P. Ducantur circuli maximi LE, OM, NP. Observentur quoque (vel per Micrometrum, vel, quod hujus instar est, fila varie in Telescopii foco tensa, vel etiam ope Icoscopii imaginem in planum projiciendo, vel alio quovis modo Artificis industriæ relinquendo) arcuum NP, OM (qui in Conjunctione Corporali, ob parvitatem, erunt rectæ) & angulorum PNB, NPB, AOM & AMO magnitudines. Datur jam, ex horum Planetarum Theoria, ratio Distantiarum eorundem à Terræ centro, ex qua & eorum Altitudinibus (exacte satis ad hoc propositum observatis) dantur (per Prop. XLIX. Lib. II.) rationes inter sinus arcuum LN, EP, LO, EM, & proinde (per 1. *Dat.*) dato uno innotescunt omnes. Ex puncto P in Azimuthum BN productum demittatur perpendicularis arcus PR: Et in triangulo sphærico rectangulo PNR, è datis latere PN & angulo PNR, inveniantur latera NR, RP & angulus RPN; innotescit igitur angulus RPE. Ponatur (more Analystarum) Sinus Parallaxis LN computationis Radix: Et è datis sinubus arcuum LN, NR inveniatur (per ea quæ tradit *Ptolemæus Cap.* IX. *Lib.* I. *Almagest.*) sinus arcûs LR eorum summæ. Deinde, in triangulo sphærico LPR rectangulo ad R, è datis sinubus laterum LR, RP, inveniantur sinus lateris LP & anguli LPR: E datis itaque sinubus angulorum LPR & EPR (per ostensa à *Ptolemæo* in loco citato) inveniatur sinus differentiæ eorum; nempe anguli LPE. Ex puncto L in Azimuthum BP demittatur arcus perpendicularis LT. In triangulo igitur sphærico PLT

rectangulo

rectangulo ad T, è datis finubus lateris LP & anguli LPT, inveniantur finus laterum LT, TP: Datur igitur finus arcûs ET, differentiæ nimirum arcuum EP, TP. Et tandem in triangulo fphærico ETL rectangulo ad T, è datis finubus laterum LT, ET, inveniatur finus lateris EL. Eodem prorfus modo inveniatur finus lateris EL, è datis finubus arcuum LO, EM, expreffus per prius pofitam Radicem: Dabitur ergo æquatio inter finum arcûs EL primo inventum & finum eundem fecundo inventum, cujus refolutio dabit valorem Radicis, five Sinûs arcûs LN; unde omnia quæfita innotefcent.

Quod fi eligantur Loca talia in Terra, ut Planetæ communem Locorum Azimuthum tranfeant, atque iftud temporis inftans in quo horum alter dictum communem Azimuthum tenet; conftructio hæc migrabit in particularem iftam *Prop.* LXXXVII. *Opt. Prom. Jacobi Gregorii.*

LEMMA.

D*Atis intervallo duarum quantitatum & ratione inter illas, quantitates invenire.*

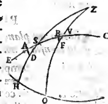
Sumatur quantitas, quæ eft ad notum intervallum ficut major terminus rationis datæ ad differentiam terminorum; erit hæc quæfitarum major: Nam in quatuor proportionalibus, facta ex duabus prioribus funt in eadem ratione cum fimiliter factis ex duabus pofterioribus. Si major multetur dato intervallo, relinquetur minor.

PROPOSITIO XLIV.

E*X Obfervationibus duabus ejufdem Conjunctionis Corporalis duorum Planetarum, in eodem Loco habitis, utriufque Planetæ Parallaxin determinare.*

Obfervetur, prope Conjunctionem Corporalem, motus vifus duorum Planetarum ad Eclipticam reductus, à fe mutuo (vel ad fe mutuo) dato tempore factus: Et per notam, ex præcedentibus, utriufque Planetæ Theoriam determinetur eorum motus à fe mutuo, in Ecliptica computatus, ex centro Terræ fpectatus, eodem tempore factus; quod fatis accurate fieri poterit, fi tempus non fit nimis magnum. Ex hifce igitur arcubus datis, nempe vero & vifo Planetarum motu à fe mutuo eodem tempore facto, determinanda eft utriufque Parallaxis.

Referat HO Horizontem, Z Zenith & EC Eclipticam: Sitque SV arcus Eclipticæ, quo Planetæ (ex centro Terræ fpectati) dato tempore à fe mutuo moventur, ex eorum Theoria notus; & AB arcus Eclipticæ, quo à fe invicem eodem tempore moveri videntur, obfervatione cognitus; datur ergo horum differentia. Per A & B intelligantur ducti Latitudinis circuli AD, BF, verticalibus ZH, ZO per S & V ductis occurrentes in D & F: eftque SA Parallaxis Longitudinis pro-



 pioris

pioris Planetæ à remotiore, sive excessus majoris Parallaxis Longitudinis supra minorem in hoc situ; & VB excessus majoris Parallaxis supra minorem in altero. Ratio arcus AS ad arcum BV componitur ex rationibus AS ad SD, SD ad VF, & VF ad BV; ratio autem AS ad SD innotescit, quia in triangulo rectilineo ASD rectangulo ad A datur angulus ASD, per Prop. XXXVI. Lib. II. inventus; ratio SD ad VF invenitur per Prop. XLVII. Lib. II; & ratio VF ad BV invenitur ut prius ratio AS ad SD; quare ratio AS ad BV ex hisce composita nota est: Sed arcuum AS & BV nota etiam est differentia, eadem nempe cum data differentia arcuum AB & SV; & igitur (per Lem. præc.) dabuntur ipsi arcus AS & BV. Adeoque (per 2. *Dat.*) dabuntur & ipsi SD & VF; hoc est, excessus Parallaxis majoris supra minorem in Altitudine data: poterit enim Altitudo HD vel OF satis exacte ad istud propositum observari. Et inde excessus majoris Parallaxis horizontalis supra minorem horizontalem (per Prop. XLVII. & LXIII. Lib. II.) etiam dabitur: Sed per Prop. XXXV. datur ratio inter Distantias datorum Planetarum à Terra tempore observationis, (nam utriusque Distantia à Tellure in partibus mediæ Distantiæ Telluris à Sole exprimitur;) & ideo ratio Parallaxium horizontalium eorundem Planetarum etiam datur, quippe (per Prop. XLVIII. Lib. II.) prioris reciproca: Et igitur (per Lem. præc.) dantur ipsæ Planetarum Parallaxes horizontales.

Atque hinc omnium Planetarum Parallaxes determinantur: Nam ex data Parallaxi unius Planetæ dantur Parallaxes omnium per Prop. XLIX. Lib. II; quia, ex præcedentibus, ad tempus datum datur ratio inter illorum Distantias à Telluris centro.

Scholium.

Quamvis duo quilibet Planetæ in qualibet Conjunctione (modo in Prop. præced. ostenso) adhiberi possint ad utriusque Parallaxin determinandam, immo Planeta quivis (Mars *v. g.* in situ Achronychio Terræque proximo) conjunctus Fixæ, cujus Parallaxis est nulla, ad ejus Parallaxin (tum temporis maximam) definiendam sufficiat, inferiorum alter Solis discum transiens proposito est aptissimus; præcipue Venus, cujus Parallaxis est maxime sensibilis, quippe tunc propioris, & Theoria, in quantum rei huic est necessaria, satis accurate nota.

PROPOSITIO XLV.

Orbitarum planetariarum Axes majores, Excentricitates &c. in mensuris notis determinare.

Ad quodvis tempus (per præcedentium duarum aliquam vel aliam quamlibet praxin Lib. II. indicatam) inveniatur cujusvis Planetæ Parallaxis cognitæ Altitudini apparenti competens; & inde dabitur ratio Distantiæ Planetæ à centro Terræ ad Semidiametrum

metrum Terræ; eadem nempe (per Prop. XLVI. Lib. II.) quæ est inter sinum Distantiæ apparentis à vertice & sinum Parallaxis. Atqui (per Prop. XXXV.) datur ratio inter Distantiam Planetæ à centro Terræ & ejusdem Distantiam à Sole ad Tempus istud cognitum; & (ex superioribus) ad idem Tempus datur ratio Distantiæ Planetæ à Sole ad Orbitæ Axem majorem ejusque Excentricitatem &c: Et igitur, ex æquo & per 2. *Dat*, dabitur ratio istarum rectarum ad Terræ Diametrum; hoc est, dabuntur omnes istæ Orbitarum dimetientes rectæ per Terræ Diametros expressæ. Cumque ex Scholio Prop. XVII. Lib. II. Terræ Diameter cognita sit in mensuris notis & familiaribus, dabuntur etiam prædictæ Orbitarum rectæ in iisdem.

Hinc ad Tempus propositum Distantiæ Solis & Planetarum primariorum à Terra per Terræ Semidiametros aliasve mensuras notas expressæ innotescunt: Nam ad dictum Tempus distantiæ istæ expressæ in partibus mediocris Distantiæ Terræ à Sole notæ sunt per Propp. XXXIV. & XXXV, & (per hanc) dicta mediocris Distantia Terræ à Sole in notis mensuris cognita est.

SECTIO VII.

De Magnitudine & Densitate Solis & Planetarum primariorum.

PROPOSITIO XLVI.

Solis Planetarumque primariorum Magnitudinem definire.

Consonum est ut hoc loco, post traditam Planetarum Theoriam, agamus etiam de illorum Magnitudine & Densitate, ex quibus conjunctim Quantitas Materiæ in singulis pendet; præsertim cum quædam in eorum Motu Orbiumque dimensione hinc rectificanda veniant.

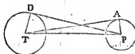
Sit horum aliquis ABC, cujus centrum P; sitque O oculus Observantis. Jungatur recta OP, per quam ductum intelligatur planum secans Solis vel Planetæ corpus sphæricum in ejus circulo maximo BAC. Ex O ducantur rectæ hunc tangentes OA, OB, & jungatur PA recta. Angulus AOB idem est cum dicti corporis Diametro apparenti ex O, secaturque hic bifariam per OP rectam. Observetur hæc per methodos Astronomis satis



notas, quo pacto in triangulo AOP noti erunt omnes anguli: nam (per *Prop.* XVI. *El.* III) A est rectus, & AOP est observatæ Diametri apparentis semissis; unde innotescit ratio laterum OP & AP: Sed (per Prop. XLV.) datur ratio inter Terræ Semidiametrum & OP Planetæ Distantiam; & igitur, ex æquo, datur ratio inter Semidiametros Terræ & Planetæ; ergo & hujus triplicata etiam est data, nempe

nempe ratio inter Terram & Planetam. Datur autem Terræ Magnitudo per Schol. Prop. XVII. Lib. II; & igitur Planetæ Magnitudo (per 2. *Dat.*) data est. Q. E. F.

Si per Terræ & Planetæ centra T & P traductum planum secet utrumque, erunt hujus plani cum istis corporibus sectiones communes circuli in illis maximi. Quod si ducantur tangentes rectæ TA, PD, & jungantur TP, TD, AP; hæ duæ ultimæ coincidunt fere cum arcubus centris T & P & distantiâ TP descriptis; ac proinde sunt in eadem ratione cum angulis TPD, PTA quos subtendunt, quorum hic est Semidiameter Planetæ apparens, ille ejus Parallaxis horizontalis: & proinde inverse Diameter Planetæ est ad Terræ Diametrum ut Semidiameter Planetæ apparens ad Parallaxin ejus horizontalem. Dantur autem tres posteriores hujus analogiæ termini; ergo & primus, Planetæ nempe Diameter.



SCHOLIUM.

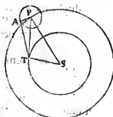
Per methodum prædictam Solis Planetarumque præter Terram omnium Magnitudines inter se accurate comparari poterunt. Nam illorum Diametri sunt in ratione composita ex ratione Distantiarum & ratione sinuum semi-angulorum sub quibus videntur, hoc est, fere, Diametrorum apparentium: Ratio vero Distantiarum per Prop. XXXV. inventa eadem est cum vera per Prop. XLI; & Diametrorum apparentium ratio ex observatione citra dubium constat. Verum comparatio Magnitudinum istorum corporum cum Magnitudine Telluris pendet à Planetæ alicujus Parallaxi. Si hæc accurate non detur, dicta comparatio accurate institui nequit. Optimos ejus investigandæ modos supra propriis locis tradidimus: Sed horum ultimus Prop. XLIV. traditus ad praxin maxime accommodus videtur, si ad Venerem in Solis disco visam applicetur; quod nondum factum est, nec ante Annum 1761 (cum Venus in Sole secundo ab hominibus videbitur) fieri poterit. Si interim Terræ Diameter ex Sole visa statuatur mediocris inter reliquorum quinque Diametros ex eodem visas, (quod verisimillimum est à vero non multum aberrare, & porro Solis Parallaxi per Mercurii in Sole visi observationem, aliasque observationes aliter institutas, definitæ proxime congruit,) Planetarum omnium & Solis Magnitudines prodibunt illorum veris Magnitudinibus satis propinquæ, & pro veris habendæ, donec aliquid certius de Parallaxi Solis ex observationibus statuatur.

PROPOSITIO XLVII. LEMMA.

Invenire rationem Distantiæ dati Secundarii à suo Primario ad Distantiam dati Primarii à Sole.

Referat S Solem; T Terram; P Planetam quemvis, cujus Satelles A. Observetur ex T maxima hujus Elongatio à P, nempe angulus ATP. Igitur in triangulo PAT rectangulo ad A, dato angulo T dabitur

bitur ratio lateris AP ad PT: & per Prop. XXXV. datur ratio PT ad TS, & ratio TS ad Diſtantiam alterius cujuſvis Planetæ à Sole etiam eſt nota; & igitur non latebit ratio inter Diſtantiam dati Satellitis à ſuo Primario & Diſtantiam cujuſvis Primarii à Sole.

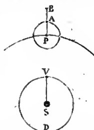


Quod ſi Satelles propoſitus ſit Luna noſtra, Problema aliter ſolvi nequit quam (per aliquam ex methodis ſupra traditis aut ſimilem) inveſtigando Diſtantiam Solis à Terra, & (per eandem, aliamve vel hactenus traditam vel inferius Lib. IV. tradendam) Diſtantiam Lunæ ab eadem.

PROPOSITIO XLVIII.

Invenire rationem Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in dato Planeta primario, circa quem Satelles revolvitur.

Sit S Sol; P Planeta primarius datus, circa quem aſſecla A rotatur; ſitque V alter quivis è Primariis ad libitum aſſumptus: fiat PB æqualis SV, & concipiatur corpus quodvis in B locatum: eritque (per Prop. XLIX. Lib. I.) Quantitas Materiæ in S ad Quantitatem Materiæ in P, ut gravitas acceleratrix corporis V verſus S ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus P. Et ratio gravitatis acceleratricis corporis V verſus S ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus P componitur ex ratione gravitatis acceleratricis corporis V verſus S ad gravitatem acceleratricem corporis A verſus P, & ratione gravitatis acceleratricis corporis A verſus P ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus idem P. Sed (per Prop. XXVI. Lib. I.) gravitas acceleratrix corporis V verſus S eſt ad gravitatem acceleratricem corporis A verſus P in ratione compoſita ex ratione rectæ SV ad PA rectam, & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis A circa P ad Tempus periodicum Primarii V circa Solem; & gravitas acceleratrix corporis A verſus Planetam P eſt ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus eundem in duplicata ratione rectæ PB (ſive huic æqualis SV) ad rectam PA. Et igitur gravitas acceleratrix corporis V verſus S eſt ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus P; hoc eſt (ut ſupra oſtenſum) Quantitas Materiæ in S eſt ad Quantitatem Materiæ in P, in ratione compoſita ex ſequentibus tribus; *viz.* ratione rectæ SV ad rectam PA, duplicata ratione Temporis periodici Satellitis A circa Planetam P ad Tempus periodicum Primarii V circa Solem, & duplicata ratione rectæ SV ad rectam PA. Prima vero ratio componens & ultima faciunt triplicatam rationem



tionem rectæ SV ad PA: Unde Quantitas Materiæ in S est ad Quantitatem Materiæ in P in ratione composita ex triplicata ratione SV ad PA, & duplicata ratione Temporis periodici Satellitis A circa P ad Tempus periodicum Primarii V circa Solem. Utraque autem componens ratio datur; nempe ratio SV ad PA per præmissum Lemma, & ipsa Tempora periodica per observationem: non latebit igitur ratio composita; nempe ratio Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in Primario P.

Hinc invenietur ratio Quantitatis Materiæ in Planetis tribus Satellitio donatis; inveniendo sc. rationem Quantitatis Materiæ in illorum unoquoque ad Quantitatem Materiæ in Sole.

SCHOLIUM.

Similiter invenietur ratio Gravitatis Acceleratricis in superficie Solis ad Gravitatem Acceleratricem in superficie cujusvis Planetæ Satellitem habentis. Habentur enim ratio Gravitatis in superficie Solis ad Gravitatem in V, duplicata sc. rationis Distantiæ SV ad Semidiametrum Solis ex præcedentibus cognitæ, & ratio Gravitatis in V versus Solem ad Gravitatem in A versus Planetam, inventa ut supra; item ratio Gravitatis in A ad Gravitatem in superficie Planetæ P, duplicata notæ rationis quam habet Semidiameter Planetæ ad Distantiam Satellitis à Primario. Liquet jam rationem ex tribus hisce notis rationibus compositam eandem esse cum ratione Gravitatis in superficie Solis ad Gravitatem in superficie Planetæ P. Et hinc rursus, ex æquo, determinabitur ratio Gravitatis in superficie unius Planetæ ad Gravitatem in superficie alterius, si uterque Satellite gaudet.

PROPOSITIO XLIX.

Invenire rationem Densitatis Solis ad Densitatem Planetæ cujusvis Primarii, circa quem Satelles revolvitur.

Si duo corpora A & B sint ejusdem magnitudinis, patet quantitatem materiæ in A esse ad quantitatem materiæ in B ut densitas ipsius A ad densitatem ipsius B: Et si ejusdem fuerint densitatis, quantitas materiæ in A est ad quantitatem materiæ in B ut corporis A magnitudo ad magnitudinem corporis B: Et igitur, licet neque magnitudines neque densitates æquentur, ratio quantitatis materiæ in A ad quantitatem materiæ in B componitur ex directa ratione densitatum & directa ratione magnitudinum eorundem. Unde ratio densitatis corporis A ad densitatem corporis B componitur ex ratione quantitatis materiæ in A ad quantitatem materiæ in B, & ratione magnitudinis corporis B ad magnitudinem corporis A; hoc est (in casu præsenti) Densitas Solis est ad Densitatem Planetæ in ratione composita ex ratione Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in dicto Planeta, & ratione Magnitudinis Planetæ ad Magnitudinem Solis. Sed (per Prop. præc.) datur componentium rationum prior, si Planeta Satellite gaudet;

&

& (per Prop. XLVI) datur posterior; ergo datur ratio ex iis composita, nempe Densitatis Solis ad Densitatem Planetæ.

COROLLARIUM.

Hinc, ex æquo, habetur ratio inter Densitates trium è Planetis primariis, nempe Saturni, Jovis & Terræ. Trium reliquorum Densitates hinc analogice derivare licebit. Nullum est dubium, quin sapientissimus Mundi Conditor Deus O. M. Planetas in diversis à Sole distantiis collocaverit, ut quilibet pro gradu Densitatis calore Solis majore vel minore fruatur: Materia enim densior ad operationes naturales obeundas majorem calorem requirit. Sed & Magnitudinis Planetarum aliquis proculdubio est respectus, cum similium corporum minora, cæteris paribus, fortius intimiusque calefiant; quippe respectu suæ molis majorem superficiem habentia, ac proinde plures radios excipientia.

PROPOSITIO L.

Orbitarum planetariarum Axes majores superius inventas corrigere.

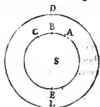
Prop. XXIV. capti sunt Orbium Axes majores in ratione subsesquiplicata Temporum periodicorum: nempe à Massis Planetarum abstractum est ut decuit ante illarum determinationem, & Planetæ pro punctis habiti in Ellipsibus circa immotum Solis centrum in umbilico positum revoluti. Quoniam vero propter Solis & Planetæ Actiones mutuas, quibus fit (per Prop. LVIII. Lib. I.) ut Planeta Ellipsin describat cujus Focus est commune gravitatis centrum sui & Solis, similem (per Prop. LI. Lib. I.) illi quem circa immotum Solem viribus iisdem attractus describeret; & (per Prop. LIV. Lib. I.) ostensus est major Axis Ellipseos, quam Planeta quivis describit circa Solem simul circa commune centrum gravitatis revolventem, esse ad Axem majorem Ellipseos, quam idem Planeta circa Solem quiescentem eodem Tempore periodico describere posset, in subtriplicata ratione summæ Massarum Solis & Planetæ ad Massam Solis; ideo Orbitæ cujusque Planetæ Axis major (per Prop. XXIV. inventus) augendus est in dicta ratione subtriplicata summæ Massarum Solis & Planetæ ad Massam Solis, ut evadat correctus. Datur vero (per Prop. XLVIII.) ratio inter Massas Solis & Planetarum; & igitur datur ratio, in qua Orbitarum Axes majores (per Prop. XXIV. inventi) sunt augendi, ut evadant correcti.

PROPOSITIO LI.

Errores motûs Planetarum circa Solem à mutua Actione oriundos æstimare.

Si S referat Solem, ABCE & DL duorum Planetarum Orbitas; patet, dum Soli propior est in A remotiorque in D, (Planetis nimirum ad Conjunctionem Heliocentricam tendentibus,) per mutuam Attractionem Soli propiorem aliquantulum accelerari,

remotiorem retardari; & cum post Conjunctionem ad situm qualis est C & D pervenerint, remotiorem accelerari, propiorem retardari; & prope Conjunctionem Heliocentricam Distantiam remotioris à Sole minui, propioris augeri. Cumque Massæ Solis & utriusque Planetæ (per Prop. XLVIII.) datæ sint, & Distantiæ mutuæ ex superioribus etiam sint datæ, & quidem (per Prop. præc.) correctæ; dabitur ratio Attractionis cujusque in Solem ad Attractionem in alterum, & inde ratio Erroris à mutua Attractione oriundi ad effectum Vis ejus, quâ quisque in Orbe proprio circa Solem retinetur.



Quod si Error omnis in Planetam à Sole remotiorem rejiciatur, propioris Orbitâ manente, hoc fere fiet (per Prop. LVIII. Lib. I.) constituendo umbilicum Orbis exterioris in communi centro gravitatis Solis & interioris.

Errores isti in Jove & Saturno maxime sunt sensibiles, propter ingentes istorum Planetarum Massas.

SCHOLIUM.

Sunt & inæqualitates ex mutua Actione Primarii & suorum Satellitum oriundi: Nam (per Prop. LXIII. Lib. I.) non Primarii centrum, sed centrum gravitatis Primarii & Satellitum, Orbitam Ellipticam circa Solem describit. Quoniam vero hæc à quantitate materiæ in istis Secundariis pendent, cujus determinandæ ratio ad Librum sequentem proprie spectat, de illis nunc tacemus.

SECTIO VIII.

De Figura Solis & Planetarum.

PROPOSITIO LII.

D*Eterminare Telluris Figuram; hoc est, rationem quam ejus Axis habet ad Diametros eidem normales.*

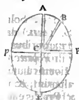
Libro primo Prop. XXXI. generatim, ex causis propriis, est ostensum Solem & Planetas Figurâ indutos esse versus Polos depressâ, versus medium inter Polos circulum elevatâ, ad Sphæroidem prolatam accedente. Nunc ad Figuram hanc ex observationibus determinandam accedimus. Ac primo Telluris Figura definienda est.

Referat Figura APEp, cujus centrum C, Tellurem; Pp ejus Axem; AE Æquatoris Diametrum quamvis Axi normalem. Mensurentur longitudines Pendulorum dato temporis spatio in Cycloide oscillantium in locis A & P: erunt AC, PC reciproce ut dictæ Penduli longitudines, adeoque in ratione nota. Idem fiat in loco quovis intermedio B, cujus Latitudo (sc. ACB angulus) per Prop. XVIII. Lib. II. innotescit; eruntque AC, BC reciproce ut longitudines Pendulorum pari temporis spatio in locis istis A & B oscillantium, & proinde in ratione data.

Concipiatur enim canalis fluido plena inflexa ab A ad C, & inde

ad

ad P. Ex fluidi quiete manifestum est fluidum in canalis crure AC in æquilibrio esse cum fluido in ejusdem crure PC, vi centrifugâ ex motu circa Telluris Axem ortâ & majore à centro Terræ distantiâ attollentibus & retinentibus fluidum in crure CA ad majorem altitudinem quam in CP crure Unde & portio quælibet fluidi in CA in æquilibrio est (sive æqualiter gravis est) cum simili & similiter posita fluidi portione in crure CP, (quod proinde etiam verum est de corporibus quibusvis homogeneis, etiamsi fluida non sint;) & suprema crurum puncta A & P similiter in cruribus sita sunt: Et igitur corpora homogenea in A & P constituta, quæ sunt ut AC, PC, æquigravia sunt versus Terræ centrum. Sed gravitas corporis in A positi, quod est ut PC, est ad gravitatem alterius homogenei ibidem consistentis, quod est ut AC, sicut PC ad AC, (nempe homogeneorum corporum juxta positorum pondera ut ipsa corpora;) & igitur corporum homogeneorum æqualium in A & P positorum gravitates sunt ut PC & AC; hoc est, reciproce ut distantiæ à centro. Simili prorsus ratione ostendetur gravitas corporis in B ad gravitatem æqualis & homogenei in P ut CP ad CB; etenim fluidum in canale BCP immotum permanebit, ut in priori ACP: Unde, ex æquo, æqualium & homogeneorum corporum in Telluris superficie ubicunque consistentium gravitates absolutæ sunt reciproce ut distantiæ à centro. At corporis gravitas acceleratrix est ut ejus gravitas absoluta applicata ad ejusdem molem: Adeoque corporum in Telluris superficie constitutorum gravitates acceleratrices sunt ut locorum distantiæ à centro inverse. Porro, quoniam oscillatio corporis penduli ad A positi, & in Cycloide moti, æquidiuturna ponitur (ex observatione) cum oscillatione alterius ad P; & (per *Prop.* XXV. *Part.* II. *Horologii Oscillatorii Christiani Hugenii*) tempus descensûs liberi per Cycloidis axem datam habet rationem ad tempus oscillationis in ista Cycloide; & (per *Prop.* VI. & VII. *Part.* III. dicti Libri) axis Cycloidis, quam grave Pendulum describit, datam habet rationem ad longitudinem fili dictum grave suspendentis; & proinde tempus descensûs liberi per axem Cycloidis datam etiam habet rationem ad tempus descensûs liberi per fili longitudinem, nempe prioris subduplicatam: erit tempus descensûs liberi per longitudinem penduli ad A positi æquale tempori descensûs liberi per longitudinem penduli ad P positi. Sed spatia ad A & P, æqualibus temporibus casu libero percursa, sunt ut gravitates acceleratrices in dictis locis A & P, sc. effectus ut causæ; & dictæ gravitates acceleratrices hactenus ostensæ sunt ut distantiæ à centro Terræ inverse; & igitur longitudo penduli ad A est ad longitudinem penduli ad P æquali tempore oscillantis ut CP ad CA. Similiterque ostendetur longitudo penduli ad B esse ad longitudinem penduli ad P æquali tempore oscillantis ut CP ad CB: Unde, ex æquo, erunt universaliter longitudines pendulorum æqua-

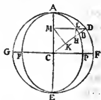


libus temporibus oscillantium reciproce ut distantiæ locorum à centro Terræ. Cum igitur inventæ sint ratio ipsius AC ad quamlibet BC & inclinatio dictæ BC ad AC, ac (inter cætera) ratio ipsius AC ad PC; definita est natura Figuræ APE*p*, sectionis nempe Telluris cum plano Meridiani, cujus rotatione circa Axem P*p* ipsa Telluris Figura gignitur. Q. E. F.

Si Terræ figura modo supradicto definienda sit, non opus est mensuratâ longitudine penduli dato temporis spatio oscillantis ad ipsum Polum P: per plures enim ejusmodi longitudines observatas in diversis Latitudinibus tuto concludetur longitudo penduli dicto temporis spatio oscillantis ad ipsum Polum. Rursus, in solvendo hoc Problemate non opus erit in diversis locis pendulum ita aptare, ut eodem temporis spatio oscillationes suas peragat: sufficit pendulum uni loco aptatum ita ut ejus oscillationes singulæ dato temporis spatio respondeant, in alia loca transferre, & notare quantum horologium, cui dictum pendulum est pro libratorio, tempore unius revolutionis apparentis Fixæ ad eundem locum, retardetur aut acceleretur, prout loca, in quæ transfertur, Æquatori aut Polo viciniora sunt quam est is cui aptatum est automaton, & ex ista retardatione aut acceleratione calculo colligere quâ opus sit penduli longitudine, ut oscillationes singulæ pari tempore peragantur quo peractæ sunt in loco, cui pendulum primo erat aptatum.

COROLLARIUM.

Hinc sequitur, si (iisdem manentibus) intervallo CA vel CB describatur circulus, & producatur utcunque ducta CB ad D, esse DB ut incrementum gravitatis acceleratricis in recessu ab Æquatore versus alterutrum Polum, sive ut incrementum supra longitudinem penduli dato tempore ad Æquatorem oscillantis loco B congruum. Nam supra est ostensum, si AC exponat gravitatem aut longitudinem penduli ad Polum, quod CP repræsentabit gravitatem aut longitudinem penduli pari tempore oscillantis ad Æquatorem; & ideo (productâ P*p* ad F & G) PF repræsentabit incrementum gravitatis aut longitudinis dicti penduli ad Polum P. Similiter, si CB exponat gravitatem aut longitudinem penduli ad A, AC (hoc est, DC) exponet gravitatem aut penduli longitudinem ad B; & consequenter DB excessum sive incrementum gravitatis longitudinisve penduli ad B, supra gravitatem pendulive pari tempore oscillantis longitudinem ad A.



Si APE*p* sectio Telluris cum plano Meridiani sit Ellipsis, erunt gravitatis pendulive longitudinis incrementa in diversis locis superficiei Terræ, supra gravitatem pendulive longitudinem ad Æquatorem, quamproxime in duplicata ratione sinuum rectorum Latitudinum istorum Locorum. Per D ducatur DM Axi P*p* parallela, Ellipsi in L rectæque AE occurrens in M puncto, ex quo in CD demit-

demittatur perpendicularis MK; sumatur DH æqualis PF, unde CH æqualis CP, & jungatur LH. Quoniam APE est Ellipsis, est (per *Prop.* XXI. *Lib.* I. *El. Conic.*) CP*q* ad ML*q* ut rectangulum sub AC & CE ad rectangulum sub AM & ME: Et, per eandem, in circulo AFE est CF*q* ad MD*q* etiam ut rectangulum sub AC & CE ad rectangulum sub AM & ME; & ideo CF*q* erit ad MD*q* sicut CP*q* ad ML*q*. Unde CF est ad MD sicut CP ad ML; adeoque (per *Prop.* XIX. *El.* V.) PF est ad LD sicut CP ad ML; hoc est, HD est ad LD sicut CH ad ML; & igitur (per *Prop.* II. *El.* VI.) LH parallela est ad CM; & proinde triangulum LDH simile triangulo MDC, & similiter positum. A trianguli autem CMD angulo recto M ducta est ad hypothenusam DC perpendicularis recta MK, quod etiam quamproxime factum est in triangulo HLD, existente curvæ Eclipticæ particulâ LB & fere rectâ, & ad CD normali, propter Ellipsin APE*p* non multum abludentem à circulo AFEG: Unde CD similiter dividitur in K atque HD in B divisa est; id est, HD est ad DB sicut CD ad DK, sive PF ad BD sicut CD ad DK. Rursus, propter triangulum rectangulum CMD divisum per rectam MK ad CD normalem (per *Prop.* VIII. *El.* VI.) erunt CD, DM, DK proportionales, sive ratio CD ad DK duplicata rationis CD ad DM; hoc est, rationis CF ad MD. Sed hactenus est ostensum esse PF ad BD sicut CD ad DK; & igitur PF est ad BD in duplicata ratione CF ad MD: Sed CF est sinus totus, & MD sinus rectus anguli ACB, nempe Latitudinis loci B; & PF, BD sunt incrementa gravitatis vel longitudinis penduli dato tempore oscillantis locis P & B congrua, supra gravitatem pendulive longitudinem ad Æquatorem: Et igitur, positâ APE*p* Ellipsi, incrementum gravitatis vel longitudinis penduli ad Polum, supra gravitatem pendulive longitudinem ad Æquatorem, est ad simile incrementum in alio quovis superficiei Terræ loco B quamproxime in duplicata ratione radii ad sinum rectum Latitudinis dicti loci B. Atque idem ostendetur de alio quovis loco in Terræ superficie: Et igitur, ex æquo, si APE*p* fuerit Ellipsis, erunt gravitatis pendulive longitudinis incrementa in diversis locis superficiei Terræ, supra gravitatem pendulive pari tempore oscillantis longitudinem ad Æquatorem, in duplicata ratione sinuum rectorum Latitudinum istorum locorum quamproxime.

Scholium.

Præmissa omnia vera sunt ex hypothesi quod Terra ex materia uniformi & æquidensa constat. Supposuimus enim fluidum, quo canales ACP, BCP impleti sunt, uniforme esse & homogeneum. Verum si materia, ex qua Terra constat, densior sit ad centrum quam versus superficiem, prædicta incrementa distantiarum à centro pergendo à Polis ad Æquatorem, hisque proportionalia incrementa gravitatis longitudinisque penduli dato tempore oscillantis pergendo ab Æquatore ad Polos, majora erunt quam pro calculo superioribus innixo; & Terræ Axis minor erit respectu Diametrorum eidem normalium. Nam si materia ista versus centrum, quâ Terra

ibi denſior eſt, ſubducta concipiatur, aut potius ſeorſim ſpectetur ut materia reliqua ſit ubique æquidenſa; ex præcedentibus patet gravitatem acceleratricem in diverſis ſuperficiei Terræ hujus æquidenſæ locis eſſe reciproce proportionalem diſtantiæ à centro. Sed dicta gravitas acceleratrix adhuc augetur propter materiam iſtam redundantem circa centrum; & quidem (ut ex Lib. I. patet) quamproxime in inverſa duplicata ratione diſtantiæ ab iſtius, id eſt, Terræ centro. Cum igitur in caſu Terræ uniformiter denſæ illius ſuperficies verſus Æquatorem elevetur, verſus Polum vero deprimatur; gravitaſque ad Æquatorem minor ſit quam ad Polum in ratione diſtantiæ Poli à centro ad Æquatoris ſemidiametrum; & porro, ad prædictam materiam redundantem circa centrum gravitas ad Æquatorem minor ſit quam ad Polum in ratione duplicata diſtantiæ Poli à centro ad Æquatoris ſemidiametrum, quæ ratione priore ſimplice minor eſt, cum ratio iſta ſit minoris inæqualitatis; & igitur ex utraque ſimul cauſa, ſive in caſu Terræ verſus centrum denſioris, gravitas ad Æquatorem, ex prioribus binis compoſita, minor eſt quam gravitas ad Polum in ratione minore, quam eſt ea quam diſtantia Poli à centro habet ad Æquatoris ſemidiametrum. Et ideo ex minore hac gravitate ad Æquatorem, reſpectu ejus quæ obtinet ad Polos, Tellus magis ad Æquatorem elevabitur quam pro ſuperioribus. Idemque obtinet in longitudine penduli dato temporis ſpatio oſcillantis; quippe quæ ſuperius oſtenſa eſt gravitati acceleratrici proportionalis.

PROPOSITIO LIII.

Determinare rationem, quam Solis aut dati Planetæ Axis habet ad Diametros eidem normales.

Inveniatur per Prop. XXVI. Lib. I. ratio Vis Centrifugæ in medio inter Polos circulo Solis dative Planetæ ad Vim Centrifugam in Æquatore Terræ: Datur autem ratio inter Vim Centrifugam in Æquatore Terræ ad gravitatem in Terræ ſuperficie, eadem ſc. cum ſuperius inventa ratione quam habet exceſſus Diametri Terræ ſecundum Æquatorem ad ejuſdem Axem; & ex *Schol. Prop.* XLVIII. datur ratio gravitatis in Terræ ſuperficie ad gravitatem in ſuperficie Solis dative Planetæ: Et igitur dabitur ratio ex datis hiſce compoſita, nempe ratio quam habet Vis Centrifuga in medio inter Polos circulo Solis dative Planetæ ad gravitatem in ſuperficie ejuſdem. Atque hæc eadem eſt cum illa, quam habet exceſſus Diametri Æquatoris Solis vel dati Planetæ ſupra ejuſdem Axem ad dictum Axem, cum (per Prop. præc.) exceſſus iſte à Vi illa Centrifuga ſola proveniat, & proinde ſit illi proportionalis: Dabitur igitur (per *6. Dat.*) ratio inter Solis dative Planetæ Axem ejuſdemque Diametrum Axi normalem.

SECTIO

SECTIO IX.

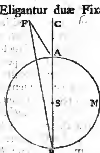
De Distantia Fixarum.

PROPOSITIO LIV.

D*istantiam Fixæ per Observationem determinare.*

Definitis Distantiâ & Magnitudine Solis & Planetarum primariorum, restat ut de Fixarum Distantia paucis differamus. Et licet Fixarum Distantia tam immense major sit quam Telluris Diameter, ut hæc præ illa evanescat penitus & insensibilis evadat; adeoque omnes methodi hoc Libro & præcedente traditæ ad Phænomeni cujusque Parallaxin, & consequenter Distantiam, inveniendam in hoc negotio inutiles sint: videri tamen poterit Diametrum Orbitæ, quam Tellus spatio annuo circa Solem describit, etiam cum Distantia Fixarum comparari posse; cumque nos Terra vecti nunc hoc nunc illud Diametri dictæ Orbitæ extremum teneamus, sensibilem admodum oriri debere Fixarum Parallaxin ex adeo sensibili Observatoris translatione. Observatio commodissime modo sequenti aut simili instituetur.

Referat s Solem, AMB Orbem magnum. Eligantur duæ Fixæ propinquæ invicem c & F non procul ab Ecliptica sitæ. Observetur harum Distantia cum illarum altera c Soli opponitur, sc. angulus FAC. Observetur rursus illarum Distantia cum c est Soli conjuncta, nempe FBC angulus. In triangulo igitur FAB, ex datis omnibus angulis, datur ratio laterum; nempe FA Distantiæ Fixæ ab A ad AB Diametrum Orbis magni per Prop. XLV. notam; determinatur igitur AF. Similiter eruetur Fixæ Distantia, si observatio secunda Distantiæ Fixarum apparentis instituatur cum c non est Soli conjuncta, (quod forsan, propter Solis splendorem, difficile foret,) sed in alio quovis noto Telluris situ, *v. g.* dum hæc est in M: Nam AM recta, ejusque ad notam AB ratio, per supra citatam Prop. XLV. innotescit.



Definitâ semel Fixæ alicujus Distantiâ, illius Magnitudo definietur per methodum Prop. XLVI. traditam, modo Fixæ Diameter apparens sit sensibilis.

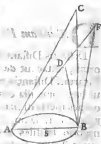
SCHOLIUM.

Quoniam supra descriptæ observationes, similesve ad Fixarum Distantiam definiendam necessariæ, tam lubricæ sunt tantamque requirunt subtilitatem, ut hanc se consecuturos Artifices spondere non audeant; insignem tamen victoriam reportasse videantur, si esse aliquam Fixarum Parallaxin, magni Orbis respectu, observatione ostendant: sic enim Telluris Motum ultra dubium ponerent, quod

Digitized by Google

operæ pretium esse agnoscunt omnes. Hoc autem haud incommode fiet modo sequenti.

Reliquis manentibus, Fixæ duæ F & C non sint prope Eclipticam. Per illas & Solem traductum planum secet Telluris Orbitam in A & B, quæ satis exacte ad præsens institutum ex dictis in præc. Lib. dabuntur. Observentur anguli CAF, CBF (sive Fixarum F & C Distantiæ apparentes, visæ ex Tellure in A & B versante) qui satis notabiliter diversi erunt, si AB respectu AC sit sensibilis & Stellæ C & F admodum inæqualiter à Sole distent, quod in Stellis diversæ Magnitudinis obtinere verisimillimum videtur. Immo si loco binarum Stellarum C & F, binæ, quales sunt d & D, conspiciantur, (quod in tanta Syderum multitudine contingere poterit,) ex A videbitur D ad unam à C plagam, ex B ad alteram; vel fortasse videbuntur duæ Stellæ unâ Anni tempestate coincidentes, alterâ notabiliter inter se distantes: in quo casu, absque ullo instrumento ad Stellarum intercapedinem observandam necessario, solius Telescopii beneficio patebit Telluris circa Solem Motus Annuus.



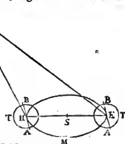
Prædicta observandi ratio, præterquam quod omne recipiat incrementum, quod hactenus instrumenta quævis recepere aut in posterum recipient, nullius fere est sumptûs, cum solo Telescopio Micrometro instructo indigeat; nullus requiritur Observatorii apparatus, nulla Perpendiculi rectificatio, quæ omnia admodum sunt incerta, cum neque muros licet firmissimos, neque ipsas rupes montesque eundem perpetuo situm servare certissimum sit. Huc forsan referenda sunt, quæ de Fixis ab Oculatissimo & Celeberrimo Astronomo D. *Cassini* noviter detecta sunt; quod nempe Arietis prima aliquando in binas æquales intervallo Diametri utriusvis distantes divisa appareat, quod & de præcedente capite Geminorum itidem observavit; & aliæ quædam, ut Pleiadum aliquæ mediaque in Orionis gladio, quandoque triplæ aut etiam quadruplæ appareant.

PROPOSITIO LV.

Orbis magni Parallaxin observare per accessum & recessum Fixæ à Polo Æquatoris diversis Anni tempestatibus factum.

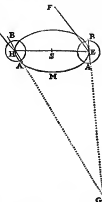
Referat S Solem; HME Orbitam Telluris, cujus puncta E & H sunt Telluris loca in Solstitiis. Sit porro F Fixa Polo Mundi vicina, hoc est, Telluris ATB Axis AB cum recta Tellurem Fixamque connectente angulum BHF aut BEF satis parvum comprehendat; sitque Stella hæc non procul à Coluro Solstitiorum, adeoque Soli in Solstitiorum altero fere conjuncta, sive planum EFH rectum ad Eclipticæ planum HME. Patet angulum BHF Distantiam Fixæ à Polo Mundi, cum hæc Soli opponitur, minorem esse angulo BEF ejusdem

ejusdem Distantiâ à Polo, cum Fixa Soli conjungitur. Et è converso, si angulus BHF observatione minor deprehenditur quam BEF, inæqualitas hæc in Orbis Annui Parallaxin refundenda est. Fixæ vero Distantia inde hoc modo elicitur: Differentia angulorum BEF, BHF æqualis est angulo F; & in triangulo FEH datur alter angulus FEH; Fixæ nempe Latitudo ad Tempus, quo Tellus est ad E: Unde innotescet ratio inter HE Diametrum Orbis magni & HF Fixæ Distantiam.

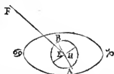


SCHOLIUM.

Hanc methodum Orbis magni Parallaxin per observationes eruendi adhibuit solertissimus Observator D. *Jo. Flamstedius*, atque sic respondet objectioni illorum, qui cum *Ricciolo* motum Telluris circa Solem negant, quia hic per Orbis magni Parallaxin observatam non confirmatur. Stellæ quippe Polaris distantiam à Polo Mundi Boreo majorem invenit circa Solstitium Æstivum quam Hyemale circiter 40 aut 45 scrupulis secundis, idque ope Observationum per continuos septem annos factarum, post consideratas instrumenti correctionem & Loci Stellæ mutationem propter punctorum Æquinoctialium regressum: sicut acute disserit D. *Flamstedius* in Epistola ad Cel. D. *Wallisium* 20 *Dec.* An. 1698. data, in *Oper. Math. Wallisii Tom.* III. edita. Verum methodus hæc Fixæ Parallaxin determinandi supponit Telluris Axem AB sibi exactissime esse parallelum, cum hæc in E & H punctis suæ Orbitæ versatur, quando observationes instituuntur. Et licet Axis Nutatio ista exigua, quæ consequitur exinde quod (per *Coroll.* XX. *Prop.* LXVI. *Lib.* I. *Phil. Nat. Princ. Math.* Cel. *Newtoni*) inclinatio Eclipticæ & Æquatoris ad Solstitia minuatur, ad Æquinoctia augeatur, observationi huic minime obstat, sicut ipse D. *Flamstedius* in dicta Epistola notat; alia aliunde orta Nutatio totam hanc Stellæ Polaris à Polo distantiæ diversitatem producere poterit: Si nimirum Hemisphærii Terræ Australis paulo major sit densitas quam Hemisphærii Borealis, (vel propter minorem illi Æstatem quam huic majusque frigus, vel propter continentium Terræ ad Polos positorum inæqualitatem, vel aliam causam quandam nobis ignotam,) cum in Solstitio Hyemali Polus Austrinus A annuat ad Solem & simul illi propior sit quam est Polus Boreus B, cum tempore Solstitii



Æstivi hic ad Solem annuit, inclinabitur HA magis ad Eclipticæ planum tempore Hyemali quam EA Æstivali; unde BHF minor erit quam BEF, licet ipsæ rectæ HF, EF parallelæ forent. Cum igitur totum, quod per D. *Flamstedii* observationem conficitur, illud sit quod BHF angulus minor sit quam BEF; atque hoc ex duplici causa oriri possit, nempe ex rectarum HF, EF concursu ad partes F, si Terræ Axis in observationum una parallelus sit eidem in altera, (quod à D. *Flamstedio* supponitur, & in Figura Prop. LV. designatur,) vel ex rectarum HA, EA concursu ad partes G partibus F contrarias, positis rectis HF, EF parallelis, ut in figura annexa; ex observatione illa Fixarum Parallaxis non evincitur, quoniam Observatio integra consistere potest, rectis EF, HF parallelis manentibus; hoc est, Orbis magni Parallaxi positâ nullâ.



Immo hæc observatio ne vel Telluris Motum Annuum immediate astruit: Nam licet Tellus in medio maneat, (circa Axem ut in Systemate *Semi-tychonico* rotata cœlestium Motum diurnum apparentem efficiens;) Sol in Signis Australibus Hemisphærium Terræ Australe, propius & forte densius, Soli tum obversum ita attrahere poterit, ut angulus BHF, Distantia Fixæ à Polo, minor sit quam BEF, cum in Signis Borealibus Sol remotior ejus Hemisphærium Boreale, etiam forte minus densum, minus attrahit.

Idem similiter de varia Distantia Fixæ à Zenith dicendum, quo modo Cl. D. *Hookius* Fixarum Parallaxin olim rimabatur. Nam si Axis Terræ directio mutatur, alterius cujusvis rectæ in Terra (cujus positio ad Axem datur) directio similiter mutabitur: Et Terræ motus circa Solem, ex varia inclinatione rectæ Fixam & Terram conjungentis ad rectam istam in Tellure, certo concludi nequit. Optandum igitur est ut oculatissimi Observatores deinceps observationes suas ad Motum Terræ Annuum hoc modo astruendum secundum Prop. præc. ejusve Schol. dirigant: Nam sic tandem Fixarum Parallaxis respectu Orbis magni (modo sensibilis fuerit) certo elicietur, cum angulorum istorum mutatio ex alia causa, præter mutatum Telluris locum aut Fixarum inter se situm, oriri nequeat; Fixarum vero idem ad se invicem situs principii loco habeatur ab omnibus, qui illarum Parallaxin investigant. Interim rationes Propositione sequente explicandæ me movent, ut cum *Copernico* credam Orbis magni Diametrum respectu Fixarum (etiam proximarum) Distantiæ insensibilem esse.

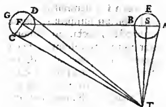
PROPOSITIO LVI.

D*istantia Solis à Terra, respectu Distantiæ Stellæ Fixæ* (*etiam proximæ*) *à Terra, evanescit fere & insensibilis est.*

Cum Sol & Stellæ Fixæ sola sint magna Mundi corpora luce propriâ gaudentia, jure à Philosophis ejusdem generis habentur, & ad

ad ſimiles uſus deſtinata; & hominis eſt res ſuas plus æquo æſtimantis credere Solem eſſe illorum omnium maximum. Ponantur igitur æqualia, cum exceſſus hujus ſupra illud nulli fundamento innitatur.

Sit T Terra; AEB Sol, cujus centrum S; CGD Soli æqualis Fixa, cujus centrum F. Cumque angulus BTS, quo ſemidiameter Solis ex Terra ſpectatur, excedat 16 ſcrupula prima, erit BS, vel illi æqualis CF, pars fere ducenteſima ipſius ST; ſive 200 CF ipſi TS æquales. In triangulo FST rectangulo ad S eſt ſinus anguli SFT ad latus ST ſicut radius ad latus FT: ſimiliterque in triangulo CFT ſinus anguli CTF eſt ad latus CF ut radius ad latus CT ipſi FT æquale: Unde (ex *Prop.* XI. *Elem.* V.) ſinus SFT eſt ad ST ſicut ſinus anguli CTF ad CF. Cumque, in parvis hiſce angulis, anguli ipſi ſint ſicut eorum ſinus, erit viciſſim angulus SFT ad CTF angulum ut recta ST ad CF rectam; & ideo 200 CTF ipſi SFT æquales, ſive 100 CTD ipſi TFS. Acutiſſimus vero Obſervator *Chriſtianus Hugenius* (in *Syſtemate Saturnio*) aſſerit ſe adjutum Teleſcopio (cujus ope ſpeciei per Tubum viſæ ad eam quæ nudo oculo percipitur ratio ſecundum diametrum eſt centupla) Fixarum etiam maxime ſplendidarum Diametros nullâ unquam magnitudine cernere potuiſſe, ſed tantum minimi puncti inſtar; hoc eſt, angulum DTC centuplo majorem factum etiamnum eſſe inſenſibilem; ſive centuplum CTD (hoc eſt, SFT) ſenſu percipi non poſſe. Semidiameter igitur Orbis magni ST ex Fixa proxima (qualem ſplendidiſſimam æſtimare oportet) viſa minimi puncti inſtar appareret; hoc eſt, TS reſpectu SF vel TF evaneſcit & inſenſibilis eſt.



Parvitas hæc apparentium Diametrorum Fixarum in cauſa eſſe videtur Scintillationis earundem: Corpuſcula enim opaca minima, per Atmoſphæram ſemper mota, Fixam quamvis penitus tegunt, ſtatimque retegunt; hoc eſt, Scintillantem reddunt.

SCHOLIUM.

Quoniam ST ad SF comparata inſenſibilis eſt, perinde eſt ex quonam Orbis magni puncto Fixæ obſerventur; totus quippe Orbis magnus quaſi punctum eſt reſpectu Diſtantiæ Fixarum: Cumque Saturnus Planetarum extimus à Sole non diſtet decuplo amplius quam Tellus, immenſa erunt Spatia inter extimum hunc Planetam proximaſque Soli Fixas, in quæ Cometarum Orbes admodum excentrici excurrant, de quibus Prop. XXXV. Lib. I. dictum eſt: Sed & propter immenſam hanc Diſtantiam fit, quod Fixæ nullos edunt ſenſibiles effectus in noſtri Solis Syſtema, Planetaſque inibi contentos non perturbent.

Quia igitur Fixarum Diſtantia per obſervationes in diverſis Orbitæ Terræ locis factas determinari nequit, reſtat ut illa ex ratio-

nibus Opticis æstimetur: cujus faciendi modos duos proponemus; alterum *Jacobi Gregorii* Anno 1668 editum, alterum *Christiani Hugenii* in sua *Cosmo-theoria* traditum.

PROPOSITIO LVII. LEMMA.

Ejusdem sphæræ illustrationes, in diversis à lucido corpore distantiis, sunt in reciproca duplicata ratione distantiarum.

Licet Propositio hæc facile consequatur ex Prop. XLVIII. Lib. I. libet illam hic demonstrare. Sit A corporis lucidi punctum quodvis ad libitum sumptum; sitque BC sphæræ illustratæ diameter radiis directe objecta, in minore distantia à lucido; $\beta\gamma$ eadem diameter in majore distantia: hoc est, sit AE radius ad centrum E pertingens ipsi BC normalis, & Aϵ ipsi $\beta\gamma$: Jungantur AB, AC, & productæ concurrant in D & F cum $\beta\gamma$ etiam producta. Centro A, distantiâ AD vel AF describatur circuli arcus DF, cui Aβ, Aϵ & Aγ productæ occurrant in H, G & K; concipiaturque figura hæc super axem AG rotata. Patet radios omnes in sphæra cujus diameter BC incidentes, illâ ablatâ, in sphæram cujus diameter est DF spargi: & ideo illustratio sphæræ, cujus diameter BC, est ad illustrationem sphæræ, cujus diameter $\beta\gamma$, ut omnes radii intra sectorem sphæricum rotatione sectoris circularis ADG genitum contenti ad omnes radios intra sectorem sphæricum rotatione ipsius AHG genitum contentos; hoc est, ut superficies sphærica rotatione arcûs DG producta ad superficiem sphæricam rotatione arcûs GH productam; hoc est (per *Prop.* XLIX. *Lib.* I. *Archimed. de Sph. & Cyl.*) ut circulus radio DG ad circulum radio HG, sive in duplicata ratione DG ad HG. Sed in parvis angulis, quales supponimus DAG & HAG, DG est ad HG quamproxime ut Dϵ ad $\beta\epsilon$: & ideo illustratio sphæræ, cujus centrum in E, est ad illustrationem ejusdem vel æqualis sphæræ, cujus centrum in ϵ, in duplicata ratione Dϵ ad $\beta\epsilon$, sive Dϵ ad BE, sive Aϵ ad AE; hoc est, in reciproca duplicata ratione distantiarum. Cumque idem propter easdem rationes verum sit de alio quovis lucidi corporis puncto æque ac de A, patet propositum.

Similiter, ejusdem sphæræ illustrationes ab æqualibus corporibus lucidis inæqualiter distantibus factæ sunt in reciproca duplicata ratione distantiarum à corporibus istis lucidis.

PROPOSITIO LVIII. LEMMA.

Omnes Radii Solares in Planetam unum incidentes sunt ad omnes Radios Solares in Planetam alterum incidentes in duplicata ratione chordarum Parallaxium horizontalium Solis ex Planetis istis spectati.

Referat S Solis punctum quodvis radians; AB, CD sphæræ, quarum

Digitized by Google

rum centra T & P, ſint Planetæ bini quivis. Jungantur ST, SP, per quas traductum planum ſecet ſphæras in circulis AB, CD; & ex S ducantur rectæ dictos circulos contingentes. Centro S, diſtantiâ quâvis ducatur arcus circuli rectis SA, ST, SB, SC, SP & SD occurrens in F, E, L, H, G & K; jungantur rectæ EF, GH. Figura AFSET rotata concipiatur circa ST axem, & CHSGP circa SP axem. Erunt omnes Radii ex S puncto manantes qui in Planetam T incidunt (ſc. omnes intra conum ASB) ad omnes in Planetam P incidentes (nempe omnes in cono CSD) ut ſuperficies ſphærica rotatione arcûs EF deſcripta ad ſuperficiem ſphæricam rotatione arcûs GH deſcriptam; hoc eſt (per *Prop.* XLIX. *Lib.* I. *Archimed. de Sph.* & *Cyl.*) ut circulus radio EF deſcriptus ad circulum radio GH deſcriptum, ſive in duplicata ratione rectarum EF, GH: Sed EF & GH ſunt chordæ angulorum AST, CSP ad radium SE; & dicti anguli ſunt Parallaxes horizontales Solis S ex Planetis T & P ſpectati; & igitur Radii omnes ex S puncto manantes & in Planetam T incidentes ſunt ad omnes in P incidentes in duplicata ratione chordæ Parallaxis Solis ex T ſpectati ad chordam Parallaxis Solis ex P ſpectati. Cumque idem ſimiliter verum ſit de Radiis ab alio quovis Solis puncto manantibus, patet propoſitum.

Loco chordarum ipſi arcus, iiſve proportionales anguli quos ſubtendunt, poſſent aſſumi, ut in præcedente.

SCHOLIUM.

Pari modo ſphæræ lucidæ & undiquaque radiantis radii omnino omnes ſunt ad radios ejus omnes in ſphæram datam incidentes illamque illuſtrantes in duplicata ratione diametri (ſive chordæ ſemicirculi) ad chordam parallaxis horizontalis corporis lucidi ex ſphæra illuſtrata ſpectati; ſive ut quadratum diametri ad quadratum chordæ dictæ parallaxis horizontalis. Et conſequenter, (ſumendo antecedentium dimidia,) ſemiſſis radiorum omnium ſphæræ lucidæ, ſive radii omnes ab hemiſphærio radiante manantes (poſito altero hemiſphærio opaco) ſunt ad radios ejus omnes incidentes in ſphæram illuſtrandam, cui illud pleno orbe fulget, ut ſemiſſis quadrati diametri (hoc eſt, quadratum circulo inſcriptum) ad quadratum chordæ parallaxis corporis lucidi ex ſphæra illuſtrata ſpectati.

PROPOSITIO LIX. LEMMA.

Ratio Illuſtrationis Terræ à Sole ad ejuſdem Illuſtrationem à Planeta pleno Orbe fulgente componitur ex duplicata ratione chordarum Parallaxium Solis ex Terra & Planeta iſto ſpectati, & ratione quadrati circulo inſcripti ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ è Terra viſi.

Radii,

Digitized by Google

Radii, quibus Planeta Terram illuſtrat, illi ſunt qui à Sole primitus manantes à Planeta reflectuntur in Terram. Supponimus igitur Planetam quemvis radios omnes Solares in ſe incidentes undiquaque reflectere; hoc eſt (ad majorem facilitatem) ſupponimus Planetam (lucidi primarii inſtar) radios à ſui hemiſphærio Soli obverſo undiquaque emittere, tot ſc. quot à Sole in illum incidunt. Palam eſt Illuſtrationem Terræ à Sole eſſe ad Illuſtrationem ejuſdem per Planetam pleno Orbe fulgentem ut radii omnes Solares in Terram incidentes ad omnes radios à Planeta manantes in eandem incidentes: Sed ratio radiorum Solarium in Terram incidentium ad radios Planetarios in eandem incidentes componitur ex ratione radiorum Solarium in Terram incidentium ad radios Solares in Planetam incidentes, (hoc eſt, omnes radios à Planetæ hemiſphærio manantes,) & ratione omnium radiorum à Planetæ hemiſphærio manantium ad omnes ex illis qui in Terram incidunt. Et componentium harum rationum prior, ſive ratio radiorum Solarium in Terram incidentium ad radios Solares in Planetam incidentes, æqualis eſt (per Prop. præc.) duplicatæ rationi Parallaxis horizontalis Solis è Terra ſpectati ad Parallaxin horizontalem Solis ex iſto Planeta ſpectati; poſterior vero, nempe ratio radiorum omnium à Planetæ hemiſphærio Terram illuſtrante manantium ad omnes ex illis qui in Terram incidunt eamque illuſtrant, æqualis eſt (per Schol. præc.) rationi quam habet quadratum circulo inſcriptum ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ ex Terra ſpectati. Et igitur ratio Illuſtrationis Terræ à Sole ad ejuſdem Illuſtrationem à Planeta pleno Orbe fulgente componitur ex duplicata ratione chordarum Parallaxium horizontalium Solis ex Terra & Planeta iſto ſpectati, & ratione quadrati circulo inſcripti ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ è Terra viſi. Q. E. D.

PROPOSITIO LX.

STellæ *Fixæ Diſtantiam definire.*

Eligatur Fixa ejuſdem quamproxime ſplendoris cum Planetarum aliquo, quando pleno Orbe fulget; quo caſu Terra ab iſtis duabus Stellis æqualiter illuſtratur. Sed ex cognitis (per Prop. XLV.) Solis, Terræ & Planetæ Diſtantiis mutuis ad Tempus obſervationis prædictæ, & (per Prop. XLVI.) horum trium corporum Magnitudinibus, innoteſcunt (per Prop. XLVIII. Lib. II.) Parallaxes horizontales Solis & Planetæ è Terra viſorum & angulus quo dictus Planeta ex Sole videtur, cujus ſemiſſis eſt Parallaxis horizontalis Solis ex iſto Planeta viſi. Ac proinde (per Prop. præc.) innoteſcit ratio illuſtrationis Terræ per Solem ad ejuſdem illuſtrationem per dictum Planetam; hoc eſt, ratio inter illuſtrationes Terræ per Solem & per Fixam: Sed (per Prop. LVII.) illuſtratio Terræ per Solem eſt ad illuſtrationem ejuſdem per Fixam (Soli æqualem & æquilucidam) in duplicata ratione Diſtantiæ Fixæ à Terra

Terra ad Diſtantiam Solis ab eadem: Innoteſcit igitur ratio inter Diſtantias Fixæ & Solis à Terra; ac proinde ipſa Diſtantia Fixæ à Terra nota eſt.

Scholium.

In prædictum uſum commode aſſumentur Jupiter in ſitu Achronychio & Stella Sirii, quæ (ſi alia quævis) Soli æquiparari poterit. Cum autem Jupiter in dicto ſitu ſplendore Sirium ſuperet, & præterea radii Solares in Jovem incidentes non ſine debilitatione in Terram reflectantur, ſed plurimi ad Jovis ſuperficiem ſuffocentur; Diſtantia Sirii hoc modo definita minor erit verâ.

PROPOSITIO LXI.

Stellæ Fixæ Diſtantiam aliter æſtimare.

Cum Fixæ etiam ſplendidiſſimæ Diameter nequeat per Tubum Opticum ullum hactenus fabricatum eouſque ampliari, ut ſenſibilis evadat & cum Solis Diametro conferatur; ſaltem Solis Diameter eouſque minuatur, ut illius ſic minutæ lumen (ſenſuum judicio) non ſit majus lumine Sirii noctu ſcintillantis, quod fiet ſi in Tubum ejus radii admittantur per foramen ſatis parvum; vel ſi ejus imago ope Lentis eouſque minuatur, vel partim hoc modo partim illo: Imaginis enim Solis ſic minutæ Diameter licet inſenſibilis, (ſi immediate aſpiciatur,) ex datis foraminis Diametro, Lente & ſitu oculi, calculo Opticæ & Dioptricæ ſuperſtructo innoteſcit. Atqui Solis imaginis, oculo poſitione dato æquilucidæ atque Sirius, æqualis eſt Diameter Sirii Diametro; innoteſcit igitur per calculum Sirii Diameter apparens prius inſenſibilis: Sed Sol & Sirius æquales ponuntur; eorumque proinde Diametri æquales: eritque ideo Diſtantia Sirii ad Diſtantiam Solis ut ſinus Diametri apparentis Solis ad ſinum Diametri apparentis Sirii, ſive (ob parvitatem horum angulorum) ut Diameter Solis apparens ad apparentem Sirii Diametrum; notaque proinde erit Sirii Diſtantia. Q. E. I.

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER QUARTUS

De Theoria Planetarum Secundariorum.

POst jacta in Lib. I. Astronomiæ Physicæ fundamenta vera & genuina, explicata in Lib. II. Primi Motûs phænomena à Telluris motu circa proprium Axem oriunda, & Planetarum primariorum Theoriam Lib. III. traditam; hoc est, quomodo eorum Orbitæ describantur, & loca, cum ex Sole, tum ex ipsorum aliquo visa ad tempus datum determinentur; item Primariorum Magnitudo, Densitas, Distantia mutua reliquaque hujusmodi definiantur: Ordo postulat ut ad Secundariorum, qui circa Primarios revolvuntur, Theoriam tradendam Lib. hoc IV. descendamus. Licet Primarii cujusque Planetæ motus satis sit simplex, quippe compositus (projecti motûs instar) ex uniformi progressivo in recta Orbitam tangente, alioque descensivo, quo (quasi attractus) ad Solem descendit, immensâ eorum à se mutuo distantiâ actionis seu gravitatis mutuæ effectus insensibiles reddente; Secundariorum longe alia erit ratio: Nam eorum quivis (licet maxime ad Primarium suum respectivum tendat) eâdem gravitate acceleratrice versus Solem, in eadem ab illo distantia, urgetur atque ipse Primarius; in majori minus, in minori magis. Ex diversa hac ad bina corpora, Solem nempe suumque Primarium, tendentia Secundarii motus maxime compositus redditur, iisque afficitur inæqualitatibus, quas Astronomi Hypothesibus salvare potius quam Philosophi ex Causis Physicis explicare, ante feliciſſimum *Newtonum*, sperabant.

SECTIO I.

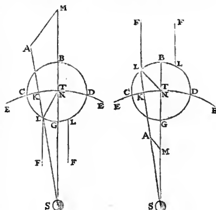
De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum ejus Orbita Primario suo est Concentrica.

PROPOSITIO I.

SI Planeta primarius circa Solem revolvens secum deferat Satellitem, hic circa Primarium ita movebitur, ut à Quadratura cum Sole ad Conjunctionem aut Oppositionem proxime insequentem acceleretur perpetuo; à Syzygia vero ad Quadraturam retardetur: Adeoque prope Syzygias Satelles velocius feratur, prope Quadraturas vero tardius.

Quoniam

Quoniam Libro I. oftenfum eft in tribus hifce corporibus, Sole nimirum, Planeta primario ejufque Satellite, attractiones binorum quorumcunque in tertium effe inter fe reciproce ut quadrata diftantiarum ab eodem; manifeftum eft cafum hujus Propofitionis eundem effe cum illo Prop. LX. Lib. I: Adeoque fi, ut illic, S denotet Solem, T Planetam primarium in Orbe ETE revolventem, L Satellitem Orbitam BCGD circa primarium defcribentem, in qua puncta B & G Syzygias cum Sole defignant, C & D Quadraturas: Si porro SK mediocris diftantia Satellitis à Sole exponat attractionem acceleratricem ipfius Satellitis à Sole in ifta media diftantia, & quicunque fupponatur Satellitis locus L in fua Orbita, fumatur in LS (eave producta) SA quæ fit ad SK in duplicata ratione SK ad SL; hæc SA exponet attractionem Satellitis ad L pofiti verfus S. Jungatur TL, & huic parallela ducatur AM cum ST in M concurrens. Notiffimum



eft attractionem SA refolvi in attractiones ut AM & MS, & cum harum rectarum directionibus: quarum ea, quæ per MS exponitur, reducitur ad attractionem ut MN, auferendo attractionem ut NS Satelliti Primarioque communem; ut fufe ad dictam Prop. LX. Lib. I. oftenfum eft. Adeoque hoc modo Satelles L triplici attractione agitatur: Prima nempe & præcipua illa eft, quâ T trahit L; Secunda eft illa, quæ eft ut AM cum directione AM, hoc eft, cum directione LT ipfi AM parallela. Unde Vis ex binis hifce compofita etiam dirigitur verfus T; corpufque L, fi ex hifce folis compofitâ agitaretur, areas circa T defcriberet etiamnum temporibus proportionales per Prop. XI. Lib. I. Sed Satelles in L Vi tertiâ etiam urgetur, quæ nempe eft ut MN & cum directione ab M verfus N; hoc eft, ab L verfus F, (pofitâ LF ad MN parallelâ;) quæ cum ad T non tendat, neque ex tribus hifce compofita Vis, totalis nempe illa quâ L revera urgetur, ad T tendit. Quapropter Satelles L non defcribet areas circa T temporibus proportionales, fed Vis hæc per MN expofita arearum defcriptionem temporibus proportionalem perturbabit: nempe in femicirculi CGD quadrante CG motum corporis L circa T à C verfus G facti accelerat: poft conjunctionem vero in G, in quadrante GD, cùm rectæ LF directio ab L verfus F fit in antecedentia, Vis fecundum hanc agens motum retardat. Satellite L ad

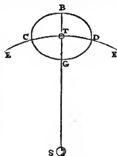
quadraturam in D pervento, MN evanescit (quoniam SK, SL, ac proinde etiam & SA, tunc æquales sunt) & proinde Vis per illam ubique expositæ nulli hic sunt effectus: Satelles igitur L reliquis Viribus agitatus areas per radium vectorem temporibus proportionales nunc describit. Dum vero L quadrantem DB peragrat, SM deficit ab SN, & Vis perturbans descriptionem areæ per radium vectorem TL, quo minus sit tempori proportionalis, quæ est ut MN, directionem ab M versus N sive ab L versus F (hoc est, in consequentia) habet, ac proinde motum Satellitis in illo quadrante accelerat: post oppositionem vero in B, LF tendit in antecedentiam, motumque retardat, donec in quadratura ad C evanescat rursus MN, ejusque proinde effectus cessent. Rursus, cum Vis MN perturbans descriptionem areæ quam radius TL verrit, ne sc. hæc sit tempori proportionalis, in transitu Satellitis à C ad G, vel à D ad B, perpetuo augeatur & in G ac B sit maxima, & hinc rursus perpetuo diminuatur donec Satelles perveniat in D vel C ubi evanescit; patet Satellitis sic perturbati motum esse velocissimum (cæteris paribus) in Syzygiis B & G, tardissimum in Quadraturis C & D. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

Iisdem positis, Satellitis L *Orbita circa Primarium* T *descripta (cæteris paribus) magis curva est in* C *&* D *Quadraturis cum Sole, quam in Syzygiis* G *&* B.

Cum enim Satelles L velocius moveatur in Syzygiis quam in Quadraturis, minus deflectet à recto tramite, quem vi insitâ solâ describeret, in illis quam in hisce; hoc est, Satellitis Orbita minus curva est in Conjunctione & Oppositione quam in Quadraturis. Sed & major hæc Curvedo ex alia etiam causa provenit: Vis ut MN (de qua Prop. præc.) in Conjunctione & Oppositione ad G & B contraria est Vi, quâ Corpus T trahit L, adeoque illam minuit: Minus ergo urgetur L versus T ad G & B quam ad C & D; minusque propterea à recto tramite deflectet in illis quam in hisce. Satellitis igitur Via curvior est in Quadraturis C & D quam in Syzygiis B & G.

COROLLARIUM.



Ex prædictis sequitur Satellitem L, (cæteris paribus) longius recedere à Primario T in Quadraturis quam in Syzygiis. Hoc pacto Satellitis Orbita circa Primarium Elliptica quasi fit, cujus centrum Primarius occupat; major Axis Quadrata Solis interjacet, minor Syzygias: sic enim Orbita curvior est illic quam hic. Atque augmentum celeritatis Satellitis prope Syzygias diversum erit in Orbita hac, ab illo quod fuisset in Orbita circulari Prop. præc. quia Vis ut MN Satellitis motum accelerantis aut retardantis directio alia est in hanc, alia in illam.

Quæ

Quæ hic dicta sunt de Figura Orbitæ Satellitis circa Primarium obtinent tantum, si, exclusâ actione Vis extraneæ Solis, ejus Orbita foret Primario Concentrica. Nam si Excentrica fit, fieri potest ut Satelles L per hanc Excentricitatem longius absit à Primario T, & ex illo spectatus tardius moveatur in Syzygiis quam in Quadraturis; cum nempe Satelles Apsidem summam in Conjunctione vel Oppositione cum Sole versantem tenet. Sed & hic etiam supra demonstrata locum habebunt, cæteris paribus; celerius enim propter dictam Vim ut MN movebitur Satelles etiam tunc, & propius ad Primarium accedet quam absque illa.

Prædicta Orbitæ Satellitis figura Elliptica in Luna animadversa fuit ab Acutissimo Astronomo *Ed. Halleio*, qui Anno 1679 illam publico communicavit primus in Tractatu de *Quibusdam Lunaris Theoriæ Emendationem spectantibus*. Sed & idem à D. *Picard* jam inde ab anno 1668 animadversum testatur *Academiæ Scientiarum Gallicæ Historia* Anno 1698 edita.

SECTIO II.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum ejus Orbita Excentrica est à suo Primario.

Si corporis minoris L Orbis non sit Circulus corpori magno T concentricus, sed Ellipsis in cujus focorum altero T corpus constituitur, Vires corporis maximi S ita corpus istud L perturbabunt, ut loco Ellipseos constantis & immotæ, quam per Prop. XXXIX. Lib. I describeret, describat Ellipsin, cujus Excentricitas perpetuo mutatur: Orbitaque ista corporis L sic perturbati talis erit, ac si istud Ellipsin suam describeret, interea dum ipse Ellipseos Axis (ac simul ipsa Ellipsis) motu angulari super Primarii centrum prorsum vel retrorsum movetur, manente plano; hoc est, dialecto Astronomicâ, Satellitis Orbitam Excentricam describentis motus à Sole ita perturbatur, ut dum hic Orbitam suam percurrit, ipsius Orbitæ Apsides nunc in consequentia ferantur, nunc in antecedentia. Ad hoc probandum res altius est repetenda, & quædam Lemmata præmittenda.

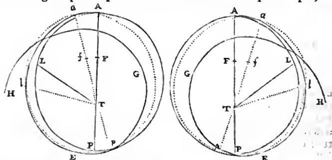
PROPOSITIO III.

Invenire legem Vis centripetæ, quâ urgente, corpus in trajectoria quacunque circa centrum virium revolvente moveri possit, dum corpus aliud in simili & æquali trajectoria quiescente movetur.

Sit ALP trajectoria quiescens, quam corpus ad centrum virium T tendens describit, pergendo ab A per L ad P. Invenienda est lex Vis centripetæ ad T tendentis, quâ urgente, corpus aliud feratur in perimetro figuræ *alp* priori similis & æqualis, interea dum hæc ipsa figura *alp* circa T revolvitur vel in consequentia vel in antecedentia; ita ut dum corpus prius arcum quemlibet ut AL percurrit

in orbe quiescente ALP, posterius similem & æqualem *al* percurrat in orbe revolvente *alp*.

Per centrum T in plano ALT agatur semper T*l* ipsi TL æqualis, angulumque AT*l* angulo ATL perpetuo proportionalem efficiens; hoc est, ut hic angulus AT*l* sit ad correspondentem ATL ut alter quivis AT*l* ad suum ATL. Adeoque area, quam T*l* motu angulari circa T sic lata describit, proportionalis erit areæ quam TL describit. Sit A*l*EGH Curva quam punctum *l*, modo jam exposito motum, contingit: Et quoniam una cum L revolvitur corpus quod urgetur à Vi centripeta ad centrum T tendente, area ATLA (per Prop. XI. Lib. I.) est tempori proportionalis; quare & area AT*l*A tempori etiam proportionalis erit: sed & in plano immobili consistit, eodem nempe in quo corpus L circa T revolvitur; hoc est, puncti *l* is est motus, ut in plano immobili per T traducto perpetuo inveniatur, & areas AT*l*A, radio per T ducto descriptas, efficiat temporibus proportionales. Igitur per Prop. XII. Lib. I. manifestum est quod corpus, co-



gente justæ quantitatis Vi centripetâ, revolvi possit una cum puncto *l* in curva linea A*l*EGH, quam punctum *l* describit. Datur autem hæc linea curva A*l*EGH, quippe ex data linea ALPA modo constanti & dato genita: quæratur igitur (per Cor. Prop. XXXVII. Lib. I.) lex Vis centripetæ, quâ corpus in illa revolvi possit. Fiat angulus AT*a* angulo LT*l*, rectaque T*a* rectæ TA æqualis; & igitur angulus *a*T*l* angulo ATL æqualis erit. Describatur jam figura *al*T similis & æqualis ALT: adeoque punctum *l* est in perimetro figuræ ipsi ALPA similis & æqualis circa T revolventis. Corpus ergo una cum *l* latum, & figuram immotam A*l*EGH describens, describit etiam perimetrum *alpa* Orbis ipsi ALPA similis circa T revolventis; ita ut eodem tempore describatur arcus *al* in Orbe revolvente *alpa*, quo similis & æqualis AL in ALPA Orbe quiescente ab alio corpore descriptus est. Inventa ergo est lex Vis centripetæ quæsita. Q. E. F.

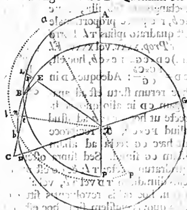
PROPOSITIO IV. LEMMA.

Differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quiescente & corpus aliud in eodem orbe revolvente æqualiter moveri possunt, modo Prop. præc. indicato, est in triplicata ratione communis altitudinis inverse.

Manen-

Manentibus quæ in præcedente posita sunt, dico differentiam virium centripetarum, quibus corpora L & *l* agitantur, esse reciproce in triplicata ratione communis altitudinis TL vel T*l*; sive esse differentiam virium in punctis L & *l* ad differentiam virium in aliis quibusvis punctis orbis quiescentis & revolventis, ubi corpora eodem momento invenientur, ut cubus altitudinis sive distantiæ horum punctorum à centro virium T ad cubum rectæ LT vel *l*T.

Sumantur LB, *lb* arcus minimi æquales, qui proinde æqualibus minimis temporibus à corporibus L & *l* describentur. Ex B & *b* in TL, T*l* ducantur normales BE, *be*, quæ (sicut & LE, *le*) æquales erunt. In recta *b e* (si opus est ad partes *b* producta) sumatur punctum c, ut sit c*e* ad *be* ut angulus AT*l* ad angulum ATL. Quoniam corporum in locis L & *l* existentium motus singuli distinguuntur in binos, quorum hi secundum lineas LT, *l*T, illi vero prioribus transversi secundum lineas ipsis LT, *l*T normales diriguntur; motus versus centrum erunt æquales, quia ex hypothesi rectæ LT, *l*T; BT, *b*T, & proinde harum incrementa vel decrementa æqualia sunt. Et motus transversus corporis *l* erit ad motum transversum corporis L ut motus angularis lineæ T*l* ad motum angularem lineæ TL; id est, ut angulus AT*l* ad angulum ATL, sive ut c*e* ad *be* vel BE. Et igitur eodem tempore, quo corpus L motu suo utroque pervenit ad B, corpus *l* reperietur in loco c. Atque hæc ita se habebunt, ubi corpora L & *l* æqualiter secundum directiones LT, *l*T moventur; hoc est, æqualibus viribus centripetis urgentur. Ast cum punctum D, locus corporis orbem revolventem describentis, (per Prop. præc.) reperiatur capiendo angulum *l*TD ad *l*T*b* in dicta ista constanti ratione (sc. ratione anguli AT*l* ad ATL) & rectam TD rectæ T*b* vel TB æqualem, (figurâ *alp* & rectâ *l*T hic sustinentibus partes, quas illic figura ALP & TA recta sustinebant;) differentia inter vires centripetas corporis in L vel *l* & corporis in D est ut ejus effectus CD; locorum nempe intervallum, per quod corpus in orbe revolvente latum, ipsius actione, dato illo temporis minimi spatio transferri debet. Comparanda igitur est hæc CD sive huic proportionalis differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quiescente & revolvente urgetur in hoc mobilis orbitæ situ & hac corporis distantia T*l* à centro, ad similem differentiam in alio rerum statu, ubi eadem (sive potius similia) omnia facta & constructa supponuntur quæ



hic:

hic: Nempe centro T, distantiâ T*b* vel TD describatur circulus secans T*e* in N, *ce* in F, & CD in G: Sitque novissimum trilineum *lb*T tale, ut ejus area à radio vectore T*b* verratur æquali tempore, quo area hæc *lb*T ab hac T*b*: Unde (cum in æqualibus triangulis bases sint reciproce proportionales altitudinibus) hæc *eb* est ad alteram *eb* sicut altera T*l* ad hanc T*l*, hoc est, *eb* est reciproce ut correspondens T*l*; quare & *ce* (eandem perpetuo ad *be* rationem habens) erit etiam reciproce ut T*l*: adeoque harum aggregatum CF, & intervallum C*b* eidem T*l* reciproce proportionalia sunt; & proinde rectangulum sub illis, sc. FC × C*b*, reciproce proportionale est quadrato ipsius T*l*. Porro (per *Prop.* XXXV. vel XXXVI. *El.* III.) CD × CG = FC × C*b*, hoc est, $CD = \frac{FC \times Cb}{CG}$: Adeoque CD in hoc rerum statu est ad analogam CD in alio quovis directe ut hoc FC × C*b* ad istud aliud FC × C*b*, & reciproce ut hæc CG recta ad aliam istam CG simul. Sed supra ostensum est esse FC × C*b* reciproce ut quadratum rectæ T*l*; & CG est ut huic proxime æqualis DG, vel ut ejus dimidium TD vel T*b*, vel ab hac minime diversa T*l*: Adeoque CD in hoc orbis revolventis situ est ad similiter productam CD in alio quovis ejusdem situ (hoc est, differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quiescente & corpus aliud in eodem orbe revolvente æqualiter moveri possunt, in altitudine TL vel T*l* est ad similem virium differentiam in alia quavis altitudine) reciproce ut quadratum prioris altitudinis ad quadratum posterioris, & reciproce ut altitudo prior ad altitudinem posteriorem simul; hoc est, reciproce ut cubus altitudinis prioris ad cubum altitudinis posterioris: hoc est, (breviter loquendo de una altitudine, cum de duabus inter se comparatis sermo intelligendus est,) dicta virium centripetarum differentia est in triplicata ratione communis altitudinis inverse. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Corpus ab apside summa versus imam, in orbe in consequentia revolvente, motum majore Vi centripetâ urgetur quam idem in orbe quiescente. Nam quoniam (in fig. præc.) in isto casu angulus AT*l* major est quam ATL, erit & *e*C major quam *eb*; quippe in eadem ratione cum prædictis angulis: adeoque punctum C est extra peripheriam circuli B*b*D. Sed corpus in orbe revolvente motum reperitur in puncto D; & supra ostensum est, si corpus *l* æquali Vi centri-

centripetâ urgeretur atque corpus L, perventurum illud ad c punctum; adeoque non tantum versus centrum T urgeretur.

Rursus, idem fiet si, reliquis manentibus, orbis revolvens moveatur in antecedentia majore celeritate quam est dupla ejus celeritatis quâ linea TL in consequentia fertur, ut in fig. 1. Quoniam in hoc casu *a*TA est plusquam duplo major quam ATL sive *a*T*l*, erit AT*l* major quam ATL, adeoque (ut prius) *e*c major quam *eb*, & punctum c extra circulum *b*DB; &, ob eandem quam prius rationem, Vis centripeta corporis in orbe revolvente *alp* moti etiamnum major quam Vis centripeta corporis moti in orbe quiescente ALP.

At si Orbis hic *alp* regreditur celeritate minore quam dupla ejus quâ linea TL progreditur, ut in fig. 2; corpus *l* ad apsidem imam descendens minore Vi centripetâ urgebitur quam L in orbe quiescente. Nam quoniam angulus AT*a* non est duplus ipsius ATL sive *a*T*l*, erit AT*l* minor quam *a*T*l*, (hoc est, ATL,) & ideo *ec* quam *eb* minor; adeoque c punctum, ad quod *l* perveniret si pari Vi centripetâ urgeretur atque ipsum L, intra circumferentiam circuli B*b*D. Sed corpus in orbe revolvente motum superius ostensum est reperiri in D puncto remotiore à centro quam est c; minore ergo Vi centripetâ urgetur corpus *l* orbem *alp* describens, quam illud L quod fertur in orbe quiescente ALP. Atque contraria omnia contingent corpori ab ima apside ad summam ascendenti: & per omnia vicissim.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam differentia Virium centripetarum in orbe mobili & immobili (puta in B & *b*) est ad Vim centripetam, quâ corpus motu circulari moveri potest ab N ad B eodem tempore quo corpus L in orbe immobili describit arcum LB, ut $RC \times Cb$ ad ebq. Nam dictæ Vires sunt ut earum effectus CD & H*b* eodem minimo tempore producti: nascens vero H*b* æqualis est *ne*, & CD ostensa est æqualis $\frac{RC \times Cb}{CG}$: quare prædictæ Vires sunt ut $\frac{RC \times Cb}{CG}$ & *ne*, hoc est, ut $RC \times Cb$ & $CG \times ne$. Sed recta CG minime differt à recta M*e*, & (per

 Prop.

Prop. XXXV. *El.* III.) rectangulum ſub M*e* & *e n* æquatur quadrato ab *e b*: prædictæ ergo Vires centripetæ ſunt ut $RC \times cb$ & ebq. Si jam capiantur cognitæ quantitates F & G in ea ratione ad invicem quam habet angulus ATL ad AT*l*, hoc eſt, quam habet *be* ad *ce*; erit CR ut G+F, & C*b* ut G−F: Adeoque differentia Virium centripetarum, quibus corpora in orbe immobili & mobili in B & *b* urgentur, eſt ad Vim centripetam, quâ corpus motu circulari moveri poteſt ab N ad B eodem tempore quo L deſcribit arcum LB, ſicut $\overline{G+F} \times \overline{G-F}$ ad F*q*; id eſt, ut G*q* − F*q* ad F*q*.

LEMMA.

SI corpus ad umbilicum T *ceu centrum tendens deſcribat Ellipſin* ABP, *cujus apſides* A *&* P; *Vis centripeta, quâ corpus in apſide* A *urgetur, eſt ad Vim centripetam corporis alterius, in circulo* AEH *ad eandem diſtantiam* TA *eadem cum velocitate revolventis, ut diameter circuli ad latus rectum Ellipſeos.*

Per A ducatur recta AG ad AT normalis, quæ tam circulum quam Ellipſin continget. Per punctum G ipſi A proximum ducatur recta GEB verſus T, circulum in E, Ellipſin in B interſecans. Cumque naſcentes arcus AB, AE ſint proxime æquales, corpora æquivelocia ex A ſimul digreſſa ad B & E ſimul pervenient; & illorum vires centripetæ ſunt ut harum effectus GB, GE eodem minimo tempore producti. Porro, ex natura circuli, $EIq = AI \times IH$, ſive $AI \times$ diam. & ex natura Ellipſeos, BDq = lateri recto $\times AD$ (defectus quippe, ſive quantitas quâ BDq iſto rectangulo minus eſt, evaneſcit in caſu præſente, cum BD naſcitur;) EI vero & BD naſcentes lineolæ æquantur: Igitur $AI \times$ diam. circuli $= AD \times$ lat. rect. Ellipſeos: Adeoque AD ad AI, ſive GB ad GE, ſive Vis centripeta in Ellipſi ad Vim centripetam in circulo ſicut diameter circuli ad latus rectum Ellipſeos. Q. E. D.

PROPOSITIO V. LEMMA.

SI Orbis ALP *Ellipſis ſit, cujus latus rectum* 2 R, *umbilicum habens* T, *apſidem ſummam* A, *imam* P; *eique ſimilis & æqualis ponatur*

ponatur Ellipsis alp circa immotum umbilicum T *modo superius descripto revolvens, & quantitates datæ* G *&* F *eandem habeant rationem quam anguli* ATl *&* ATL; *si altitudo corporis revolventis, sive distantia à centro, vocetur* A: *Erit Vis centripeta, quâ corpus in Ellipsi mobili revolvi potest, ut* $\frac{Fq}{Aq} + \frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\ cub.}$; *& vicissim, urgente hujusmodi Vi centripetâ, in Ellipsi mobili feretur corpus.*

Cum Vis, quâ corpus in Ellipsi immobili ALP revolvi potest, sit (per Prop. XXXIX. Lib. I.) reciproce ut quadratum distantiæ à centro sive altitudinis A; exponatur Vis hæc per $\frac{Fq}{Aq}$, & Vis in apside A erit $\frac{Fq}{ATq}$. Vis autem, quâ corpus in circulo ad distantiam TA ea cum velocitate revolvi posset, quam corpus in Ellipsi revolvens habet in A, est (per præc. Lem.) ad Vim, quâ corpus in Ellipsi revolvens urgetur in A, ut semilatus rectum Ellipseos ad semidiametrum circuli, sive ut R ad AT; adeoque valet $\frac{R \times Fq}{AT\ cub.}$. Cum autem (per Corol. 2. Prop. IV.) differentia Virium in punctis A & *a* sit ad Vim prædictam in circulo, ipsi $\frac{R \times Fq}{AT\ cub.}$ æqualem, ut $Gq - Fq$ ad Fq: erit ista differentia Virium æqualis $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{AT\ cub.}$: & (per Prop. IV.) differentia Virium in aliis quibusvis punctis æquialtis (ubi nempe altitudo est indeterminata A) est ad differentiam Virium in apside A (ubi altitudo est TA) sicut cubus ipsius TA ad A cub; adeoque in quavis altitudine valebit $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\ cub.}$. Si igitur ad Vim $\frac{Fq}{Aq}$, quâ corpus revolvi potest in Ellipsi immobili ALP, addatur dicta differentia $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\ cub.}$; componetur Vis tota $\frac{Fq}{Aq} + \frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\ cub.}$, quâ corpus in Ellipsi mobili *alp* eodem tempore revolvi potest. Q. E. D.

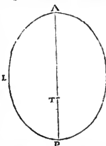
COROLLARIUM. I.

Hinc si Vi centripetæ, quæ est in reciproca duplicata ratione distantiæ à centro, quâ corpus in Ellipsi immota revolvitur, superaddatur alia quælibet Vis quæ est ut cubus distantiæ reciproce; corpus describet Ellipsin cujus apsides in consequentia feruntur. Nam quia differentia, quæ est ut $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\ cub.}$, in hoc casu est positiva, G excedit F; hoc est, angulus AT*l* excedit angulum ATL; unde (per Corol. I. Prop. IV.) apsides vel feruntur in consequentia, vel feruntur in antecedentia celeritate majore quam dupla ejus quâ corpus L in orbe immobili in consequentia fertur: verum cum ultimum hoc in nullo corporum Cœlestium locum habeat, ab hoc casu abstrahimus. At si à Vi, quæ est reciproce in duplicata ratione distantiæ,

auferatur Vis, quæ est reciproce in ejusdem triplicata ratione; relinquetur Vis, quâ urgente corpus describet Ellipsin cujus apsides regrediuntur: Differentia enim Virium $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\ cub}$ est in hoc casu negativa; & proinde G minor quam F, sive angulus ATl quam ATL minor.

COROLLARIUM 2.

Atque hinc rursus sequitur quod si in orbe, à circulari non multum abludente, Vis centripeta in recessu à centro decrescat magis (sive minor sit) quam pro ratione duplicata distantiæ auctæ; orbis apsides movebuntur in consequentia. Sit enim immota Ellipsis ALP orbis descriptus à corpore, quod urgetur à Vi ad centrum T tendente, cujus summa apsis A duplo magis distat à centro T quam ima P; non quod talis orbis ad circularem accedat, sed hanc rationem majoris perspicuitatis & tantum exempli gratiâ ponimus. Supponamus Vim centripetam, quâ corpus in P urgetur, esse partium 400, & Vis, quâ in A urgetur, erit 100, & in locis intermediis proportionaliter; illa nempe Vis, quâ urgente corpus Ellipsin immobilem ALP describeret, sc. reciproca duplicata distantiæ à centro. Si jam præter hanc Vim, corpus in P urgeatur aliâ Vi quæ sit *ex. gr.* ut 64, & in A Vi quæ sit ut 8, & in locis intermediis proportionaliter; nempe sit hæc Vis superaddita inverse ut cubus distantiæ à centro; in hoc casu (per præc. Corol.) apsides in consequentia ferentur. Verum Vis tota in P sive ex binis composita est ut 464, & Vis in A ut 108, & in locis intermediis proportionaliter; hoc est, in recessu à centro Vis centripeta minuitur magis quam pro ratione duplicata distantiæ auctæ: nam si ea minueretur in illa ratione distantiæ duplicata tantum, Vis in A foret ut 116. Et licet requiratur ut Vis nova, superaddita priori illi quæ est inverse ut quadratum distantiæ, sit ubique præcise sicut cubus dictæ distantiæ inverse, ut orbis ellipticus circa centrum Virium in consequentia revolvatur: si tamen Ellipsis hæc à Circulo non multum abludat & Vis talis integra corpus urgeat, quæ in recessu à centro minuitur magis quam quadratum distantiæ corporis à centro augetur; orbis hujus apsides in consequentia movebuntur. Nam quoniam, in orbe fere circulari, distantiæ à centro non multum differunt; Vis illa (cujus superadditione fit ut integra Vis, quâ urgetur corpus, minuatur magis quam quadratum distantiæ à centro augetur) minuitur in ratione quæ non multum differt ab inversa triplicata distantiæ.



Sequitur etiam, si in orbe, circulari proximo, Vis centripeta decrescat minus quam pro ratione duplicata distantiæ auctæ, (hoc est, major sit quam pro dicta ratione,) orbis apsides moveri in antecedentia. Nam eâdem manente Vi in P & A, quâ corpus Ellipsin immobi-

immobilem deſcribit, ſi ab illa auferatur Vis reciproce proportionalis cubo diſtantiæ à centro; nempe ab illa in P Vis quæ eſt ut 64, & à Vi in A Vis ut 8, & in locis intermediis ſimiliter; relinquetur ubique Vis, quâ urgente corpus (per Corol. præc.) deſcribet Ellipſin cujus apſides in antecedentia moventur. Sed relinquitur in P Vis ut 336, & Vis reliqua in A eſt ut 92, & in intermediis diſtantiis ſimiliter: adeoque in receſſu à centro Vis centripeta minuitur minus (ſive major eſt) quam pro ratione duplicata diſtantiæ auctæ: nam Vis minuta in duplicata ratione dictæ diſtantiæ foret in A partium 84. Unde, ob rationes hactenus expoſitas, ſi in orbe à circulo non multum abludente corpus urgeatur Vi, quæ in ejus receſſu à centro minuitur minus quam in duplicata ratione diſtantiæ auctæ; orbis apſides in antecedentia ferentur. Sed & hæc patent ope Corol. I. Prop. IV.

PROPOSITIO VI. LEMMA.

In orbibus ellipticis, qui ſunt circulis finitimi, ex data lege Vis centripetæ determinare motum apſidum; & è contra, ex dato apſidum motu invenire legem Vis centripetæ, modo Vis centripeta ſit ut altitudinis dignitas aliqua.

Si ex data Vis centripetæ lege quæratur motus apſidum, Problema ſolvitur faciendo ut orbis, quem corpus in Ellipſi mobili revolvens deſcribit in plano immoto, accedat ad formam orbis cujus apſides requiruntur, & inveniendo apſides orbis ſic deſcripti. Orbes autem ad eandem accedunt formam, cum Vires centripetæ, quibus deſcribuntur, in æqualibus à centro diſtantiis proportionales fiunt.

Sit (in quavis Fig. præced.) punctum A ſumma apſis, T centrum Virium. Vocetur AT maxima altitudo T, & alia quævis indeterminata A, harumque differentia X. Et Vis, quâ urgetur corpus in Ellipſi circa ejus umbilicum T revolvente, eſt (per præc.) ut $\frac{Fq}{Aq} + \frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\ \text{cub.}}$, ſive ut $\frac{A \times Fq + R \times Gq - R \times Fq}{A\ \text{cub.}}$; & denique (ſubſtituendo $T - X$ pro A) ut $\frac{T \times Fq - X \times Fq + R \times Gq - R \times Fq}{A\ \text{cub.}}$. Vis centripetæ, cujus lex datur, valor ad ſimilem fractionem reducatur; hoc eſt, talem cujus denominator eſt idem A cub. & numeratores (factâ homologorum terminorum collatione) ſtatuendi ſunt analogi; ex qua collatione eruetur ratio G ad F, ſive motus apſidum quæſitus. Detur Vis centripetæ lex, puta ſit hæc ut diſtantiæ à centro dignitas cujus exponens eſt data p, ſive ut A^p, hoc eſt, ut $\frac{A^{p+3}}{A^3}$. Loco datæ $p+3$ ponatur n, & loco A in numeratore $T - X$; eritque Vis centripeta ut $\frac{\overline{T-X}^{\,n}}{A^3}$. Reducatur hujus fractionis numerator $\overline{T-X}^{\,n}$ ad ſeriem infinitam, nempe ad $T^n - n \times T^{n-1}X + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2}X^2 -$ &c; conferantur termini hujus numeratoris cum terminis numeratoris præcedentis, nempe $T \times Fq - X \times Fq + R \times Gq - R \times Fq$; nimirum dati cum datis, & non dati (ſive in quibus indeterminata X reperitur)

 cum

cum non datis; & fiet $T \times Fq + R \times Gq - R \times Fq$ ad T^n ficut $-Fq \times X$ ad $-n \times T^{n-1} X + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} X^2$ &c; hoc eft, ficut $-Fq$ ad $-n \times T^{n-1} + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} X$ &c. Cumque Ellipfis, de qua nunc agitur, fit circulo finitima, in qua femi-latus tranfverfum & rectum, five T & R æquantur, & omnes altitudines five à centro diftantiæ prope eædem, adeoque X illarum refpectu fere nulla; hoc eft, termini ab hac affecti evanefcentes; per mutuam terminorum deftructionem & evanefcentium neglectum analogia prior mutabitur in hanc $R \times Gq$ ad T^n ficut $-Fq$ ad $-n \times T^{n-1}$; & ponendo etiamnum T loco R in primo termino, fiet $T \times Gq$ ad T^n ficut Fq ad $n \times T^{n-1}$; adeoque Gq ad T^{n-1} ficut Fq ad $n \times T^{n-1}$, & viciffim Gq ad Fq ut T^{n-1} ad nT^{n-1}; id eft, ut 1 ad n: adeoque G ad F, id eft, angulus ATl ad angulum ATL, ut 1 ad $\sqrt{n}$. Quare cum angulus, quem corpus in Ellipfi immota defcribit in defcenfu ab apfide fumma ad imam, 2 rectis æqualis fit; erit angulus, quem corpus (quod urgetur à Vi centripeta proportionali altitudinis dignitati cujus exponens p five $n-3$) in orbe propemodum circulari conficit in defcenfu ab apfide fumma ad imam, ad duos rectos ut 1 ad $\sqrt{n}$; adeoque in phrafi arithmetica æqualis $\frac{180^{gr}}{\sqrt{n}}$: & æquali angulo repetito, corpus ab apfide ima ad fummam redibit; & fic in perpetuum.

Et vice verfâ, fi Vis centripeta fit ut aliqua altitudinis dignitas, inveniri poteft dignitas illa ex motu apfidum. Nimirum, fi motus angularis, quo corpus defcendit à fumma apfide ad imam, fit ad motum angularem femi-revolutionis unius (five 180^{gr}) quo in Ellipfi immota à fumma apfide ad imam defcendit, five motus totus angularis, quo corpus ab apfide difcedens ad eandem redit, ad motum angularem revolutionis integræ (feu 360^{gr}) ut unitas ad numerum $\sqrt{n}$; erit Vis centripeta ut altitudinis dignitas cujus exponens eft $n-3$. Pofitâ enim Vi centripetâ ut A^{n-3}, per Prop. hujus partem priorem dicta ifta ratio inter motus angulares five inter G & F prodibit; & igitur hæc lex Vis centripetæ ex ifta ratione inter G & F pendet. Inventa ergo eft lex Vis centripetæ quæfita. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Hujus Problematis exempla aliqua dabimus in cafibus quibufdam illuftrioribus. Quæritur angulus, quem corpus conficit in defcenfu ab apfide fumma ad imam in orbe fere circulari, dum illud urgetur à Vi centripeta uniformi five eadem in omni altitudine. Quoniam in hoc cafu Vis centripeta eft conftans, five ut A^0, five ut A^{3-3}, eft $n = 3$, & $\sqrt{n} = \sqrt{3}$; adeoque angulus à corpore confectus ab apfide fumma ad imam eft $\frac{180^{gr}}{\sqrt{3}}$ five $103^{gr}.\ 55'$, & hoc angulo rurfus defcripto ad apfidem fummam redit, apfidibus velociter in antecedentia latis. Si vero Vis centripeta fit ut ipfa altitudo five A^1, hoc eft, ut A^{4-3}; erit $n = 4$, & angulus inter apfidem fummam & imam $\frac{180^{gr}}{\sqrt{4}}$, five 90^{gr}: hujufmodi igitur orbis apfides in antecedentia feruntur

runtur eâdem celeritate angulari, quâ corpus orbem deſcribens in conſequentia fertur. Similiter, ſi Vis centripeta ſit ut $A^{\frac{11}{4}}$ inverſe, ſive ut $A^{-\frac{11}{4}}$, ſive ut $A^{\frac{1}{4}-3}$, erit $n = \frac{1}{4}$ & $\sqrt{n} = \frac{1}{2}$; adeoque angulus inter ſummam apſidem & imam, qui eſt $\frac{180^{gr}}{\frac{1}{2}}$, eſt 360^{gr}; hoc eſt, corpus, urgente hâcce Vi, de apſide ſumma diſcedens, & ſubinde perpetuo deſcendens, perveniet ad apſidem imam ubi complevit revolutionem integram; dein perpetuo aſcenſu, complendo aliam revolutionem integram, redibit ad apſidem ſummam; & ſic per vices in perpetuum.

Proponatur è converſo motus apſidum datus, & quæratur lex Vis centripetæ: quæratur *ex. gr.* lex Vis centripetæ, quâ urgetur corpus quod revolutione integrâ & præterea alterius revolutionis parte dimidiâ de apſide ſumma ad apſidem ſummam, alterno deſcenſu & aſcenſu, redierit. Quoniam in hoc caſu motus angularis quo corpus deſcendit à ſumma apſide ad imam eſt 270^{gr}, erit quarta proportionalis ipſis 270^{gr}, 180^{gr}, & 1, ſive $\sqrt{n}$, æqualis $\frac{2}{3}$, & ideo $n = \frac{4}{9}$: Ac proinde (per Part. 2. hujus Prop.) Vis centripeta eſt ut $A^{\frac{4}{9}-3}$; id eſt, reciproce ut $A^{3-\frac{4}{9}}$ ſive $A^{2\frac{5}{9}}$. Rurſus, quæratur lex Vis centripetæ, quâ corpus urgetur, quod ab apſide ſumma ad apſidem ſummam conficit 363^{gr}; hoc eſt, quod fertur in orbe propemodum circulari, cujus apſis ſumma ſingulis corporis revolutionibus confecerit in conſequentia 3^{gr}. Quoniam motus totus angularis, quo corpus ab apſide ſumma diſcedens ad eandem redit, eſt ad motum angularem 360^{gr} ut 363 ad 360; $\sqrt{n}$, ſive quarta proportionalis ipſis 363, 360 & 1, erit $\frac{360}{363}$; adeoque n erit $\frac{129600}{131769}$: & Vis centripeta ut $A^{\frac{129600}{131769}-3}$ ſive ut $A^{\frac{-265707}{131769}}$; hoc eſt, inverſe ut $A^{\frac{265707}{131769}}$, ſive inverſe ut $A^{2\frac{4}{242}}$. Vis igitur, quâ urgetur corpus deſcribens orbem cujus apſides in una corporis revolutione moventur 3^{gr} in conſequentia, in receſſu à centro decreſcit in ratione paulo majore quam duplicata, ſed quæ pluſquam 60 vicibus propius accedit ad duplicatam quam ad triplicatam.

COROLLARIUM.

Hinc patet, quod ſi Vis centripeta, quâ corpus urgetur in ejus acceſſu ad centrum, in triplicata altitudinis minutæ ratione aut minore creſcat, corpus, ſi incipiat deſcendere, nunquam perventurum ad apſidem imam, ſed ad centrum uſque deſcendere; ſin vero ab apſide aſcendat minimum, in infinitum aſcenſurum, neque unquam ad apſidem ſummam pervenire. Nam quoniam Vis centripeta eſt reciproce ut A^3, hoc eſt, ut A^{-3}, hoc eſt, $p = -3$; erit n $(= p + 3) = 0$, & $\sqrt{n} = 0$; & angulus quo deſcripto ab apſide ſumma ad imam pervenit, aut è contra, æqualis $\frac{180^{gr}}{0}$, ſive infinitus: nunquam ergo ad alteram apſidem pertinget, ſed poſt innumeras revolutiones vel deſcendet ad centrum vel aſcendet in infinitum. Si vero Vis in receſſu corporis à centro decreſcat in majore quam triplicata ratione diſtantiæ, n erit negativa quantitas, & $\sqrt{n}$ impoſ-
ſibile

ſibile quid; unde patet propoſitum. Et è converſo patet, quod ſi corpus ab apſide ad apſidem, alternis vicibus deſcendens & aſcendens, nunquam appellat ad centrum; Vis in receſſu à centro aut augebitur, aut in minore quam triplicata altitudinis ratione minuetur: & quo minor fuerit angulus deſcriptus à corpore, dum ab apſide ad apſidem redierit, eo longius ratio Virium recedet à ratione illa reciproca triplicata.

PROPOSITIO VII. LEMMA.

In orbibus ellipticis, qui ſunt circulis finitimi, ex data lege Vis centripetæ determinare motum apſidum, modo Vis centripeta ſit ut ſumma vel differentia aliquarum duarum altitudinis dignitatum.

Reliquis manentibus, ſint m, b & c quantitates datæ quælibet, quarum m eſt exponens dignitatis, qualis etiam eſt n, ut in præcedente; deturque hæc lex Vis centripetæ, ut illa ſit ubique ut $\frac{bA^m+CA^n}{A^3}$; ſive, ponendo T−X loco A, ut $\frac{b\times\overline{T-X}^m+C\times\overline{T-X}^n}{A^3}$. Reducendo hunc valorem ad ſeriem infinitam, erit Vis centripeta ut

$$\frac{bT^m-bT^{m-1}X+bm\times\frac{m-1}{2}T^{m-2}X^2+CT^n-CnT^{n-1}X+Cn\times\frac{n-1}{2}\times T^{n-2}X^2\ \&c.}{A^3}$$

Statuendi ſunt analogi valor hic Vis centripetæ & valor prius inventus iſtius Vis, quâ urgente corpus in Ellipſi mobili movetur, nempe $\frac{T\times Fq-X\times Fq+R\times Gq-R\times Fq}{A^3}$; hoc eſt, cum valores hi eundem hactenus habeant denominatorem, pars data numeratoris unius ad hujus partem alteram non datam & pars data numeratoris alterius ad ipſius partem non datam in eadem ratione ponendæ ſunt; hoc eſt, $R\times Gq-R\times Fq+T\times Fq$ ad $-Fq\times X$, ſicut bT^m+cT^n ad $-b\times mT^{m-1}X+b\times m\times\frac{m-1}{2}T^{m-2}X^2-c\times nT^{n-1}X+c\times n\times\frac{n-1}{2}\times T^{n-2}X^2$ &c. Cumque orbes fere circulares ponantur, erunt T & R æquales. Porro, applicando conſequentes ad −X, negligendo terminos ab X (quippe infinite parvo) porro affectos, quia minimos; fiet $T\times Gq$ ad Fq ſicut bT^m+cT^n ad $b\times m\times T^{m-1}+c\times nT^{n-1}$. Majoris ſimplicitatis gratiâ, ut nempe omnes ipſius T dignitates æquales deveniant, ponatur T unitas; eritque tum Gq ad Fq ſicut $b+c$ ad $bm+cn$. Et inde G ad F, ſive (in figura Prop. IV.) angulus ATl ad angulum ATL ut $\sqrt{b+c}$ ad $\sqrt{bm+cn}$, ſive ut 1 ad $\sqrt{\frac{bm+cn}{b+c}}$. Et propterea, cum angulus inter apſidem ſummam & apſidem imam in Ellipſi immobili ſit duobus rectis æqualis, erit angulus, quem corpus, Vi centripetâ quæ eſt ipſi $\frac{bA^m+CA^n}{A^3}$ proportionalis, in deſcenſu ab apſide ſumma ad imam aut è contra deſcribit, ad duos rectos, ut 1 ad $\sqrt{\frac{bm+cn}{b+c}}$; & in phraſi arithmetica, angulus iſte eſt $\sqrt{\frac{b+c}{bm+cn}}\times 180^{gr}$. Si Vis centripeta ſit ut differentia duarum dignitatum altitudinis, (puta ut $\frac{bA^m-CA^n}{A^3}$,) ponendo −c loco +c in valore ſupra invento, fiet angulus inter apſidem

dem ſummam & imam, mobilis orbis fere circularis, æqualis $\sqrt{\frac{b-c}{bm-cn}} \times 180^{gr}$. Nec ſecus reſolvetur Problema in caſibus difficilioribus.

SCHOLIUM.

Si corpus Vi centripetâ, quæ ſit reciproce ut quadratum altitudinis, revolvatur in mota Ellipſi umbilicum habente in centro Virium, & huic Vi centripetæ addatur vel auferatur Vis alia quævis, cujùs lex & quantitas datur; per hanc Prop. determinabitur motus apſidum ex data illa Vi oriundus: Nempe ſi à Vi ut $\frac{1}{A^2}$ auferatur Vis extranea, quæ eſt ut altitudo ſeu diſtantia à centro, nempe ut cA; Vis reliqua, quâ corpus urgetur, erit $\frac{A - cA^4}{A^3}$, ubi $b=1$, $m=1$, $n=4$: Adeoque angulus revolutionis inter apſides eſt $\sqrt{\frac{1-c}{1-4c}} \times 180^{gr}$. Ponatur *ex. gr.* Vim extraneam ablatam eſſe 357, 45 vicibus minorem quam Vis primaria, quâ corpus revolvitur in Ellipſi, quamque facilitatis gratiâ vocavimus 1; eritque proinde $c = \frac{1}{357,45}$ ſive $\frac{100}{35745}$, & $1 - c = \frac{35645}{35745}$, & $1 - 4c = \frac{35345}{35745}$; adeoque $\frac{1-c}{1-4c} = \frac{35645}{35345} = 1,008487754$, & $\sqrt{\frac{1-c}{1-4c}} = 1,004234$. Et igitur $\sqrt{\frac{1-c}{1-4c}} \times 180^{gr}$, ſive angulus inter apſides in orbe mobili, erit $1,004234 \times 180^{gr}$, ſeu $180^{gr}, 76228$, id eſt, $180^{gr}. 45'. 44''$: Inventus igitur eſt motus apſidum in una ſemi-revolutione, ſive dum corpus ab apſide ſumma ad imam deſcendit, ſc. $45'. 44''$ in conſequentia, & tantundem progreditur dum corpus ab ima apſide ad ſummam aſcendit; nempe ſingulis corporis revolutionibus apſis $1^{gr}. 31'. 28''$ in conſequentia fertur.

Et è converſo, ex dato angulo inter apſides determinabitur ratio Vis extraneæ, cujus lex datur, ad Vim quâ in immota Ellipſi moveretur: Puta, ſi corpus diſcedens de apſide ſumma & ad apſidem ſummam reverſum motu angulari conficiat angulum 315^{gr}, ipſâ apſide interim in antecedentia motâ 45^{gr}, & quæratur ratio Vis hujus ſuperadditæ, quæ eſt ut altitudo, ad Vim primariam quâ ſolâ corpus in Ellipſi immota moveretur. Nam quoniam Prop. hâc demonſtratum eſt angulum inter apſidem ſummam & imam eſſe $\sqrt{\frac{b+c}{bm+cn}} \times 180^{gr}$, ſive inter apſidem ſummam & ſummam eſſe $\sqrt{\frac{b+c}{bm+cn}} \times 360^{gr}$, *i.e.* (in caſu præſenti, ubi Vis ſuperaddita eſt ut altitudo,) $\sqrt{\frac{1+c}{1+4c}} \times 360^{gr}$; erit $315^{gr} = \sqrt{\frac{1+c}{1+4c}} \times 360^{gr}$. Et reſolutâ hâc æquatione, valor ipſius c reperietur $\frac{5}{44}$. Cum autem Vis iſta primaria, quâ in Ellipſi immota moveretur corpus, poſita ſit unitas; erit hæc ad Vim iſtam additam (quæ eſt ut altitudo, quæque facit ut apſides tam velociter regrediantur) ut 44 ad 5.

COROLLARIUM.

Ex præced. Schol. & Corol. 2. Prop. v. ſequitur, ſi à Vi quæ eſt in duplicata ratione altitudinis inverſa, auferatur Vis, quæ eſt directe ut ipſa altitudo, relinqui Vim quæ in receſſu à centro decreſcit magis (ſive minor eſt) quam pro ratione duplicata altitu-

 dinis

dinis auctæ, sive quæ in accessu ad centrum crescit magis (sive major est) quam pro ratione duplicata altitudinis diminutæ; nam tam in illo casu quam in hoc orbis apsides progrediuntur, & propterea duo illi casus coincidunt. Eodemque ratiocinio patet, si Vi quæ est in reciproca duplicata ratione distantiæ à centro, addatur Vis extranea, quæ est directe ut dicta distantia, conflari Vim, quæ in recessu à centro decrescit minus (sive major est) quam pro duplicata ratione distantiæ auctæ, sive (quod idem est) quæ in accessu ad centrum crescit minus (sive minor est) quam pro duplicata ratione distantiæ diminutæ. Verum hæc etiam immediate consequuntur ex Corol. I. Prop. IV.

PROPOSITIO VIII.

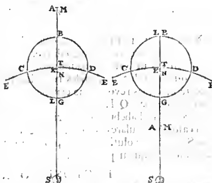
SI Planeta secundarius L *circa Primarium* T *describat Orbitam Ellipticam, cujus focus est* T; *hujus Axis major sive Apsidum linea motu angulari bis progreditur singulis Satellitis* L *revolutionibus; progreditur nempe cum* L *est in Syzygiis* G *&* B, *regreditur vero dum* L *est in Quadraturis* C *&* D *cum Sole.*

Designet S Solem, T Planetam primarium in Orbita D C à D versus C circa Solem motum, L Planetam secundarium, Orbitam ellipticam, cujus focus T, à C ad G versus D describentem. Cum in tribus hisce corporibus attractiones acceleratrices binorum quorumcunque in tertium sint (per ostensa in Lib. I.) inter se reciproce in duplicata ratione distantiarum ab eodem, recidimus in conditiones Prop. I. hujus Libri, (cujus constructionem hic supponimus,) in qua ostensum est Satellitem L duplici Vi acceleratrice urgeri, unâ ab L ad T, alterâ ab L ad S. Cumque Vis prior ab L ad T, ex mutua attractione corporum L & T orta, sit quadrato distantiæ reciproce proportionalis, (per Corol. 2. Prop. LI. Lib. I.) hâc Vi solâ corpus L describet Ellipsin focum in T habentem. Quoniam vero Vis posterior, quâ urgetur L quæque dirigitur ab L ad S, estque per ostensa ad Prop. I. ut AS recta, resolvitur in Vires binas, quarum altera est ut AM, altera ut MS, quæ semper ad MN reducitur, (ut supra ostensum est,) & cum harum rectarum directionibus; (quarum illa quæ est ut AM, licet eandem habeat directionem cum priori qua T trahit L, tamen eandem non observat legem: neque enim est AM reciproce ut quadratum rectæ LT distantiæ corporis L à T, sed fere directe ut ipsa LT; crescente enim LT, cæteris manentibus, in eadem fere ratione crescit & AM; nam SL ob longinquitatem corporis S est fere parallela ad ST;) Vis quâ L in Quadraturis C & D positum urgetur versus T, composita ex binis (prima nempe illa qua T trahit L, quæque est inverse ut quadratum distantiæ LT, & illa ut AM quæ est fere directe ut ipsa distantia LT; nam

tertia

tertia Vis MN in hoc casu nulla est,) non est ut Quadratum distantiæ LT inverse, sed in recessu à T decrescit in minore quam duplicata ratione distantiæ auctæ: & igitur cum Vi, quæ est Quadrato distantiæ à centro sive altitudinis reciproce proportionalis, quâ nempe T trahit L, addatur Vis extranea quæ est ut ipsa altitudo; componetur (per Corol. Prop. præc.) Vis quâ urgente corpus Ellipsin describit, cujus Apsides in antecedentia moventur. Satellite igitur in Quadraturis versante, Orbis elliptici Apsides regrediuntur.

Quod si Satelles L sit in Conjunctione G vel Oppositione B cum Sole S, in quo casu Vis ut AM evanescit, præter Vim quâ T trahit L, quæque est reciproce ut Quadratum altitudinis TL; corpus L urgetur Vi ut MN, ab M versus N urgente, quæ non est ut Quadratum altitudinis TL inverse, sed crescente ipsâ crescens, & fere ut ipsa TL directe. Cum ergo à Vi Quadrato altitudinis reciproce proportionali, quâ T trahit L, auferatur Vis extranea (nempe ab actione Solis orta) quæ est fere ut ipsa altitudo; relinquetur (per Corol. Prop. præc.) Vis quâ urgente corpus fertur in Ellipsi, cujus Apsides in consequentia moventur. Igitur quando Planeta secundarius in Syzygiis cum Sole versatur, Orbis elliptici ab illo descripti Apsides progrediuntur.



Satellite vero in locis versante inter Syzygias & Quadraturas cum Sole, pendet motus Apsidum ex utraque causa supra descripta conjunctim; nempe ex Vi extranea additítia ut AM & ablativa ut MN; adeo ut pro hujus vel illius excessu progrediantur illæ vel regrediantur: Bis igitur in qualibet Satellitis L revolutione circa T progrediuntur Apsides, & bis regrediuntur per vices. Q. E. D.

PROPOSITIO IX. LEMMA.

IN fig Prop. præc. Vis MN *in Syzygiis est fere duplo major quam Vis* AM *in Quadraturis.*

In Syzygiis SM est ad SN in duplicata ratione SN ad SL: Distantia autem punctorum N & T præ ST distantia Planetæ à Sole evanescit, adeoque ST æqualis SN; est igitur SM ad ST in duplicata ratione ST ad SL: Sed quantitates arithmetice proportionales ut SB, ST, SG &c, ubi illarum intervallum BT vel TG est minimum respectu cujusvis ex illis ut SG, sunt etiam quasi geometrice pro-

 portionales,

portionales, & è contra; quare positâ BM (in fig. 1.) & GM (in fig. 2.) æquali TB, erunt (in fig. 1.) MS, BS, TS & LS, & (in fig. 2.) MS, GS, TS, LS quamproxime geometrice proportionales continue: adeoque (in utraque fig.) MS est ad TS in duplicata ratione TS ad LS. Sed MT est duplo major (ex constructione) quam TB, quæ (ex præc.) æqualis est AM in Quadraturis; & MN est fere æqualis ipsi MT: Et igitur MN in Syzygiis est quasi duplo major quam AM in Quadraturis. Q. E. D.

PROPOSITIO X.

IN singulis Satellitis cujusvis revolutionibus Apsides plerumque magis progrediuntur quam regrediuntur, & excessu progressûs feruntur in consequentia.

Nam Vis ut MN in Syzygiis, cujus ablatione à Vi quâ T trahit L fit ut Apsides progrediuntur, est (per præc. Lem.) quasi duplo major quam Vis ut AM in Quadraturis, cujus additione ad prædictam Vim quâ T trahit L Apsides regrediuntur: Et igitur excessus in integra Satellitis revolutione erit penes MN, transferetque Apsides in consequentia. Q. E. D.

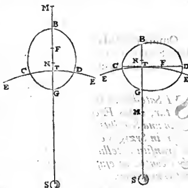
Hæc ita se habebunt ordinario & cæteris paribus: Dantur autem casus particulares (ut Prop. sequente ostendetur) in quibus, in una Satellitis revolutione circa proprium Primarium, Apsides magis regrediuntur quam progrediuntur.

PROPOSITIO XI.

IN una Satellitis L revolutione circa T, progressus Apsidum magis superat illarum regressum, cum hæ in Syzygiis cum Sole versantur, quam si inde longius distant; regressus vero Apsidum superat illarum progressum in una Satellitis revolutione, cum Apsides sunt in Quadraturis cum Sole; Magis tamen & velocius progrediuntur in Syzygiis suis, minus vero & tardius in Quadraturis recedunt; & excessu progressûs supra regressum, in una Apsidum revolutione ad Solem, feruntur in consequentia.

Quoniam Apsidum progressus vel regressus pendet (per Corol. 2. Prop. v.) à Vi centripeta Satellitis versus Primarium suum decrescente magis vel minus quam pro duplicata ratione distantiæ auctæ in recessu à centro, sive transitu ab Apside ima ad Apsidem summam, ut & à contrario incremento in accessu ad centrum, sive reditu ad Apsidem imam; patet progressum vel regressum maximum esse, ubi ratio inter Vires in Apsidibus maxime recedit ab inversa duplicata ratione distantiarum. Ponatur eum esse situm Orbitæ Satellitis respectu Solis, ut ejus Apsides sint in Syzygiis cum Sole: Vis ergo extranea MN, quæ Satellitem in Syzygiis versantem urget, ablata à Vi, quâ Primarius trahit Satellitem, relinquit Vim in Satellite ad B, cujus ratio ad Vim similiter relictam in Satellite ad G magis recedit à duplicata ratione distantiarum inversa, quam si Apsides non essent in Syzygiis; quoniam ratio inter distantias TB, TG magis inæqualis

æqualis est, sive longius à ratione æqualitatis distat, quam ratio inter alias binas quasvis in hac Orbita: progressus ergo Apsidum in hoc casu maximus est. Satellite vero ad C pervento, Vis extranea ut AM, addita Vi quâ T trahit Satellitem, non tantum inducit recessum à ratione duplicata distantiarum inversa in transitu à C ad D; quoniam distantiæ TC, TD æquantur: Quare hujus Vis addititiæ effectus minor est; hoc est, Orbis Apsides minus in hoc casu regrediuntur. Quoniam ergo Apsidibus in Syzygiis versantibus, illæ velocissime progrediuntur cum Satelles Syzygias transit, tardissimeque regrediuntur cum Satelles in Solis Quadrato est; patet, in integra Satellitis revolutione circa Primarium, Apsides in hoc casu velocissime in consequentia ferri.



Sint nunc Apsides Orbis Satellitis in Quadrato Solis: In quo casu Vis extranea AM jam sæpius descripta, quæ Satellitem in Quadratura C versantem urget, addita Vi primariæ quâ T trahit Satellitem, conficit Vim ex utraque compositam, quâ Satelles ad C situs tendit versus T; cujus ratio ad Vim similiter compositam, quâ Satelles ad D perventus versus idem T urgetur, magis recedit à duplicata ratione distantiarum inversa, quam si Apsides non essent in Quadraturis; quoniam ratio inter TC, TD magis inæqualis est quam ratio inter alias binas quaslibet hujus Orbitæ: regressus ergo Apsidum in hoc casu maximus est. Satellite vero ad G vel B pervento, Vis extranea MN Satellitem nunc urgens, ablata à Vi quâ T trahit Satellitem, tam magnum non inducit recessum à ratione duplicata distantiarum inversa, dum Planeta transit à G ad B, aut vicissim; quoniam distantiæ TG, TB æquantur: unde Vis hujus ablatitiæ effectus in Apsidibus promovendis minor est; hoc est, Orbis Apsides tardius promoventur. Ideoque ex utraque hac causa, in hoc Orbis situ respectu Solis, dum Satelles integram revolutionem circa Primarium suum perficit, Orbis Apsides regrediuntur.

Porro, si is sit motus Apsidum Satellitis circa T, isque motus Primarii T circa Solem S, ut Apsides Orbis Satellitis in eodem fere sint aspectu ad Solem per tempus satis notabile, sive dum ipse Satelles aspectus omnes ad Solem sæpius mutat; ob diuturnitatem temporis quo velocitas progressûs & tarditas regressûs Apsidum continuantur, dum nempe Apsides prope Syzygias Solis hærent, satis notabiliter progredientur: Et similiter ob diuturnitatem temporis quo Satellitis Apsides prope Solis Quadratum hærent, & consequen-

ter quo velocitas regressûs tarditasque progressûs continuantur, sensibiliter satis recedent.

Quoniam vero Vis extranea ablatitia MN, progressum Apsidum causans, Prop. IX. ostensa est quasi duplo major quam Vis AM, quæ illas retrocedere cogit; & præterea Apsides diutius hærent in Syzygiis quam in Quadraturis, quia illic in consequentia latæ cum Sole progrediuntur, hic in antecedentia latæ Solis Quadratum in consequentia latum cito transeunt; patet Apsides velocius & diutius progredi in suis Syzygiis, tardius vero & non tam diu recedere in Quadraturis suis; & excessu progressûs supra regressum, in integra revolutione Apsidum ad Solem (hoc est, dum Apsides ex T visæ omnes cum Sole aspectus subeunt,) ferri in consequentia.

Omnia prædicta eodem fere modo se habebunt, licet species Orbitæ Secundarii non maneat præcise eadem, modo mutatio Excentricitatis non sit magna nimis.

PROPOSITIO XII.

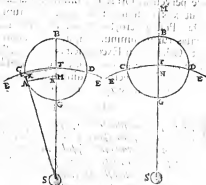
SI Satelles in Orbe Excentrico circa Primarium suum moveatur, hujus Excentricitas bis in quavis revolutione mutabitur: & in una Satellitis revolutione erit hæc maxima, cum Satelles versatur in Syzygiis cum Sole; minima vero, cum in Quadraturis: & in transitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias perpetuo augetur, & è contra in ejusdem transitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur.

Nam si corpus quod Ellipsin datam describebat, (quod sc. urgebatur à Vi centripeta ad focum alterum ceu centrum tendente, quæ est reciproce proportionalis quadrato distantiæ ab eodem,) in descensu ab Apside summa ad imam urgeatur à Vi centripeta, quæ augetur magis quam pro duplicata ratione distantiæ à centro sive altitudinis diminutæ; manifestum est, quod corpus sic versus centrum impulsum magis urgeretur in hoc centrum, quam si urgeretur (ut prius) à Vi crescente solum in duplicata ratione distantiæ diminutæ; adeoque Orbem describeret Orbe elliptico antea descripto (præterquam in ipsa Apside summa) interiorem, & in Apside ima propius accederet ad centrum quam prius; hoc est, Orbem Orbe priore magis Excentricum, sive in quo distantia corporis in Apside summa majorem habet rationem ad illius distantiam in Apside ima, quam in priore. Si porro Vis in ascensu corporis ab Apside ima decresceret iisdem gradibus, quibus in descensu creverat; rediret corpus ad distantiam priorem: Sed si Vis centripeta decrescat magis quam pro dicta ratione, corpus jam minus attractum ascendet ad distantiam majorem, Orbemque describet cujus Excentricitas adhuc est major. Similiter prorsus, si corpus in descensu ab Apside summa urgeatur Vi, quæ augetur minus quam pro duplicata ratione distantiæ diminutæ; patet corpus illud descripturum Orbem Orbe elliptico prius descripto (cum Vis erat reciproce ut distantiæ quadratum) exteriorem, præterquam in Apside summa unde digressum

est;

est; hoc est, minus Excentricum; & Excentricitatem hanc adhuc minui, si in corporis ascensu Vis centripeta decrescat minus, sive tardius quam antea creverat.

In figuris jam sæpius usurpatis ponatur Satelles L prope Quadraturam in C, in quo casu Vis ut MN evanescit, ac præter Vim quâ Primarius T trahit Satellitem L, quæ est reciproce ut quadratum distantiæ, Satelles urgetur Vi ut AM, quæ est ut ipsa distantia LT directe. Et Vis ex hisce conflata (per Cor. Prop. VII.) in recessu à centro decrescit minus quam pro duplicata ratione distantiæ auctæ, & in accessu ad illud crescit minus quam pro duplicata ratione distantiæ minutæ: Adeoque corpus, si per integram revolutionem ab hac Vi versus centrum impelleretur, Orbem describeret minus Excentricum quam si abesset Vis hæc extranea ut AM, solâque Vi quâ T trahit L quæ est ut distantiæ quadratum inverse urgeretur; & igitur, in revolutionis parte illa ubi ab hac Vi impellitur, describit partem Orbis minus Excentrici quam si abesset dicta Vis extranea ut AM.



Quod si Satelles in Syzygiis versetur ut in B vel G, Vi ut AM evanescente, à Vi qua T trahit L aufertur Vis ut MN; hoc est, à Vi quadrato distantiæ reciproce proportionali aufertur Vis ut ipsa distantia; Vis igitur reliqua quâ Satelles T nunc urgetur (per Corol. Prop. VII.) in accessu ad centrum crescit magis quam pro ratione distantiæ diminutæ, & in recessu à centro similiter magis decrescit; & præterea (per supra ostensa) si Satelles per integram revolutionem hâc Vi residuâ ad centrum impelleretur, Orbem describeret magis Excentricum quam est ille quem describeret, si solâ Vi attractrice corporis T urgeretur; & proinde multo magis Excentricum quam est ille quem describeret, si eâ Vi centripetâ urgeretur quâ in Quadratura ad C urgebatur: Unde in revolutionis suæ parte quando Vis extranea MN est maxima (hoc est, in Syzygiis) Satelles describit partem Orbis magis Excentrici quam cum ille in Quadraturis versatur; sive Orbis à Satellite descripti Excentricitas major est dum Satelles in Syzygiis versatur, minor dum in Quadraturis.

Porro, quoniam Vis extranea addititia ut AM maxima est, & Vis MN minima seu nulla Satellite in Quadraturis versante, Vis conflata ex hac & Vi qua T trahit L est (cæteris paribus) maxima, maximeque recedit à reciproca duplicata distantiarum; adeoque in hoc casu,

casu, Orbis portio descripta pertinebit ad Orbem minime Excentricum. Satellite à C versus B progresso, Vis extranea ablatitia ut MN simul crescit, effectusque suos proinde magis magisque edit; hoc est, Satellitem describere facit Orbis partem ad Orbem magis Excentricum pertinentem: quare in progressu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias ejus Orbis magis magisque Excentricus evadit, donec Satellite ad ipsam Oppositionem vel Conjunctionem cum Sole pervento, Orbis fiat omnium maxime Excentricus, ablatitiâ Vi ut MN existente nunc tum solâ, tum maximâ & maxime directâ. Postea vero, Satellite versus Quadraturam pergente, Excentricitas rursus diminui incipit, ob auctam Vim AM quæ illam minuit. Orbis igitur Excentricitas in progressu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias perpetuo augetur, & in ejusdem progressu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo diminuitur: Et maxima proinde est (cæteris paribus) in Syzygiis, minima in Quadraturis.

PROPOSITIO XIII.

Iisdem positis quæ in Prop. præc. in pluribus Satellitis revolutionibus inter se comparatis, dico Orbitæ Satellitis Excentricitatem maximam esse, cum ejus Apsides in Syzygiis versantur; exinde vero diminui perpetuo in transitu Apsidum à Syzygiis ad Quadratum Solis, ubi illa minima est; in transitu vero Apsidum à Quadraturis ad Syzygias Excentricitatem rursus perpetuo augeri.

Probatur eodem modo quo Propositio penultima. Nam (per Corol. Prop. VII.) Vires Satellitis in Quadraturis crescunt vel decrescunt minus quam pro duplicata ratione distantiæ minutæ vel auctæ: quare si Orbis Apsides sint in Quadraturis, dicta ratio incrementi ac decrementi totius in transitu inter Apsides est omnium minima. Similiter, Vires Satellitis in Syzygiis crescunt vel decrescunt magis quam pro duplicata ratione distantiæ minutæ vel auctæ; & propterea, si Orbis Apsides simul in Syzygiis versentur, dicta ratio totius incrementi ac decrementi Virium in transitu inter Apsides est omnium maxima; id est, ratio totius incrementi ac decrementi Virium minima est dum Apsides sunt in Quadraturis, maxima dum in Syzygiis; & propterea, in transitu Apsidum à Quadraturis ad Syzygias, in singulis Satellitis revolutionibus circa Primarium perpetuo augetur, & in transitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur. Sed Prop. præc. ostensum est, quod si in singulis Satellitis revolutionibus augeatur ratio incrementi & decrementi Vis centripetæ, augebitur simul & Orbis Excentricitas; & è contra minuetur Excentricitas, si ratio illa decrescat: Et igitur in transitu Apsidum à Quadraturis ad Syzygias Orbis Excentricitas perpetuo augetur, & in transitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur; maxima ergo est Orbis Excentricitas dum Apsides in Syzygiis sunt, minima cum illæ in Quadraturis versantur. Et ob diuturnitatem temporis quo Apsides prope Quadraturas aut Syzygias hærent, fit Excentricitatis incrementum aut decrementum admodum sensibile, & inæ-

qualitas

æqualitas inter Excentricitatem in uno casu eandemque in altero longe maxima. Q. E. D.

SECTIO III.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum Planum Orbis ab illo circa Primarium descripti inclinatum est ad planum Orbis à Primario circa Solem descripti.

De Satellitum Erroribus in Latitudinem supra Libro I. egimus, generatim quidem Prop. LXI. & specialius postea Prop. LXIV. dum Præcessionis punctorum Æquinoctialium ex eodem fonte manantis rationem causamque indicaremus. Liceat tamen istorum quædam huc, quippe in locum proprium, transferre, aliaque magis particularia de Erroribus hisce explicare.

PROPOSITIO XIV.

SI Satelles circa Primarium revolvatur in Orbe cujus planum ad planum Orbis Primarii circa Solem inclinatum fuerit, Linea Nodorum motu angulari movebitur in antecedentia velocitate inæquali; celerrime quidem cum Nodi sunt in Quadrato Solis, postea tardius, donec Nodis in Syzygiis constitutis quiescat prorsus. In locis inter Quadraturas & Syzygias intermediis Nodi conditionis utriusque participes recedunt tardius; adeoque semper vel Retrogradi vel Stationarii singulis Satellitis revolutionibus circa Primarium feruntur in antecedentia: Et in eadem Satellites revolutione celerius regrediuntur, cæteris paribus, cum Satelles est in Syzygiis.

Designet, ut sæpe superius, S Solem; ETE Orbitam Primarii T; CBDG Orbitam Secundarii L circa Primarium: Ducantur rectæ SL, ST, & si opus est producantur inque iis signentur K, A, M & N puncta, & jungatur AM. Ex Prop. LX. Lib. I. patet Errores omnes Satellitis L oriri ab ejus Viribus quæ sunt ut AM, MN, & cum harum rectarum directionibus. Vis autem in L secundum directionem rectæ AM (hoc est, secundum LT rectam) agens motum ipsius L in Latitudinem neutiquam perturbat, cum LT in plano Orbis CBDG jaceat. Porro, si directio Vis alterius ut MN etiam in plano Orbis CBDG jaceat, hoc est, si recta per L ducta & ad MN parallela in plano CBDG jaceat, neque hæc Satellitis motum in Latitudinem perturbabit. Ipsa vero MN, seu



ST, cum sit in plano Orbis SET, erit etiam in plano CBDG, si fuerit communis interfectio duorum istorum planorum, Orbium nimirum Primarii & Secundarii; hoc est, si Nodi fuerint in Syzygiis. Igitur Nodis in Syzygiis versantibus, nullus orietur Error motûs in Latitudinem neque à Vi ut AM, neque à Vi ut MN, quæ solæ sunt Vires Satellitis motum perturbantes; ergo nullus prorsus Error in Latitudinem. Unde Nodorum Linea simulque ipsi Nodi in hoc casu quiescunt, cum motus illorum sit Error à perturbante Vi aliqua oriundus.

Ubi vero Orbis CBDG Nodi sunt in Quadraturis C & D, Vis ut MN Satellitis motum in Latitudinem maxime perturbat; quoniam in hoc casu recta MN (eique per L parallela LF, secundum quam exeritur Vis Satellitis L quæ est ut MN) omnium maxime ad planum Orbis CBDG inclinatur, tantum nempe quantum Orbium STE, CBDG plana ad se invicem inclinantur. In hoc casu supponatur plani CBDG pars altera CGD supra planum hujus schematis (quod cum plano Orbis Primarii STE congruit) elevata, altera CBD infra illud depressa: Orbitæ huic CBDG æqualis, similis & respectu centri T similiter posita concipiatur Orbita $c b D g$: In hoc igitur casu, quamprimum Satelles L Nodum C transit, ut ad Conjunctionem cum Sole in G perveniat, Vis ut MN cum directione rectæ MN sive huic parallelæ LF, hoc est, ab L ad F agens, trahit illum ex Orbita CGD, quam alias percurreret, & recedendo perpetuo versus S à plano CGD usque ad Nodum proximum, non jam transit planum STE sive $c g$ D in puncto D, (ubi illud transiret si Vis hæc abesset,) sed paulo citra illud respectu Solis S; hoc est, Orbitæ à Satellite (dum à Vi MN urgetur) descriptæ Nodus paulo citerior est quam D punctum, ubi in præcedente Satellitis revolutione inveniebatur.

Similiter, in transitu Satellitis à Nodo D ad Oppositionem cum Sole in B, Vis ut MN agens secundum directionem MN ab M versus N, sive ab L versus F, facit ut Satelles L perpetuo recedat ab Orbita DBC, Orbitamque describat ad planum SET sive $D b c$ minus inclinatam. Cumque hæc Vis in Satellitem L Vires suas exerat usque dum evanescat hæc, nempe cum Satelles ad Quadraturam in C pervenit, facit etiam ut Orbita à Satellite revera descripta citius intersecet planum $b c g$ D quam Orbita DBCG, sive paulo propius ad b quam est punctum C, ibique Orbitæ Satellitis Nodum cum plano Orbis sui Primarii constituat. Atque simile rursus fiet dum Satel-

les

les secundo peragrat semicirculum CGD; Nodus nempe, sive punctum in quo Satelles trajicit *b*CG D, est in antecedentia respectu puncti in quo illud postremâ vice trajecerat, atque ita porro; hoc est, Vis hæc MN Satellitem L cogit in Orbitam, cujus Nodi singulis ipsius L revolutionibus circa T in antecedentia vergunt: celerrime autem regrediuntur Nodi cum in Quadraturis C & D versantur, quoniam (ut supra ostensum est) recta MN vel LF, secundum quam agit Vis ut MN Nodorum regressum efficiens, ad Orbitam CGDB in hoc casu maxime recta seu perpendicularis est.

Porro, quæ de Nodorum situ inter Quadraturas & Syzygias intermedio asseruntur, per se patent, cum recta MN ad planum CBDG sit in isto casu magis obliqua, minusque propterea potenter Satellitem inde deturbet. Cumque Nodorum regressus pendeat à Vi MN, ille (cæteris paribus) maximus est cum hæc est maxima; hoc est, quando Satelles est in Syzygiis. Q. E. D.

Mutatâ Inclinatione Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii circa Solem, non mutatur motus Nodorum sensibiliter, nisi mutatio Inclinationis fuerit nimis magna; nam Vis Nodis motum inducens in isto casu non multum mutatur.

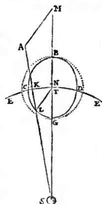
PROPOSITIO XV.

Iisdem positis, dico Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis, in quo Primarius circa Solem revolvitur, perpetuo mutari, & quidem maximam esse cum Nodi sunt in Syzygiis cum Sole; minimam vero (cæteris paribus) cum in Quadraturis: Et insuper in hoc casu minui dictam Inclinationem in transitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias, eandemque rursus augeri in Satellitis transitu à Syzygiis ad Quadraturas. Unde fit ut Satellite in Syzygiis existente, Inclinatio planorum evadat minima, redeatque ad priorem magnitudinem circiter, ubi Satelles ad Nodum proximum accedit. Dico insuper in transitu Nodorum à Syzygiis ad Quadraturas diminui hanc planorum Inclinationem, & fieri omnium minimam (cæteris paribus) ubi Nodi sunt in Quadraturis; dein crescere iisdem gradibus quibus antea decreverat, Nodisque ad Syzygias denuo reversis, ad magnitudinem primam redire.

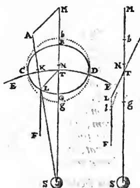
Licet Propositionis hujus partes omnes satis facile consequantur ex Prop. LXI. Lib. I. illas tamen hoc loco fusius explicare & demonstrare libet, proprium cuique adscribendo Schema.

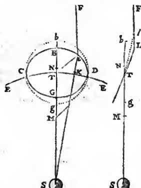
Sint primo Nodi Satellitis L in Syzygiis cum Sole S; hoc est, Linea Nodorum producta transeat per Solem; in quo casu recta MN (quæ ad Prop. LXI. Lib. I. demonstrata est positione suâ ostendere directionem, & magnitudine suâ quantitatem Vis istius, quæ sola Satellitis motum in Latitudinem afficit) est in plano Orbitæ Satellitis L: Et igitur, utut illa Satellitis motum in dicto plano perturbet, Satellitem ad motum quemcunque extra dictum planum BCGD neutiquam impellit; hoc est, motum Satellitis secundum

Latitudinem omnino non afficit, ſed Satellitem perturbationis omnis, quoad ejus motum in latum, immunem prorſus & expertem relinquit, ut Orbem ſuum circa proprium Primarium deſcribat. Cumque Vis illa perturbans MN Inclinationem Orbis Satellitis ad Primarii Orbem ſuâ naturâ minuat ſemper, neque augeat unquam niſi per accidens, propter motum Nodorum in antecedentia ab illa factum; patet dictorum Orbium Inclinationem eſſe omnium maximam quando Nodi ſunt in Syzygiis.



Poſitis jam Nodis in Quadrato Solis, Satelles, quamprimum Nodum C vel D tranſierit, impulſus Vi ut MN, & ſecundum directionem LF ab L verſus F, de plano Orbis CGDB (quem abſque hac deſcriberet) perpetuo trahitur, & Orbitam deſcribit, cujus planum ad planum Orbis Primarii $CgDb$ minus inclinatum eſt. Quod ut clarius pateat, referat (in aliis figuris annexis, oculo in Linea Nodorum producto accommodatis) ST planum Orbis Primarii circa Solem, TL planum Secundarii ad planum ST inclinatum angulo LTS vel hujus complemento ad duos rectos. Satelles in L,





Vi ut MN ab L verſus F, hoc eſt, de loco L in locum l tractus, deſcribit Orbitam, cujus planum Tl minore angulo lTS ad ST planum Orbis Primarii circa Solem inclinatum eſt. Atque mutatio hæc Inclinationis Orbis Satellitis ad Orbem Primarii eſt (cæteris paribus) eo major quo major eſt Vis MN illam producens: Vis vero MN eſt major quo Satelles eſt Syzygiis G & B propior. Nodis igitur in Solis Quadrato hærentibus, Inclinatio Orbis Satellitis eſt minima quando Satelles eſt in Syzygiis. Rurſus, quoniam recta MN eique parallela LF (directio nempe Vis perturbantis & Inclinationem minuentis)

nuentis) magis recta eſt in planum Orbitæ Satellitis cum Nodi ſunt in Quadraturis, quam in alio quovis Nodorum ſitu; mutatio Inclinationis in hoc caſu erit maxima, adeoque Inclinatio planorum minima: Nam quo propius angulus FLT accedit ad rectum, eo majorem angulum rectula L*l* datæ longitudinis ſubtendit. Omnium igitur minima erit Inclinatio plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii, ubi Nodi ſunt in Quadraturis & ſimul Satelles in Syzygiis.

Porro, deſignet (oculo nempe in Linea Nodorum producta conſtituto, ut prius) ST*b* planum Orbis Primarii T circa Solem revolventis; GTB planum Orbis Satellitis, dum hoc angulo minimo (nempe GT*g* vel BT*b*) ad illud inclinatur, quod contingit (ut ſuperius eſt oſtenſum) ubi Satelles ex T videtur in Syzygiis Solis. Cumque in præc. ſit oſtenſum Nodos Orbitæ Satellitis vergere in antecedentia, Orbita quam Satelles diſcedens à G (ubi ex T viſus conjungebatur cum Sole) porro deſcribit, occurret ipſi ST*b* citra T reſpectu ipſius Solis, eritque linea G*d*; & Orbita quam deſcribit idem diſcedens à B ubi Soli opponebatur, nempe Bδ linea, occurret plano ST*b* in δ, ſc. ultra T reſpectu Solis. Patet jam G*d* vel Bδ lineam angulum majorem cum ST*b* continere ad *d* & δ, quam eſt ille quem GT vel BT cum eodem ST*b* plano continet; æqualem circiter illi quem continebat Satellitis Orbita cum ST*b* plano, cum Satelles proxime in Nodo verſaretur. Igitur, ubi Nodi ſunt in Quadraturis, Inclinatio plani Orbis Satellitis minuitur in tranſitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias, & viciſſim augetur in Satellitis tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas; reditque ad priorem magnitudinem circiter ubi Satelles ad Nodum proximum accedit.

Cum igitur oſtenſum ſit quod Vis ut MN Satellitis motum in Latitudinem perturbans, & ſpeciatim Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii minuens, maxima eſt cum Satelles eſt in Syzygiis, & minima (quia nulla) cum ille eſt in Quadraturis, at maxime potenter ad hunc effectum producendum agit (cæteris paribus) cum Satelles eſt in Limite; patet quo Limites ſunt propiores Quadraturis cum Satelles eſt in Syzygiis, eo Vim hanc ut MN dictorum planorum Inclinationem minus minuere, quia ejus magnitudo nulla eſt cum Satelles eſt in ſitu ad hunc effectum producendum maxime commodo, & maxima cum propter Satellitis ſitum hic effectus ceſſat. Et ex altera parte cum ſit modo oſtenſum quod Vis ut MN, Nodos in antecedentia circumducendo, Inclinationem dictam rurſus auget, & hanc maxime potenter auget cum Satelles eſt prope alterutrum Nodum, & interim ipſa Vis ſit maxima cum Satelles eſt in Syzygiis; patet quo Nodi ſunt Syzygiis cum Sole propiores, eo Vim ut MN planorum Inclinationem magis augere. Et igitur cum Limites ſint ſimul Quadraturis

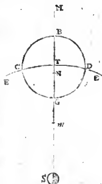
Digitized by Google

propinqui aut ab illis remoti, atque Nodi Syzygiis; patet quo Nodi propiores sunt Syzygiis, eo Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii esse majorem, & quo propiores Quadraturis, eo minorem. Cumque (per Prop. præc.) Nodi in antecedentia ferantur, in Nodorum transitu à Syzygiis ad Quadraturas diminuitur hæc planorum Inclinatio, & fit omnium minima (cæteris paribus) ubi Nodi sunt in Quadraturis; dein crescit iisdem gradibus quibus antea creverat, Nodisque ad Syzygias denuo reversis, ad magnitudinem primam redit. Q. E. D.

PROPOSITIO XVI.

Omnes supra descriptæ Inæqualitates quæ in Satellitis motu contingunt, tam quæ motum ejus in longum quam quæ in latum afficiunt, tam quæ Orbitæ Concentricæ quam quæ Excentricæ competunt, paulo majores sunt in Conjunctione Satellitis cum Sole quam in Oppositione.

Quoniam (per *Prop.* XXV. *El.* V.) in quatuor magnitudinibus geometrice proportionalibus summa maximæ & minimæ excedit summam reliquarum duarum; auferendo utrinque summam duarum minorum, intervallum maximæ & minimæ proximæ excedet intervallum maximæ proximæ & minimæ. Cumque (per construct. Prop. XIV.) Satellite in Conjunctione cum Sole ad G versante, SM sit ad SN, hoc est (ob parvitatem ipsius NT respectu SN) ad ST in duplicata ratione ST ad SG; recta MT excedit duplam TG: Nam maximæ proxima excedit SB. Cumque rursus, Satellite in Oppositione ut ad B existente, S*m* sit ad ST in duplicata ratione ST ad SB; recta T*m* (propter eandem rationem) deficit à dupla TB: ideoque TM à fortiori excedit T*m*, hoc est, NM excedit N*m*. At NM, N*m* repræsentant Vires Satellitem in Conjunctione & Oppositione respective perturbantes: Major itaque est Vis perturbans in Conjunctione quam in Oppositione; & proinde majores sunt illius quam hujus effectus. Cumque præter Vires per NM, N*m* repræsentatas (quæ solæ sunt quæ Satellitis in ipsa Conjunctione & Oppositione positi motus perturbant) altera Vis ut AM (quæ prope Syzygias Satellitem perturbat) major fit in Conjunctione quam Oppositione, nempe illic major quam radius LT, hic minor; patet omnes Inæqualitates Prop. præced. explicatas (cæteris paribus) paulo majores esse prope Conjunctionem Satellitis cum Sole quam prope Oppositionem cum eodem. Q. E. D.



SCHOLIUM.

Prop. præc. præcise semper obtineret, si Orbita Satellitis Primarii Concen-

Concentrica esset; sin aliter, saltem locum haberet in integra revolutione Apsidum ad Solem. Verum Satellitum motus exactius observati hujusmodi quid suadent, quod Satellitis Orbitæ circularis centrum semper paulo remotius est à Sole quam ipsius Planetæ primarii centrum, eo nempe fine ut Satelles Primarium perpetuo comitetur. Nam si Orbitæ Satellitis centrum cum Primarii centro congrueret, Satelles relicto Primario ad Solem caderet. Satelles enim Orbitam suam describens facit ut Orbita hæc censenda sit quasi Annulus gravis, & Annuli hujus partis cujusque gravitas ea est censenda quæ est Satellitis in ea versantis, hujusque gravis is locus qui est centri gravitatis ejusdem. Cumque per Prop. xvi. Satellitis gravitas acceleratrix versus Solem, supra gravitatem acceleratricem Primarii versus eundem, magis augeatur in inferiori Orbitæ suæ parte prope Conjunctionem quam minuatur in superiori prope Oppositionem, & tamdiu in illa moretur Satelles quam in hac; prædicti gravis Annuli sive Orbitæ centrum gravitatis, ipseque proinde Annulus, majore urgetur gravitate acceleratrice ad Solem quam Primarius; relicto igitur Primario, ad Solem propius accedet: quod etiam à fortiori obtinebit, si Orbitæ circularis centrum sit Soli propinquius quam Primarii centrum. Orbitæ vero centrum ita à Deo O. M. collocatur pro cujusque Primarii distantia à Sole, ut prædicti Annuli (ceu gravis considerati) gravitatis centrum tantum à Sole distet quantum ipsius Primarii centrum, ne alterum ab altero deferatur: Quæ attemperatio in Orbibus Excentricis locum etiam habet, Satellitis morâ in quavis Orbitæ particula ad illius partis gravitatem æstimandam adhibitâ.

SECTIO IV.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum Primarius movetur in Orbe Excentrico circa Solem.

PROPOSITIO XVII.

Si ob diminutam & auctam per vices Distantiam inter Solem S *& Primarium* T *actio ipsius* S *augeatur ac diminuatur per vices; augebitur simul ac diminuetur Orbitæ Satellitis radius* LT, *& Tempus periodicum Satellitis circa Primarium augebitur ac diminuetur in ratione composita ex ratione sesquiplicata radii & ratione subduplicata, qua Primarii* T *Vis attrahens per incrementum vel decrementum actionis Solis diminuitur vel augetur.*

Vis quâ Primarius T trahit Satellitem L (quâ nempe L in Orbe suo BCGD retinetur) augetur (ut sæpe superius ostensum est) cum L est in Quadraturis C vel D per additionem Vis extraneæ à Sole S oriundæ, quæ est ut AM; ac dum idem L in Syzygiis versatur, Vis illa attrahens corporis T diminuitur per ablationem Vis ut MN. Et quia MN recta in Syzygiis (per Prop. ix.) ostensa est quasi duplo major

quam

quam AM in Quadraturis, per Vires hasce extraneas à Sole oriundas Primarii Vis attrahens magis diminuitur quam augetur; adeoque simpliciter pro diminuta est censenda. Et quoniam Vis attrahens corporis T illa est quâ L in Orbe suo retinetur, si hæc paulatim languesceret, Satelles L minus semper & minus attractus perpetuo recederet longius à T; & è contra, si Vis illa in Primario augeretur, accederet propius. Auctâ igitur actione corporis Solaris S per accessum Primarii T ad illud, augebitur Vis ablatitia, & consequenter paulatim minuetur Primarii T Vis attrahens, & propterea augebitur Satellitis distantia TL; & è contra, diminutâ actione ipsius S per recessum Primarii T ab eodem, minuetur simul MN, rursusque augebitur ipsius T Vis attrahens, accedetque rursus Satelles ad Primarium. Atque hæc per vices contingent: Satellitis nempe Orbita dilatabitur Primario Perihelium occupante, & contrahetur rursus eodem ad Aphelium redeunte. Porro, Vis in Primario attrahens L in diversis distantiis positum, sive Vis centripeta Satellitis L versus T, est (per Prop. XXVI. Lib. I.) in ratione composita ex ratione simplici radiorum directe & ratione duplicata Temporis periodici ipsius L circa T inverse: adeoque si radius maneat idem, inversa ratio duplicata Temporis periodici eadem est cum ratione Vis centripetæ Satellitis L; hoc est, quadratum Temporis periodici augetur in eadem ratione qua Vis illa centripeta diminuitur, sive ipsum Tempus periodicum augetur in subduplicata ratione qua dicta Vis centripeta diminuitur; & è contra, Tempus periodicum diminuitur in subduplicata ratione qua Vis centripeta augetur. Cumque præterea ea sit lex attractionis in Primario T, sive Vis centripetæ in Satellite L, ut sit reciproce ut quadratum radii TL, & Vis extranea ablatitia sit hujus respectu parva admodum; Vis reliqua, quâ L etiamnum versus T tendit, est fere in duplicata ratione radiorum inverse; adeoque (per Prop. XXVII. Lib. I.) manente eâdem absolutâ Vi attractrice in T, sed mutato utcunque radio, Quadrata Temporum periodicorum sunt ut Cubi radiorum, & ipsa proinde Tempora periodica in sesquiplicata ratione radiorum. Igitur si neque maneat eadem Vis attractrix in Primario T, sed per actionem Solis S augeatur hæc & diminuatur per vices, neque idem radius TL, (quem etiam mutari jam supra ostensum est;) Tempus periodicum augebitur etiam ac diminuetur in ratione composita ex binis prioribus rationibus: id est, si actio Solis S, quâ Vis attractrix Primarii T minuitur, augeatur ac minuatur per vices; & Tempus periodicum augebitur ac diminuetur in ratione composita ex ratione sesquiplicata radiorum & ratione subduplicata qua Vis attractrix corporis T diminuitur vel augetur. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Digitized by Google

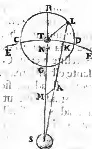
Scholium.

Si Vis attrahens Satellitem T aliunde quam per Vim extraneam à Sole oriundam augeatur, *v. g.* si novæ materiæ accessu ipse Primarius major evadat, & inde (per Prop. XLIX. Lib. I.) ejus attractio in eadem ratione major; Satelles L & in minori Orbita revolvetur diminuto radio TL, & ejus periodicum Tempus minuetur in ratione composita ex ratione sesquiplicata radiorum directe, & ratione subduplicata Virium attractricium corporis T inverse; ut supra: Similiterque, si Primarius per ablationem materiæ diminuatur, augebitur Satellitis Tempus periodicum. Vis enim composita vel residua, quâ Primarius auctus vel diminutus trahit Satellitem, est præcise in duplicata ratione distantiæ inverse, quod in casu Prop. præc. tantum fere obtinet. Idemque respectu Primarii contingет, quod de Secundario hic ostensum est, si Sol casu aliquo augeatur vel diminuatur.

PROPOSITIO XVIII.

Iisdem positis, in Satellitis Systemate dilatato vel coarctato Virium perturbantium effectus periodici, sive Satellitis Errores lineares in qualibet revolutione, sunt ut Orbitarum radii & quadrata Temporum periodicorum conjunctim: Errores vero ejusdem angulares, è Primarii centro spectati, sunt ut dicta quadrata Temporum periodicorum.

Nam Vires perturbantes, sive Errorum productrices, AM, MN (cæteris stantibus) sunt ut radius TL; & harum proinde effectus (sive Errores) periodici (per Corol. Prop. XXIII. Lib. I.) sunt ut Vires & quadrata Temporum periodicorum conjunctim; hoc est, ut radii & quadrata Temporum periodicorum conjunctim. Errores autem hi sunt Errores lineares, mensurati nempe per distantias corporum à figurarum similium locis illis, ad quæ corpora Temporibus iisdem proportionalibus absque Viribus istis pervenirent. Et propterea Errores angulares è centro Primarii T spectati; hoc est, anguli sub quibus prædicti Errores lineares ex dicto centro apparent, sunt in quibuslibet revolutionibus Satellitis L ut quadrata Temporum revolutionum quamproxime; alterâ componentium rationum (nempe ratione radiorum) evanescente, quia Errores lineares ad distantiam radiorum spectantur.



Scholium.

Licet omnes in Satellitis motu Errores angulares, è Primarii centro spectati, mutatâ Satellitis periodo mutentur, nempe motus Apsidum, regressus Nodorum aliæque tam in longitudine quam in latitudine supra explicatæ deviationes à Viribus extraneis Solis oriundæ; cum tamen in una Satellitis periodo horum Errorum quidam

dam insensibiles fere sint, & non nisi post plures revolutiones notabiles, aliique ab aliis Erroribus compensentur, adeoque Astronomis minus noti; unus saltem est Error, Prop. I. descriptus, quo Satellitis motus in Orbitæ Quadrantibus ante Syzygias acceleratur, in Quadrantibus vero post illas retardatur, qui singulis revolutionibus aut potius semi-revolutionibus perficitur: in Quadrato enim Solis cessat Error hic, cessante causâ. Error igitur hic, prout ex dicta Prop. I. deducitur, aut potius sicut per Corol. Prop. II. corrigitur, per Prop. hanc XVIII. (aucto aut minuto periodico ejus Tempore) in integra sua periodo augetur vel diminuitur in duplicata ratione temporis inter Quadraturas. Sed tempus inter Quadraturas non à sola periodo pendet, sed majus est aut minus pro Satellitis loco in propria Orbita Apsidi summæ aut imæ viciniori.

PROPOSITIO XIX.

SI Primarius circa longinquum Solem in Orbe Excentrico moveatur, Solis Vires Satellitis motum perturbantes harumque effectus, omnes sc. supra descripti Errores tam in longitudinem quam in latitudinem & altitudinem, sunt reciproce ut Cubi distantiarum Primarii à Sole; hoc est, directe ut Cubi diametrorum apparentium Solis è Primario spectati.

Quoniam Sol ponitur longinquus, distantia inter puncta T & N præ ST evanescit, sive SN, ST æquales sunt. Cumque Orbitæ CBDG Excentricitas (si quam habet) ad TS comparata etiam evanescat, erit SK itidem æqualis ST. Porro, minutâ vel auctâ TS, Orbita CBDG una cum lineis hinc pendentibus TL, MN, AM &c. augentur vel diminuuntur per Prop. præc. Et quidem ob longinquitatem Solis S omnes hæ in eadem proportione augentur vel diminuuntur; hoc est, recta AM (quæ in media sua quantitate æquatur ipsi TL, quippe Satellite versus Conjunctionem cum Sole versante est illâ major, versus Oppositionem minor) est ad LT sicut SK ad ST; adeoque Vis ut AM ad Vim ut SK in eadem ratione atque LT ad ST. Similiter, Vis ut MN est ad Vim ut SK fere sicut LT ad ST; hoc est, Vires ut MN, AM sunt quamproxime sicut Vis ut SK & ratio LT ad ST conjunctim; hoc est, sicut Vis ut $SK \times \frac{LT}{ST}$. Cumque Vis acceleratrix ad constans corpus Solare sit (per Prop. XLII. Lib. I.) inverse ut quadratum distantiæ ab illo, hoc est, in distantia SK ut $\frac{1}{SKq}$; loco Vis ut SK posito $\frac{1}{SKq}$, erunt Vires ut AM, MN sicut $\frac{1}{SKq} \times \frac{LT}{ST}$; hoc est, sicut $\frac{LT}{SKq \times ST}$. Sed supra ostensum est SK esse in hoc casu æqualem ST: Unde Vires ut AM, MN sunt sicut $\frac{LT}{ST\ cub.}$. Quod si LT etiam pro constanti & immutata habeatur,

tur, erunt Vires perturbantes ut AM, MN; adeoque & harum Virium effectus, Errores nempe omnes (de quibus actum est in præcedentibus) sicut $\frac{1}{ST\ cub.}$, hoc est, reciproce ut cubus distantiæ Primarii à Sole. Et vulgo notum est diametros apparentes Sphæræ datæ magnitudinis esse ut distantias inverse: Et igitur dictæ Vires perturbantes, Satellitisque Errores inde orti, sunt ut cubi diametrorum apparentium Solis è Primario spectati. Q. E. D.

PROPOSITIO XX.

Invenire rationem inter Solis Vires, quibus Satellitis motus perturbatur, & Vim, quâ Satelles in Orbe suo circa Primarium retinetur.

In præcedentibus ostensum est quam rationem habeant Solis Vires Satellitis motum perturbantes ad Vim quâ Sol trahit Primarium, sive quâ Primarius in Orbe suo circa Solem retinetur: est nempe ea, quam rectæ AM, MN respective habent ad SN, sive AM, MT (coeuntibus punctis N & T) ad ST. Restat ut determinetur ratio inter dictas Vires perturbantes & Vim quâ Satelles L retinetur in Orbe suo CBDG circa Primarium T. Recta AM in media sua quantitate æqualis est TL; quare Vis mediocris ut AM est ad Vim ut SN vel ST, quâ T in Orbe suo retinetur, ut TL ad TS: Et (per Prop. XXVI. Lib. I.) Vis, quâ T retinetur in Orbe suo ETE, est ad Vim, quâ L retinetur in suo CBDG, in ratione composita ex ratione ST ad TL & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis circa Primarium ad Tempus periodicum Primarii circa Solem. Et igitur, ex æquo, prædicta Vis mediocris ut AM est ad Vim, quâ L in Orbe suo retinetur, in ratione composita ex rationibus TL ad TS, ST ad TL & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis circa Primarium ad Tempus periodicum Primarii circa Solem; hoc est, (duabus prioribus rationibus se mutuo perimentibus,) Vis mediocris ut AM ad Vim, quâ L in Orbe suo circa T retinetur, est in prædicta ratione duplicata Temporum periodicorum. Quod si investigetur ratio inter MN & AM, invenietur ratio utriusque Vis perturbantis AM & MN ad Vim quâ L in Orbe suo retinetur. Immo licebit Vim AM non in mediocri sua quantitate, sed exactissime pro vario Satellitis L situ invenire, & inde rationem inter Vires perturbantes & Vim, quâ L in Orbe suo retinetur, exactissime determinare.

Corollarium.

Si Sol ponatur longinquus, ut sit Planetis circum-solaribus, iis saltem qui Satellitio gaudent; AM erit semper æqualis TL, existentibus tum rectis MT, AL parallelis; & MN sive MT æqualis AL.

Rr 2 Quo-

Quoniam vero SA eſt ad SK in duplicata ratione SK ad SL, & SL infinita reſpectu KL; erit AK (differentia ipſarum AS & SK) dupla KL (differentiæ ipſarum SK & SL) & AL ejuſdem tripla: Sed KL eſt ſinus rectus arcûs CL, diſtantiæ nempe Satellitis à proxima Quadratura C, poſito TL radio. In hoc igitur caſu datur perpetuo ratio Vis AM ad Vim MN, eadem nempe quæ radii ad triplum ſinum rectum Diſtantiæ Satellitis à Quadratura.

SCHOLIUM.

Eodem plane modo quo Sol extra Satellitis Orbitam conſtitutus ejus motum perturbat, idque multifariam, ut ex præcedentibus hujus Libri Propoſitionibus liquet; Planetæ ſuperiores inferiorum, Cometæ omnium Planetarum motus perturbabunt. Supra deſcripta enim Satellitum perturbatio à Sole oriunda provenit ex gravitate Satellitis cujuſque verſus Solem, qua (inter alia) fit ut Satellitis gravitas verſus ſuum Primarium non ſit amplius in reciproca duplicata ratione diſtantiæ ab eodem. Et actiones Planetarum in alios Planetas ſimiles producent effectus, utut longe minores, propter illorum corpora parva, ſi cum Sole conferantur, & diſtantias immenſas. Aliqui tamen erunt hi effectus, qui, ſi perſtent, & in eandem ſemper plagam dirigantur, ſenſibiles tandem evadent: exempli gratiâ, Orbitæ Telluris Apſides poſt plures annos ſenſibiliter in conſequentia latæ deprehendentur, licet admodum parvus ſit hic motus, ſi conferatur cum motu Apſidum Lunæ in conſequentia; quippe qui in viginti annis quatuor ſcrupula prima & ſcrupuli ſemiſſem non attingit, cum motus Apſidum Lunæ interim factus duas revolutiones integras & revolutionis quadrantem excedat.

Porro, perturbatio motûs Planetarum ab aliis Planetis & Cometis oriunda valde inæqualis erit, ob diſtantias corporum perturbantium admodum inæquales. Cum tamen effectus omnis ejus perturbationis parvi ſint, eorum inæqualitates quaſi inſenſibiles evadent; & media cujuſque quantitas ad calculum Aſtronomicum ſufficiet.

SECTIO V.

De Motu Lunæ è Terra ſpectatæ.

In præcedentibus Propoſitionibus fuſe oſtenſum eſt, quinam ſint Errores quos in Planetarum ſecundariorum motu Sol producit: In quorum omnium exemplum Lunam Telluris Satellitem afferemus, & ſummatim oſtendemus quibuſnam Inæqualitatibus afficiatur hæc, quomodo obſerventur & earum aliæ ab aliis diſtinguantur, item quomodo ex ipſis fontibus, nempe Solis Viribus illarum generatricibus, per calculum inveniantur: Et denique pro Motibus Lunaribus Tabulas condendi iiſdemque utendi methodum indicabimus, ubi obiter apparebit quas Lunæ Inæqualitates conſideraverint hucuſque Tabularum Conditores, quaſque neglexerint.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Lunæ Motum ejusque Inæqualitates hactenus observatas, vel distinctas, vel cum aliis mixtas, ex superioribus consequentes describere & explicare.

Quod Tellus corpus magnum & Planeta primarius, interea dum circa Solem fertur, possit Lunæ corpus minus circum se revolvens sub Satellitis forma deferre in Orbe, cujus planum utcunque inclinatur ad planum Eclipticæ in quo Tellus circa Solem defertur; quodque Luna in Ellipsi umbilicum in Terræ centro habente quamproxime possit revolvi; patet ex Prop. LIX. Lib. I. ejusque Corollariis: Atque hæc sunt phænomena evidentissima omnium oculis exposita: hinc enim & Lunæ Phases & Luminarium Eclipses Propp. XVI, XVIII & XIX. Lib. I. explicantur. Actione autem Solis Lunæ Motus varie perturbabitur, iisque afficietur inæqualitatibus quas assiduus & accuratior observatio detexit, quarum tamen effectus, si cum prioribus illis conferantur, evanescunt fere; unde fit quod in supra citatis Propositionibus Satellitis motus circa Primarium similis quamproxime statuitur motui Primarii circa Solem, cum accuratius observatus in singulis paululum differat.

Etenim primo, absque Solis actione Luna circa Tellurem ita moveretur, ut radio ad Terram ducto areas describeret temporibus proportionales: Per dictam vero actionem fit (per Prop. I.) ut describat aream pro tempore majorem (hoc est, velocius feratur) in Syzygiis cum Sole quam in ejus Quadrato. Atque Error hic etiam mutatur, & quidem in qualibet ejus periodo in duplicata ratione temporis inter Quadraturas, per Schol. Prop. XVIII.

Secundo, si Solis actio non perturbaret Lunæ motum, Luna Ellipsin describeret umbilicum in Terræ centro habentem: nunc vero per Prop. II. patet Lunæ Orbitam fore (cæteris paribus) minus curvam in Syzygiis, curviorem in Quadraturis; adeoque propius accedere ad Terram in illis quam in his.

Tertio, Luna circa Terram Ellipsin immotam perpetuo describeret, si Sol eam non perturbaret: nunc vero ex illius perturbatione fit ut Orbita hæc ab Ellipsi longissime recedat, nec nisi per Astronomorum solertiam ad hanc reduci queat. Ejus enim Orbita est Curva, quæ generatur quidem ex Ellipsi circa immotum umbilicum sive Terræ centrum mota, majore interim ejus axe motu angulari nunc prorsum nunc retrorsum oscillante; ut ex Prop. VIII. patet. Illa autem Curva immota AEGH (fig. Prop. III) revera est Lunæ Orbita, quæ non magis est Ellipsis censenda; quam Helix est Linea recta, quoniam generatur ex puncto in recta mota dum ipsa recta motu angulari circumfertur. Si tamen Astronomis veteribus morem (uti decet) gerentes Ellipsin pro Planetæ Orbita habeamus, ejus Linea Apsidum (per Prop. VIII) bis in qualibet Lunatione progreditur, cum nempe Luna est in Syzygiis, & bis regreditur, cum Luna tenet Quadraturas; progressusque hic (per Prop. XI.) re-

Digitized by Google

greſſum ſuperat dum Lunæ Apogæum & Perigæum Syzygias tenent, at regreſſus viciſſim progreſſum dum illa in Quadraturis verſantur. Simpliciter ergo in priori caſu (ſi integram Lunæ revolutionem ſpectes) progreditur Apogæum; ſimpliciter regreditur in poſteriori: Cumque prior caſus diutius duret, in integra revolutione Apſidum circa Solem progrediuntur ſimpliciter.

Quarto, ſi nulla foret Solis actio in Lunæ motibus perturbandis, eadem perpetuo Ellipſis circa Terram à Luna deſcriberetur: nunc autem fit ut hæc perpetuo mutetur ſpecie; Orbitæ enim Excentricitas indies mutatur, & (per Prop. XII.) in qualibet revolutione fit maxima dum Luna in Syzygiis verſatur, minima dum hæc Quadraturas tenet; & in pluribus hujuſmodi Lunæ revolutionibus inter ſe comparatis, maxima eſt Excentricitas Orbitæ (per Prop. XIII.) cum Apſides Lunæ Syzygias tenent, minima cum Quadraturas. Quod ſi Lunæ Apogæum & Perigæum Syzygias teneant & ſimul Luna in Apogæo verſetur, hoc eſt, ſi Excentricitas ſit omnium maxima; Luna in Syzygiis & remotiſſima ſimulque tardiſſima fiet, contra ſupradicta ad paragr. 1. & 2. hujus Prop. Verum cum in iſtis ab Excentricitate abſtraheremus, & ibi dicta cæteris paribus obtinere tantum aſſertum ſit, hiſce nullo modo contraria ſunt. Sed neque in hoc etiam caſu tam lente Luna movetur, nec tanta eſt Orbitæ Excentricitas quanta foret, ſi Errores in citatis paragraphis explicatæ prorſus abeſſent.

Quinto, ſi Sol non perturbaret Lunæ motum, hæc Orbitam circa Terram deſcriberet in plano immoto conſiſtentem, ſicut Primarius quilibet circa Solem; quam eſſe præcipuam ſemitæ projecti proprietatem ex Lib. I. Prop. XI. conſtat: à Sole autem fit quod plani hujus poſitio varie mutetur, vel per mutatam ejus communem ſectionem cum Eclipticæ plano, hoc eſt, Nodorum Lineam, vel mutatam ejuſdem Inclinationem ad planum Eclipticæ fixum. Et per Prop. XIV. in una Lunæ revolutione circa Terram Nodi regrediuntur celerrime cum Luna Syzygias tenet, tardiſſime cum Quadraturas; in pluribus vero inter ſe comparatis, regreſſus Nodorum celerrimus eſt cum hi in Quadrato Solis verſantur, tardiſſimus (quia nullus) cum Syzygias tenent.

Sexto, ipſa etiam plani Orbis Lunaris Inclinatio ad Eclipticæ planum mutatur. Hæc quippe Inclinatio per Prop. XV. eſt, in eadem Lunæ revolutione, minima cum Luna eſt in Syzygiis, maxima cum in Quadraturis; in diverſis autem inter ſe comparatis, minima eſt cum Nodi Quadraturas tenent, maxima è contra cum hi Syzygias occupant.

Septimo, omnes ſupra deſcripti Errores ab actione Solis oriundi quolibet tempore minimo producti, hoc eſt, velocitates ſeu motus horarii Apogæi, Nodorum &c. Lunæ mutantur pro mutata Telluris diſtantia à Sole Errorum cauſa, idque (per Prop. XIX.) in triplicata ratione diſtantiæ Telluris à Sole inverſe, ſive in triplicata ratione diametri apparentis Solis è Terra ſpectati.

Octavo,

Octavo, ipsum etiam Lunæ Tempus periodicum mutatur, mutatâ distantiâ Telluris à Sole: est namque hoc minimum (per Prop. XVII.) Terrâ Aphelium tenente; maximum cum Terra est in Perihelio. Adeoque præter omnes inæqualitates supra recensitas in Lunæ motu, quæ istis temporibus incidunt, ipse motus Lunæ medius velocior est cum Terra est in Aphelio quam cum in Perihelio, & proportionaliter tardior vel velocior prout Terra huic vel illi propior fuerit.

Aliæ quædam forsan sunt nondum observatæ (saltem ab aliis nondum distinctæ) Lunæ inæqualitates, quibus ejus motus adeo perturbatur, ut nullo pacto ad regulam certam hactenus reduci potuerit; istæ *v. g.* de quibus Schol. Prop. XVIII. &c. Post hasce vero satis cognitas reliquæ facilius observabuntur, earumque causæ ex principiis prius positis deducentur.

PROPOSITIO XXII.

Distantiam Lunæ à centro Terræ per unicam Eclipsin Lunarem (sine ulla prævia observatione Lunæ) invenire.

Distantiæ Lunæ à Terra investigatio vulgaris (methodis Lib. I. & III. traditis inædificata) Lunæ Theoriam saltem aliqualem supponit, cum vicissim hæc ab illa pendeat, nec sine illa obtineri possit; sicut notat *Ptolemæus Cap.* XI. *Lib.* V. *Almagesti.* Ille per observationem Lunæ in Vertice & simul maximam Latitudinem habentis rem expedit. Hujusmodi Observatio paucarum est habitationum, certe non nostræ. Liceat igitur ad Geometriam recurrere, numque hæc opem ferre posset tentare, & Lunæ Parallaxin absque ulla prævia vel Theoria vel Observatione Lunari invenire.

Momento quo Cornua Lunæ (in hujus immersione in Telluris Umbram, aut emersione ex eadem) sunt circulo Æquinoctiali parallela, observentur Lunæ Altitudo apparens & (ope vicinarum Fixarum) illius Ascensio recta & Declinatio etiam apparentes. Dicta autem Lunæ deficientis Phasis optime distinguitur, si collimando Cornua reperiantur in recta perpendiculari ad Scioterici Gnomonem, Axi conversionis diurnæ parallelum, Æquatorem referente; in quo casu palam est Lunam & Telluris Umbram eandem habere Ascensionem rectam. In annexo schemate referat circulus ZPHO Meridianum, in quo P Polus, Z Zenith. Sit EQ Æquator, in quo principium numerationis Ascensionis rectæ sit ♈; sitque HO habitationis Horizon, & A Lunæ locus apparens, V verus tempore Observationis; quæ loca in eodem erunt verticali circulo, quoniam Parallaxis Phænomenon deprimit tantum. Per A & V traducti intelligantur Declinationum circuli PAB, PVD Æquatori in B & D occurrentes. Ex dato Solis loco dabitur ejus Ascensio

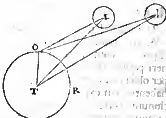
Digitized by Google

Aſcenſio recta, & conſequenter Aſcenſio recta puncti huic oppoſiti, nempe centri Umbræ; hoc eſt, VD: Dabitur igitur Aſcenſionis veræ VD & apparentis VB differentia BD, ſive (quem arcus hic menſurat) angulus BPD. In triangulo ſphærico APZ dantur tria latera; nempe PZ complementum Altitudinis Poli, ZA complementum obſervatæ Altitudinis apparentis Lunæ, & AP complementum obſervatæ Declinationis Lunæ apparentis; dabitur ergo ZAP angulus. Rurſus, in triangulo VAP dantur duo anguli modo inventi VAP & VPA, cum latere intercepto AP; invenietur igitur latus AV, Lunæ Parallaxis; quâ datâ, invenietur per Prop. XLVI. Lib. II. quæſita Lunæ Diſtantia à centro Terræ.

PROPOSITIO XXIII.

Lunæ Diſtantiam à centro Terræ, dato tempore, per obſervationem determinare.

Deſignet OR Terram, cujus centrum T; O locum Obſervatoris: Sitque L Luna in priore obſervatione, quando ipſius Diſtantiæ tam à Terræ centro quam ab Obſervatoris oculo (nempe rectæ TL, OL) per præcedentem determinatæ ſunt; & immediate ante vel poſt Defectum Lunæ iſtum quo obſervatio dicta facta fuit, obſervetur Lunæ in L diameter apparens. Sit jam Luna in alio quovis Orbitæ ſuæ loco, ut ad l: quæritur Tl ejus Diſtantia à Telluris centro. Obſervetur Lunæ in l diameter apparens; eſtque (ut vulgo notum) Ol ad OL ut apparens diameter Lunæ in L ad ejuſdem diametrum apparentem dum eſt in l; hoc eſt, in ratione data; datur ergo ipſa Ol: Sed per Altitudinem apparentem Lunæ in l datur angulus lOT; in triangulo igitur lOT datis lateribus Ol, OT cum angulo lOT, invenietur Tl Diſtantia Lunæ à Terræ centro. Q. E. F.



Non eſt opus ut diametri apparentes in circuli partibus præciſe exprimantur; ſufficit ſi harum ratio ad invicem obſervatione innoteſcat: Nam arcus hi aut anguli non comparantur cum aliis angulis aut arcubus per circuli partes expreſſis, ſed tantum inter ſe; horum enim ratio inverſa eſt ratio Diſtantiarum Lunæ ab oculo temporibus obſervationum. Satis igitur eſt ſi illæ Micrometro Teleſcopio aptato obſerventur, & filorum Diſtantiæ, in æquales partes diviſæ & per illarum numerum expreſſæ, notentur.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

Lunæ Inæqualitates & Errores per observationem determinare & inter se distinguere.

Lunæ loca apparentia determinantur ope vicinarum Fixarum, quarum loca prius exacte per Prop. XXIX. Lib. II. cognita habentur; & loca vera ex apparentibus per Prop. LXVIII. ejusdem: Distantia autem à Terræ centro tempore quovis per præcedentem est nota: Omnia ergo quæ Lunæ Motum attinent, nota sunt.

Inæqualitates in Motu Lunari Prop. XXI. recensitæ, cum jam notum sit & quales sint qualesque expectare licet, ex pluribus hujusmodi Observationibus, continuo & per plures annos factis, inter se collatis patescent, harumque quantitates determinabuntur: *ex. gr.* hoc modo determinabitur, num (cæteris paribus) Luna velocius moveatur in Syzygiis cum Sole quam in Quadraturis; num longius à Terra distet hic quam illic; num Lunæ Motus medius sit velocior in Telluris Aphelio quam in Perihelio &c. Aliquibus semel determinatis (iis nempe quæ à Syzygiis cum Sole pendent, & mense Synodico semel aut forte bis desinunt rursusque incipiunt) reliquæ facilius à se invicem distinguuntur, quæ vel à Telluris motu Annuo, vel à revolutione Apsidum & Nodorum Lunæ ad Solem pendent. Hisce à se invicem separatis, relinquitur Lunæ Inæqualitas, de qua generatim actum est Schol. Prop. XVI, cujus quantitas ex ejus periodo cognita per Observationes colligetur. Et tandem apparebit, comparando Periodum Lunarem hodie observatam cum illa ante plura sæcula per observationes cognita, num Telluris Globus temporis decursu auctus sit (quod suspicor) vel diminutus, & de incremento vel decremento interea facto per Schol. Prop. XVII. statuetur geometrice. Quod si aliæ hactenus inobservatæ Inæqualitates Lunæ Motum afficiant, prædictis demptis apparebunt illæ, inque lucem protractæ Astronomiam augebunt, Lunæ Theoriam perficiendo.

PROPOSITIO XXV.

Invenire Solis Vires ad perturbandos Motus Lunæ, sive rationem determinare inter Vires hasce perturbantes & Gravitatis Vim nobis familiarem.

Iisdem positis, Vires Solis perturbantes Lunæ motum repræsentantur per rectas AM, MN, & ob longinquitatem Solis recta MN non differt ab MT, estque tripla sinûs recti arcûs CL distantiæ Lunæ à Quadratura, posito TL radio; & AM æqualis est LT, ut Corol. Prop. XX. est ostensum. Similes etiam Vires, at minores, perturbant Motum Telluris, quia non ipsum Telluris centrum Orbem magnum circa Solem describit, sed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ, ut Prop. LXIII. Lib. I. ostensum est; adeo ut Terra & Luna sint quasi Satellites circa dictum gravitatis centrum revoluti. Sed Vires utrasque ad Lunam referimus, propter demonstrata ad Prop. L. & LI. Lib. I. Porro, per Prop. XX. Vis Solis Lunam perturbans,

quæ eſt ut AM, eſt ad Vim, quâ Luna in Orbe ſuo retinetur, in duplicata ratione Temporis periodici Lunæ circa Terram ad Tempus periodicum Terræ circa Solem: Et Vis, quâ Luna in Orbe circa Terram immotam revolveretur ad Diſtantiam quâ nunc à Terra diſtat, (quæ per Prop. LI. Lib. I. æqualis eſt Vi, quâ nunc in Orbe ſuo retinetur circa prædictum gravitatis centrum,) eſt (per Corol. I. Prop. XXVI. Lib. I.) ad Vim, quâ eodem tempore circa Terram revolvi poſſet ad Diſtantiam quâ Luna à dicto gravitatis centro diſtat, ut Diſtantia Lunæ à Terra ad Diſtantiam Lunæ ab iſto gravitatis centro; nam Lunæ & Terræ Tempora periodica circa eorum commune centrum gravitatis eſt eadem: Et Vis prædicta, quâ Luna retineretur in Orbe ſuo circa Terram immotam ad Diſtantiam Lunæ à communi iſto gravitatis centro, eſt ad Vim quam Gravitatem dicimus (quæ eadem quidem eſt Vis, ſed ad minorem à centro diſtantiam, nempe ad Terræ tantum ſuperficiem propagata) in duplicata ratione Semidiametri Terræ ad prædictam Diſtantiam Lunæ à communi centro gravitatis Lunæ & Terræ: Et igitur, Vis Solis ut AM eſt ad Vim Gravitatis in Terræ ſuperficie in ratione compoſita ex hiſce tribus rationibus; nempe ex duplicata ratione Temporis periodici Lunæ circa Terram ad Tempus periodicum Terræ circa Solem, ex ratione Diſtantiæ Lunæ à Terra ad Diſtantiam Lunæ à communi centro gravitatis Lunæ & Terræ, & ex ratione duplicata Semidiametri Terræ ad Diſtantiam Lunæ à communi centro gravitatis Terræ & Lunæ. Dantur autem rationes tres componentes; ergo datur & ex hiſce compoſita ratio inter Vim Solis ut AM & Gravitatis Vim. Sed & alterius Vis perturbantis MN aut MT ratio ad AM aut LT nota eſt, eadem nempe quæ tripli ſinûs arcûs CL Diſtantiæ Lunæ à Quadratura ad radium: Inventa igitur eſt ratio utriuſque Vis Solaris perturbantis Lunæ Motum ad Gravitatis Vim nobis familiarem.

Poterit abſque ſenſibili errore media Vis componens negligi, quippe ad rationem æqualitatis proxime accedens: Unde multo ſimplicior evadit ſolutio.

SECTIO VI.

De Tabulis Lunaribus et earum Uſu.

PROPOSITIO XXVI.

Tabularum Lunarium, ad Lunæ locum è centro Terræ viſum expedite inveniendum deſtinatarum, Ordinem exponere.

Primo omnium conſtituitur Epocha ſeu Radix Motûs Lunæ; hoc

hoc est, (ut superius Lib. III. explicatum,) assumpto puncto notabili Temporis medii numerati in Loco ad quem Tabulæ destinantur, è regione apponuntur mediæ Longitudines Lunæ, ejusdem Apogæi & Nodi ascendentis dicto Tempori competentes. Similiterque, ad Lunæ Aspectus cum Sole prompte inveniendos constituitur Radix Motûs medii Lunæ à Sole; hoc est, adscribitur congrua dictæ Epochæ Distantia media Lunæ à Sole.

Secundo, Motus medii ipsius Lunæ, ejusdem Apogæi & Nodi, pro Annis, horum decadibus, centenariis &c; item pro Mensibus, Diebus, Horis & Horæ partibus in Tabulas disponuntur. Pariterque Motus medii Lunæ à Sole pro similiter expansis & collectis Annis, Mensibus, Diebus &c. in Tabulas disponuntur; qui facile inveniuntur subducendo Motum Solis medium ex Motu medio Lunæ eidem tempori congruo.

Tertio, ponitur Correctio Motûs medii Lunæ pro Distantia Terræ à Sole. Nam Lunæ Motus medius ex præcedenti Tabula collectus in laxiore sensu medius est, eidem in plurium Annorum curriculo competens. At per Prop. XVII. Lunæ Tempus periodicum brevius est Terrâ Aphelium tenente; hâc autem inde discedente, Lunæ Tempùs periodicum augetur, donec maximum fiat Tellure ad Perihelium perventâ. Locus igitur illius medius supra-inventus corrigendus est additione vel subtractione cujusdam arcûs aut anguli pendentis ab Anomalia Telluris media: Locus tamen Lunæ sic correctus medius adhuc manet. Tabula hæc Correctionis Motûs Lunæ medii à Terræ Anomalia pendentis constituitur ope Propp. XVII, XX & XXV.

Quarto, Correctiones (in phrasi Astronomica *Æquationes*) Loci medii Apogæi Lunaris. Atque hæ Æquationes sunt tres: Prima pendet ab Aspectu Apogæi & Solis; Prop. enim XI. ostensum est quod Apogæum progreditur dum est in Syzygiis, & regreditur dum est in Quadraturis cum Sole; Loco igitur Apogæi medio addenda vel subducenda est Æquatio hæc pendens à situ Apogæi respectu Solis: Hujus Æquationis quantitas proportionalis est quantitati Virium productricium per Propp. XI, XX & XXV. determinandæ. Secunda Apogæi Lunaris Æquatio menstrua est, pendetque ab Aspectu Solis & Lunæ. Nam licet prope Conjunctionem aut Oppositionem Apogæi Lunæ cum Sole, Apogæum progrediatur in integra Lunatione, tamen iste progressus Apogæi non est æquabilis, sed Lunâ in Quadris versante tardius progreditur, vel forsan etiam regreditur; in Syzygiis versante Lunâ, ejus Apogæum progreditur multo celerius. Et similiter, licet prope Quadraturam Apogæi Lunæ cum Sole, Apogæum Lunare regrediatur si integram Lunationem spectes, tamen non regreditur æquabiliter, sed Luna in Syzygiis facit illud aut progredi aut saltem regredi tardius. Hæc patent ex Prop. X; unde Locus Apogæi Lunæ, primo (per Correctionem præc.) æquatus, etiam per Æquationem hanc Menstruam secundo corrigendus est. Æquationis hujus quantitas pro diversis Lunæ

ad Solem Aſpectibus colligenda eſt ex Propp. VIII, XX & XXV. Sed & tertiâ opus eſt Æquatione ad Apogæi Locum plene rectificandum: Apogæi enim Motus, ſive progreſſivus ſive regreſſivus, major eſt vel minor pro minore aut majore Diſtantia Terræ à Sole; eſtque ejus velocitas (per Prop. XIX.) in triplicata ratione Diametri apparentis Solis: Adeoque hæc ab Anomalia Terræ media pendet, ſicut Motûs medii correctio, de qua ſupra. Ejus quantitas pro Anomaliæ gradu ope Propp. XIX, XX & XXV. elicitur.

Quinto, Orbitæ Lunaris Excentricitas perpetuæ mutationi obnoxia eſt, & mutationis hujus eadem ſunt Tempora quæ motûs progreſſivi & regreſſivi Apogæi. Quippe (per Prop. XIII.) ſi integram Lunationem cum integra Lunatione conferas, Excentricitas maxima eſt cum Apſides ſunt in Syzygiis, minima cum illæ ſunt in Quadris. Et in una Lunatione (per Prop. XII.) maxima eſt cum Luna Syzygias tenet, minima cum hæc in Quadris verſatur: *ex. gr.* Menſe quo Apſides Syzygias tenent, Excentricitas minuitur, cum ipſa Luna ad Quadram pervenit, quando minima eſt omnium in iſta Lunatione. Similiterque, Apogæo in Quadratura cum Sole verſante, Excentricitas hactenus parva minuitur, dum Luna à Syzygiis ad Quadraturas pervenit. Excentricitates igitur Orbitæ Aſpectui Apogæi Lunaris congruæ in Tabulas diſponuntur, & quidem commode inſeruntur è regione Æquationum ipſius Apogæi ab eodem Aſpectu pendentium, eandemque quaſi cum illis Tabulam conſtituunt. Porro, Excentricitates hæ rurſus corrigendæ ſunt per Æquationem Menſtruam pendentem à Diſtantia Lunæ à Syzygiis: Nam Lunâ in Syzygiis verſante (cæteris paribus) Excentricitas maxima eſt. Sed & Excentricitas ſic æquata rurſus ex Propp. XVIII & XIX. corrigenda eſt pro aucta aut minuta Diſtantia Terræ à Sole; Æquatioque hæc ab Anomalia Terræ pendet: Hæ autem tres Tabulæ ex reſpectivis Propoſitionibus ſupra-citatis cum XX & XXV. ſupputantur. Cumque eoſdem terminos eademque Tempora habeant prædictæ Excentricitatis mutationes cum Apogæi Motibus prædictis, duæ ultimæ hujus Æquationes, Menſtrua nempe & Annua, commode etiam in eandem Tabulam coaleſcent cum duabus ultimis Æquationibus illius. Correctiones hæ optime & commodiſſime fiunt additione aut ſubtractione particularum in Tabula diſpoſitarum pro varia Lunæ Diſtantia à Syzygiis Solis, aut varia Telluris Diſtantia ab Aphelio; hoc eſt, ſub iiſdem titulis quibus Correctiones Apogæi Menſtrua & Annua prius diſpoſitæ fuerant.

Sexto, adjungitur *Tabula Æquationum Orbitæ* dicta, quâ, ex dato Tempore quo Luna Apogæum tenebat, invenitur angulus quo Luna ex Terra ſpectata ab Apogæo diſtat. Cum enim Luna in ſua elliptica Orbita temporaria eodem modo circa Terram in Ellipſeos foco poſitam moveatur, quo Primarius quivis circa Solem; hoc eſt, radio ad Terram ducto deſcribat aream tempori proportionalem; (ſaltem ab omni alia inæqualitate nunc abſtrahimus, ipſarum rationem in aliis Tabulis ad Lunæ Motum æquandum habentes;)

bentes;) datâ Orbitâ Locus ejus verus è Terra spectatus eodem modo ad datum Tempus elicitur, quo Primarii Locus è Sole spectatus: hoc est, datâ Excentricitate sive ratione distantiæ focorum ad axem majorem, ex data Anomalia Lunæ media (quæ in area tempori proportionali consistit) Anomalia coæquata eodem modo calculo elicitur hic quo illic; nempe ope Prop. III. Lib. III; vel, si approximatione uti libeat, Prop. aliqua ex insequentibus in Lib. III. adhibenda est. *Wardi* approximatio sufficit, in quo casu Æquatio Orbitæ sive Æquatio Excentrici (quæ & *Æquatio centri Lunæ* quandoque dicitur) per Prop. VI. Lib. III. pro gradu Anomaliæ Lunæ mediæ invenitur, & inventæ Æquationes pro singulis gradibus in Tabulas disponuntur, addendæ vel subtrahendæ pro Orbitæ semisse ab Apogæo ad Perigæum, vel à Perigæo ad Apogæum. Quoniam vero Orbitæ Lunaris Excentricitas perpetuo mutatur, & pro qualibet Excentricitate Tabulam construere impossibile foret; ideo communiter Artifices hujusmodi Æquationum Tabulas construunt ad singulos Anomaliæ mediæ gradus pro maxima & minima Excentricitate Orbis, quandoque etiam pro media; & Æquationem sumunt similiter proportionalem inter Æquationem majorem & minorem, atque Excentricitas Lunari Orbitæ competens est inter Excentricitatem maximam & minimam.

Septimo, subnectenda est Tabula indicans Inæqualitatem Lunæ illam, quam omni Satelliti competere ostensum est Prop. I. pro varia Lunæ Distantia à Syzygiis. Lunæ enim Motus in primo Mensis quadrante (sive pergente Lunâ à Conjunctione ad Quadraturam proximam) retardatur, in secundo acceleratur, in tertio retardatur rursus, & in quarto iterum acceleratur. Hanc Inæqualitatem in Lunæ motu primus deprehendit *Tycho*, & vocabulo satis apto *Variationem* dixit. At Variationis Tabula condenda est ex dictis in Corol. 2. Prop. II. pro Lunæ Orbita latiore inter Quadraturas, con strictiore sive angustiore inter Syzygias, quam veram esse Lunæ semitam ostensum est Prop. II. ejusque Corol. I. Variationis hujus quantitas maxima ex Prop. XX & XXV. elicitur, & quantitas cuique Distantiæ Lunæ à Syzygiis competens ex Prop. I & II. hujusque Coroll. Cæterum Variatio rursus corrigenda est ope Tabulæ per Propp. XVIII & XIX. constructæ: Terrâ enim Perihelium tenente, Lunæ Tempus periodicum augetur, atque inter alios Errores auctos ipsa hæc (de qua nunc agimus) Variatio in qualibet revolutione augetur in ratione duplicata Temporis inter Lunæ Quadraturas, per Schol. Prop. XVIII. Hæc Correctio à Terræ Anomalia media pendet, ut & alia quâ augetur Variatio aut diminuitur in triplicata ratione Diametri apparentis Solis è Terra spectati.

Octavo, Nodorum Lunæ Æquationes tres in Tabulas sunt disponendæ. Harum prima pendet ab Aspectu Nodorum cum Sole: Nam per Prop. XIV. Nodi in Syzygiis quiescunt penitus; dum vero hæ prope Quadratum Solis hærent, velocissime in antecedentia feruntur; atque hoc si Lunationem integram cum alia integra conferas. Nam

si unicam per se spectes, Nodi celerius regrediuntur (per Prop. XIV.) cum Luna Syzygias tenet: Atque hinc Nodorum Æquatio Menstrua est necessaria, quæ ab Aspectu Solis & Lunæ pendet. Æquatio tertia Annua est; Nodi enim (cæteris paribus) eo velocius regrediuntur quo Tellus Perihelio est propior, per Prop. XIX. Harum Æquationum quantitates (tum maximæ, tum cuilibet Aspectui Nodorum vel Lunæ ad Solem, & Anomaliæ Terræ congruæ) determinantur per Propp. XX & XXV. una cum XIV & XIX.

Nono, similibus Correctionibus opus est ad æquandam Inclinationem Orbis Lunaris ad planum Eclipticæ: Hæc enim (per Prop. XV.) minima est cum Nodi sunt in Quadraturis cum Sole, maxima cum Syzygias tenent; & in eadem Lunatione minima cum Luna est in Syzygiis, maxima cum in Quadris. Hæ igitur, cum eadem habeant Tempora cum Nodorum Æquationibus (de quibus hactenus) quoad Aspectum tum Nodorum tum Lunæ cum Sole, commode in eandem coalescunt Tabulam. Et Inclinationis planorum Correctio commode fit per particulas Inclinationi minimæ addendas (ut prius de Excentricitate corrigenda) varias pro dictis Aspectibus Nodorum & Lunæ ad Solem, (vel, in Artificum phrasi, pro Distantiis Nodorum & Lunæ à Sole,) vel fortasse aptius per particulas ab Inclinatione maxima subducendas: hæc enim Orbitæ Lunari naturalis videtur, quippe quæ illi competeret si Sol non perturbaret ejus motum. Sed & Inclinatio hæc Correctione Annuâ æquanda est, quæ proinde à Distantia Terræ à Sole seu Terræ Anomalia pendet, quæque in unam cum Nodorum Æquatione Annua coalescet Tabulam. Harum trium Æquationum quantitates maximæ & cuique Aspectui sive Distantiæ respective congruæ eliciuntur ex Propp. XV, XVIII, XIX, XX & XXV.

Decimo, Tabella est adhibenda quæ præcedentium omnium Menstruarum Correctionum, sive incrementorum & decrementorum, in Syzygiis factorum proportionem in Conjunctione & Oppositione cum Sole ostendat. Nam (per Prop. XVI.) effectus omnes in Luminarium Syzygiis contingentes majores sunt in Conjunctione, minores in Oppositione. Proportio ex Virium generatricium ratione ex præcedentibus elicitur.

Undecimo, adjungitur Tabula Latitudinis Lunæ pro singulis gradibus Distantiæ ejusdem à Nodo. Hujus constructio Doctrinæ Sphæricæ soli innititur. In triangulo enim sphærico rectangulo præter rectum datur hypothenusa, nempe Lunæ Distantia à Nodo, & angulus ad Nodum, nempe Inclinatio plani Orbis Lunæ ad Eclipticæ planum, (quæ & *Inclinatio Limitum* vocatur;) invenietur ergo latus huic angulo oppositum, nempe quæsita Latitudo Lunæ pro prædicta à Nodo Distantia. Quoniam vero Inclinatio plani Orbis Lunæ ad Eclipticæ planum diversis temporibus varia est, ideo communiter Tabula unica Latitudinis Lunæ ad minimam dictorum planorum Inclinationem construitur, adjunctis particulis ad Latitudinem adjiciendis cum dicta Inclinatio est maxima. In Inclinationibus

clinationibus mediis, adjunctæ particulæ pars adjicienda est, quæ ad totam se habeat ut excessus Inclinationis datæ supra minimam ad excessum maximæ supra minimam; ut in casibus similibus fieri solet.

Duodecimo, subnectitur etiam Tabula ostendens Lunæ Locum ad Eclipticam reductum pro singulis gradibus Distantiæ Lunæ à Nodo. Hujus constructio etiam à Sphæricis pendet. In eodem enim triangulo, in quo prius Latitudo inventa est, latus tertium, sive distantia inter Nodum punctumque ubi Latitudinis circulus per Locum Lunæ transiens Eclipticam intersecat, est ipsa Lunæ Distantia à Nodo ad Eclipticam reducta: Et intervallum inter hanc & Lunæ Distantiam à Nodo in sua Orbita computatam *Reductio* dicitur, & in Tabulam secundum artem disponitur. Cumque hæc etiam varia sit pro varia Inclinatione Lunaris Orbis ad Eclipticam, (simili artificio quo prius,) excessus prædictæ Reductionis cum Limitum Inclinatio est maxima notatur, ut ejus pars proportionalis assumatur cum Limitum Inclinatio est inter minimam maximamque media: Nam ipsa Reductio aptatur ad Inclinationem minimam, ut prius Latitudo.

Sed & aliis Erroribus detectis, aliæ condendæ erunt Tabulæ ad Lunæ Motum plene & perfecte rectificandum, quod in Astronomia opus est longe difficillimum. Hæc interim impræsentiarum de Tabularum harum Ordine sufficiant.

PROPOSITIO XXVII.

Tabularum Lunarium, ad Lunæ Locum è dato in Telluris superficie puncto visum expedite inveniendum, Ordinem exponere.

Quoniam Lunæ Locus (è puncto in Terræ superficie spectatus sensibiliter diversus est ab illo quem occuparet si è centro spectaretur, quemque solum ex Tabulis præcedentibus deducere licet; ideo Tabulas ad illum quoque ex priori prompte colligendum condunt Artifices. Cum autem Parallaxis sit omnis illa inter dicta Loca differentia, hujus notitia sufficit. Et quia ex data Parallaxi horizontali Parallaxis alteri cuivis supra Horizontem Elevationi congrua facile invenitur, per Prop. XLVII. Lib. II; ideo sola horizontali Lunæ Parallaxi opus est. At cum Lunæ Parallaxis horizontalis varia sit pro majore aut minore Distantia Lunæ à Terra, Parallaxium istarum Tabula est condenda: Parallaxis nempe uni Distantiæ competens per Prop. XXII. innotescit, & Lunæ à Terra Distantiæ in aliis Orbitæ suæ punctis respectu Distantiæ per dictam XXII. inventæ, ex Lunæ Orbita (ut supra ostensum est definita) determinantur; Parallaxes igitur horizontales Lunæ (quæ per Prop. XLVIII. Lib. II. sunt reciproce ut ejus Distantiæ à Terræ centro) pro ejus situ ad Apogæum & Perigæum suæ Orbitæ, hoc est, pro Anomalia ejus media, notæ fiunt & in Tabulam rediguntur.

Quoniam vero hujusmodi Tabula Parallaxium Lunæ horizontalium

lium pro una tantum Orbitæ forma inservit; ideo pro Excentricitate maxima unam, aliamque pro minima condunt, & Parallaxin Lunæ horizontalem pro dato tempore assumunt in eadem ratione mediam inter Parallaxes maximæ & minimæ congruas, quâ Excentricitas dato isti tempori congrua media est inter Excentricitatem maximam & minimam.

Parallaxis Lunæ horizontalis sic inventa rectificanda est per Æquationem quandam ex alia Tabula desumendam, cujus hoc est fundamentum. Ex Prop. II. constat Lunam (cæteris paribus) longius à Terra distare in Quadraturis quam in Syzygiis. Proportionem inter distantias hasce Lunæ à Terra, ex proportione Virium Solis qui effectum hunc producunt, ope Propp. XX & XXV. invenire licet. Tabula igitur ad æquandam Lunæ Parallaxin constat ex particulis subtrahendis à Parallaxi, quæ in Syzygiis obtinet, prout Luna ad Quadraturam propius accedit, ubi (cæteris paribus) Parallaxis est minima, quia Luna maxime à Terra distat: Æquatio igitur hæc Menstrua est, à Syzygiis Solis & Lunæ pendens.

Sed & Æquatione Annuâ afficitur hæcce Lunæ Parallaxis; minor quippe est cum Terra est in Perihelio, major cum in Aphelio, (cæteris paribus,) quia totum Systema Lunare in hoc casu contrahitur, in illo dilatatur per Prop. XVII. Æquatio hæc ab Anomalia Terræ media pendet, & ope Prop. XVII. item XX & XXV. construitur.

PROPOSITIO XXVIII.

AD datum Tempus Lunæ Locum, è data in Tellure habitatione visum, ope Tabularum supra descriptarum determinare.

Tempus in habitatione data numeratum reducatur (per Prop. XXXII. Lib. II.) ad Tempus numeratum sub Meridiano Loci cui Tabulæ accommodantur; ad quod (per Prop. XVII. Lib. III.) æquatum, inveniatur Solis Locus.

Ad Epocham in Tabula notatam, datum Tempus præcedentem, notentur Loca media Lunæ, Apogæi Lunaris Nodique ascendentis, & colligendo horum trium Motus medios factos ab Epocha ista ad Tempus datum, addantur primi duo ad prædicta Lunæ & Apogæi Loca, ut fiant eorundem Loca media ad Tempus datum; motus vero Nodi interea factus subtrahatur à Loco radicali (quoniam movetur in antecedentia) ut fiat ejus Locus medius; Locusque medius Lunæ corrigatur per Æquationem istam à Terræ Anomalia media pendentem, de qua §. 3. Prop. XXVI.

Porro, Locus Apogæi medius corrigatur tribus Æquationibus, de quibus §. 4. dictæ Prop. XXVI. Dato enim Solis Loco & Apogæi Loco prope vero, datur Aspectus Apogæi Lunaris cum Sole, indeque Æquatio hinc pendens. Similiter, quia tam Solis Locus verus quam Lunæ Locus prope verus innotescunt, innotescit & Lunæ ad Solem Aspectus, indeque Apogæi Æquatio Menstrua inde pendens. Et datæ Terræ Anomaliæ mediæ (prius ad Solis Locum determinandum necessariæ) congrua invenietur, in tertia Apogæi æquandi

quandi Tabula, Æquatio Apogæi Annua. Atque Æquatio hæc est vere Annua, à Telluris periodo circa Solem pendens: Perperam enim prima illa, pendens ab Aspectu Apogæi Lunaris cum Sole, Annua à quibusdam appellatur, cum non nisi post 400 dies absolvatur ejus periodus; Sole nempe istud tempus requirente ut digressus ab Apogæo Lunari illud in consequentia motum denuo assequatur. Similiter & Orbis Lunaris Excentricitas, ex dato Apogæi Aspectu ad Solem ex Tabula excerpta, per Æquationem Menstruam & Annuam corrigitur.

Invento igitur Lunaris Apogæi Loco vero Lunæque medio primo correcto, illo ab hoc subducto, relinquitur Lunæ Distantia media à suo Apogæo in consequentia numerata, sive Lunæ Anomalia media; cui (in Tabula § 6. Prop. XXVI.) invenietur Prosthaphæresis congrua pro Orbitæ Excentricitate prius inventa, per quam Lunæ Locus medius, primo correctus, denuo rectificatus exhibebit Lunæ Locum correctiorem, quibusdam *Æquatum* dictum.

Ex modo invento Lunæ Loco Æquato, & omnium primo determinato Solis Loco, Aspectus Solis & Lunæ nunc satis notus est, & hinc pendens Variatio ex Tabula (de qua §. 7. Prop. XXVI. actum est) innotescet; sed hæc ipsa duplici Æquatione Annuâ (de quibus ibidem) corrigenda est. Locus Lunæ æquatus per Variationem sic correctam corrigendus est; exsurgetque Lunæ Locus correctissimus in sua Orbita, sive respectu suæ Apsidis.

Ad illum vero ad Eclipticam reducendum, primo omnium Loca Nodorum determinanda sunt. Cum & Solis Locus verus & Nodorum prope verus sive medius dentur; dabitur Aspectus Nodorum cum Sole, & huic proinde Æquatio correspondens ex Tabula, de qua §. 8. Prop. XXVI; per quam correctus Nodi Locus medius rursus bis corrigendus est per Æquationem Menstruam Annuamque, de quibus ibidem actum est.

Simul, ex eodem Aspectu Nodorum ad Solem, excerpendus est Excessus Inclinationis Limitum supra eorundem Inclinationem minimam, (vel Defectus à maxima,) quo Inclinatio minima (vel maxima) corrigenda est ut correctior evadat: sed quæ bis rursus corrigenda est; nempe pro ipsius Lunæ Aspectu ad Solem & Telluris Anomalia media; de quarum Æquationum Tabulis actum est §.9. Prop. XVI. Si Lunæ Locus correctissimus in ipsis Syzygiis inquiratur, etiam correctionis, de qua §. 10. Prop. XXVI. ratio haberi poterit.

Quoniam vero innotescunt Nodi & Apogæi Lunaris vera Loca in Ecliptica, & Orbis Lunaris Inclinatio ad eandem, resolvendo triangulum sphæricum rectangulum, in quo præter rectum dantur angulus alter alterumque latus circa rectum, invenitur Distantia Apogæi à Nodo in Orbe Lunari computata; nempe hypothenusa. Et supra inventus est Lunæ Locus in sua Orbita ab Apogæo computatus: Et igitur non ignorabitur Distantia Lunæ à Nodo in Orbe Lunari computata. Cumque etiam data sit Inclinatio dicti Orbis Lunaris ad Eclipticam; invenietur tum Lunæ Latitudo, tum ejus

Locus in Ecliptica, vel per resolutionem trianguli sphærici rectanguli inter Orbem Lunarem, Eclipticam circulumque Latitudinis comprehensi, vel expeditius per Tabulas Latitudinis & Reductionis, de quibus §. 11 & 12. Prop. XXVI. ubi dictum triangulum est hactenus resolutum, quarum usus satis est notus: namque Distantia hæc Lunæ à Nodo in Orbe Lunari computata *Argumentum Latitudinis* appellatur.

Inventus igitur est Locus Lunæ verus, sive è Terræ centro spectatus, tam in longum quam in latum. Qualem vero in dato Horizonte situm, hoc est, quam Altitudinem quemque Verticalem ad datum Tempus obtineat Phænomenon, cujus Longitudo & Latitudo dantur; Problema est solutu obvium ex Doctrina sphærica: est nempe conversa Propp. XXVI & XXVII. Lib. II.

Quod si Locus Lunæ apparens sive visus quæratur, in Tabula prima, de qua Prop. XXVII, adnotetur Lunæ Parallaxis Orbis Excentricitati Lunæque Anomaliæ mediæ prius cognitis congrua, quæ per Æquationem Menstruam & Annuam (de quibus in eadem XXVII. dictum est) corrigatur. Ex Parallaxi horizontali inveniatur (per Prop. XLVII. Lib. II.) Parallaxis inventæ prius Altitudini competens, quæ inde subtracta relinquit Altitudinem Lunæ visam: Et alia nulla est inter Lunæ Locum verum & visum differentia præter hoc Altitudinis decrementum sive Parallaxin, & communem illam ex Refractione ad Atmosphæram ortam, de qua Propp. LXIV & LXV. Lib. II. Qualem vero in Longitudine Latitudineque mutationem inducunt Parallaxis & Refractio, ex Propp. LXIII & LXVIII. Lib. II. colligetur. Inventus igitur est Lunæ Locus, tam verus quam è dato in Telluris superficie puncto visus, secundum Longitudinem & Latitudinem. Q. E. F.

PROPOSITIO XXIX.

Quasnam ex supra explicatis Correctionibus, ad Lunæ Motum attinentibus, adhibuerint hucusque Tabularum Conditores, quasque neglexerint breviter recensere.

Primo, omnes Correctiones sive Æquationes Annuas à varia Distantia Telluris à Sole (Propp. XVIII & XIX. explicatas) negligunt, unamque considerant, quæ ab aucto & diminuto Tempore periodico Lunæ circa Terram pro diminuta vel aucta Terræ Distantia à Sole provenit; hoc est, quæ ab Anomalia Terræ media pendet. Immo hanc Inæqualitatem, licet à *Tychone*, *Keplero* & *Horoxio* observatam, aliis immiscebant: Propter hanc enim compulsi sunt, reclamante naturâ rerum, Tempus apparens ad medium aliter reducere in Lunæ Locis computandis, quam in computandis Locis Solis aliorumque Syderum; & speciatim *Tycho* eam Æquationis Temporis partem, quæ pendet à Terræ Anomalia media, (à qua & hæc Lunæ Inæqualitas similiter pendet,) omisit prorsus. At *Keplerus* & *Horoxius* ulterius progressi ad Tempus æquandum partem Physicam adhibent addititiam cum vera & Astronomica sublatitia est,

est, & è contra. Acutissimus *Ed. Halleius* hanc Inæqualitatem (quam Lunæ inesse ad *Schol. Prop.* LXXXVI. *Opticæ Promotæ pag.* 128. suspicatus est *Jacobus Gregorius*) ab aliis primus separavit in Tractatu *Catalogo Fixarum Australium* subnexo. Patet vero ex citatis Propp. XVIII & XIX. omnes Lunæ Inæqualitates duplici Correctione Annuâ indigere, ut veræ & accuratæ evadant.

Deinde, omnes Æquationes Menstruæ ab Aspectu Solis & Lunæ oriundæ negliguntur præter unicam Variationem. Verum quidem est harum aliquas ab aliis fere compensari: *v.g.* Inclinationis Limitum variatio Menstrua & Æquatio Menstrua Nodorum ita se mutuo contemperant & corrigunt, ut ambæ negligi possint in determinanda Latitudine Lunæ; Æquationes autem Menstruæ Motûs Apogæi, & differentiæ inter Excentricitatem minimam & maximam, item Nodorum & Inclinationis Orbis Lunaris ad Eclipticam, basis sunt & fundamentum reliquarum Inæqualitatum, quæ ab Aspectu Solis & Apogæi, aut Solis & Nodorum pendent; ut ex Propp. X, XI, XII, XIII, XIV & XV. abunde patet. Æquatio item Menstrua inter Novilunium & Plenilunium (de qua Prop. XVI. dictum est) negligitur.

Æquationes item illæ, tam quæ Motum Lunæ verum afficiunt quam quæ visum, (de quibus Prop. II.) oriundæ à majori Distantia Lunæ à Terra in Quadraturis quam in Syzygiis, negliguntur prorsus: neque enim Distantiæ Lunæ à Terra diversitas alia consideratur, quam quæ ab Orbis Excentricitate provenit, quæque ab Anomalia media pendet; unde & Parallaxium horizontalium Æquatio Menstrua (de qua Prop. XXVII. dictum est) etiam negligitur.

At Æquationes illæ quæ ab Aspectu Solis & Apogæi Lunaris pendent, (de quibus Propp. XI & XIII;) ut & illæ quæ ab Aspectu Solis & Nodorum, (Propp. XIV & XV. tractatæ,) ab Artificibus considerantur. Hæ enim sunt longe maximæ, magnamque partem Inæqualitatum Motûs Lunæ constituunt.

Adhibentur igitur ad Tabulas condendas, præter Æquationes præcedentes ab Aspectu Solis cum Apogæo Lunari vel cum Nodis pendentes, una Annua unaque Menstrua, de quibus hactenus. Verum Æquationes Motûs Lunæ, in plerisque Tabulis Lunaribus, titulos præ se ferunt à veris Periodis harum Inæqualitatum adeo abhorrentes, ut satis difficile sit asserere quasnam considerarint quasque neglexerint earum Conditores. Quandoque etiam Inæqualitates aliis immiscentur & cum illis confunduntur: *ex. gr.* Æquationem Excentrici (sive Centri Lunæ) non pure ex Orbita data deducunt, sed aliis quasi contaminant; ut Inæqualitatis Variationis à Tempore inter Quadraturas pendentis parte eâ, quæ à situ Lunæ respectu sui Apogæi provenit, de qua Schol. Prop. XVIII. Verum cum non ex cognitis causis Physicis harumque Periodis, sed tantum ad Observationes attendendo, Tabulas condiderint; non mirum est si Inæqualitates non rite à se invicem distinxerint, illasque sub titulis disposuerint alienis minusve propriis.

SCHOLIUM.

Libet Lunæ Theoriam à D. *Newtono* in praxi uſurpatam hic adjungere, quâ difficillimum iſtud & ab Aſtronomis hactenus deſperatum confecutus eſt celeberrimus Philoſophus; nimirum ut Lunæ Locum, etiam extra Syzygias, & in ipſis cum Sole Quadraturis, Cœlo adeo conſentientem ex calculo definiat, (ſicuti per plurima Lunæ Loca à Cl. D. *Flamſtedio* obſervata expertus eſt,) ut diſſenſus à Cœlo, etiam cum maximus, vix duo ſcrupula prima adæquet; plerumque adeo ſit exiguus, ut obſervandi incertitudini ſit jure imputandus. In hac Calculi forma, quam ipſis Auctoris verbis expreſſam Aſtronomis ſiſtimus, non attingit omnes omnino Inæqualitates quarum cauſæ ſuperius ſunt explicatæ, nedum illas de quibus adhuc tantum eſt ſuſpicio; ſed omiſſis iis quas ſe invicem compenſaturas novit, aliiſque minoris efficaciæ, eas duntaxat Æquationibus & Tabulis coercet, quarum majores ſunt vires & effectus ſenſibiliores.

Lunæ Theoria Newtoniana.

'Obſervatorium *Grenovicenſe* occidentalius eſt *Pariſienſi* $2^{gr}.19'$, '*Uraniburgo* $12^{gr}.51'.30''$ & *Gedano* $18^{gr}.48'$.

'Solis & Lunæ Motus medios ab Æquinoctio verno in Meridi'ano *Grenovicenſi* pono ſequentes: nempe *Anno* 1680 *Decembris* 'Die ultimo *Stylo Juliano* Meridie, Motus medius Solis eſt $9^{ſig}.20^{gr}$. '$34'.46''$. Apogæi Solis $3^{ſig}.7^{gr}.23'.30''$. Motus medius Lunæ $6^{ſig}$. '$1^{gr}.35'.45''$. Apogæi Lunæ $8^{ſig}.4^{gr}.28'.5''$. Nodi aſcendentis Or'bitæ Lunaris $5^{ſig}.24^{gr}.14'.35''$. Et *Anno* 1700. *Decembris* Die 'ultimo *Stylo Juliano* Meridie, Motus medius Solis eſt $9^{ſig}.20^{gr}.43'$. '$50''$. Apogæi Solis $3^{ſig}.7^{gr}.44'.30''$. Motus medius Lunæ $10^{ſig}$. '$15^{gr}.19'.50''$. Apogæi Lunæ $11^{ſig}.8^{gr}.18'.20''$. & Nodi aſcendeutis $4^{ſig}$. '$27^{gr}.24'.20''$. Viginti enim Annis *Julianis*, ſive diebus 7305, Solis 'motus eſt $20^{rev}.0^{ſig}.0^{gr}.9'.4''$. Motus Apogæi Solis $21'.00''$. Lunæ 'Motus eſt $247^{rev}.4^{ſig}.13^{gr}.34'.5''$. Apogæi Lunaris Motus $2^{rev}.3^{ſig}$. '$3^{gr}.50'.15''$. Nodi Motus $1^{rev}.0^{ſig}.26^{gr}.50'.15''$. Omnes prædicti 'Motus ſunt à puncto Æquinoctii verni. Quod ſi ab illis ſubduca'tur ipſius Æquinoctialis puncti Motus in antecedentia interea 'factus, ſc. $16'.40''$; manebunt Motus reſpectu Fixarum in Annis '20. *Julianis*, nempe Motus Solis $19^{rev}.11^{ſig}.29^{gr}.52'.24''$. Apogæi 'Solis $4'.20''$. Lunæ $247^{rev}.4^{ſig}.13^{gr}.17'.25''$. Apogæi Lunæ $2^{rev}.3^{ſig}$. '$3^{gr}.33'.35''$. Nodi Lunæ $1^{rev}.0^{ſig}.27^{gr}.6'.55''$.

'Secundum hunc computum Annus Tropicus eſt $365^{dier}.5^{hor}.48'$. '$57''$. Annuſque Sydereus $365^{dier}.6^{hor}.9'.14\frac{1}{2}''$.

'Motus Medii Luminarium ſuprapoſiti variis afficiuntur Inæ'qualitatibus.

'Et primo ſunt Annuæ Æquationes dictorum Motuum medio'rum Solis & Lunæ, & Apogæi Nodique Lunæ. Æquatio Annua 'Motûs medii Solis pendet ab Excentricitate Orbitæ Telluris circa 'Solem, quæ eſt partium $16\frac{11}{12}$, qualium mediocris Diſtantia Solis à

'Terra

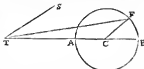
'Terra est 1000; indeque vocatur Æquatio Centri: estque, cum 'maxima, 1^gr. 56'. 20". Maxima Æquatio Annua Motûs medii 'Lunæ est 11'. 49". Apogæi ejus 20'. Nodique 9'. 30". Atque quatuor 'istæ Æquationes Annuæ sunt semper sibi mutuo proportionales. Id- 'eoque cum earum aliqua est maxima, tres reliquæ sunt etiam ma- 'ximæ; diminutâ vero quâvis, minuuntur etiam & reliquæ in eadem 'ratione: Unde datâ Æquatione Annuâ centri Solis, dantur & tres 'reliquæ Annuæ Æquationes congruæ; illius igitur Tabula sufficit: 'Nam si Æquatio Annua Centri Solis Tempori cuivis congrua inde 'deprompta vocetur P, & fiat $\frac{1}{10}P = Q$, $Q + \frac{1}{60}Q = R$, $\frac{1}{6}P = D$, $D + \frac{3}{50}D = E$, '& $D - \frac{1}{60}D = 2F$; erit Æquatio Annua eidem Tempori congrua Lunæ 'quidem R, Apogæi Lunaris E, & Nodi F. Adnotandum, si Æquatio 'Centri Solis est addenda, Æquationem Lunæ prædictam esse sub- 'ducendam, Apogæi Lunaris Æquationem addendam, Nodi vero 'Æquationem subducendam; & è contra, si Æquatio Centri Solis 'est subducenda, addenda erit Lunæ Æquatio, Apogæi vero subdu- 'cenda, & Nodi addenda.

'Alia est Æquatio Motûs medii Lunæ, pendens à situ Apogæi 'Lunaris respectu Solis, quæ maxima est cum Apogæum Lunæ 'versatur in Octante cum Sole, & nulla cum illud ad Syzygias vel 'Quadraturas pervenerit. Æquatio hæc, quando maxima, ad 3'. 56". 'ascendit, Sole in Perigæo versante; si vero Sol Apogæum teneat, 'non ultra 3'. 34". In aliis Distantiis Solis à Terra Æquatio hæc 'maxima est reciproce ut Cubus istius Distantiæ. At cum Lunæ 'Apogæum est extra Octantes, Æquatio dicta evadit minor, estque 'ad maximam, positâ eâdem distantiâ Terræ & Solis, ut sinus du- 'plæ Distantiæ Lunaris Apogæi à proxima Syzygia vel Quadra- 'tura ad radium. Additur hæc Motui Lunæ, dum Lunæ Apo- 'gæum transit à Solis Quadrato ad Syzygiam; sed inde subducitur 'in transitu Apogæi à Syzygia ad Quadratum.

'Alia porro est Motûs Lunæ Æquatio, pendens ab Aspectu No- 'dorum Orbitæ Lunaris cum Sole; estque maxima cum Nodi in 'Solis Octantibus versantur, evanescitque cum hi ad Syzygias aut 'Aspectum Quadratum appellunt. Æquatio hæc proportionalis est 'sinui duplæ Distantiæ Nodi à proxima Syzygia aut Quadratura, 'cumque maxima ad 47" ascendit. Additur hæc Motui Lunæ, dum 'Nodi transeunt à Solis Syzygiis ad ejusdem Quadraturas; & sub- 'ducitur in eorum transitu à Quadraturis ad Syzygias.

'A Solis Loco vero aufer Motum medium Apogæi Lunæ æ- 'quatum, ut supra est ostensum; residuum erit Argumentum An- 'nuum dicti Apogæi. Exinde computentur Lunæ Excentricitas & 'secunda Æquatio ejus Apogæi modo sequenti, [*qui in aliis qui- busvis intermediis Æquationibus computandis locum etiam habet*:] 'Referat T Terram; TS rectam conjungentem Terram & Solem; 'TACB rectam à Terra ductam ad Locum medium Apogæi Lunaris 'ut supra æquatum; angulus STA Argumentum Annuum dicti A- 'pogæi; TA Lunaris Orbitæ Excentricitatem minimam; TB ejus-

'dem Excentricitatem maximam. Biseca AB in C, centro C per A 'describe circulum AFB; fiat angulus BCF æqualis duplo Argu-'mento Annuo: juncta recta TF erit 'Lunaris Orbitæ Excentricitas, angu-'lusque BTF erit secunda Apogæi 'Lunæ Æquatio. Ad horum determi-'nationem sit mediocris Distantia 'Lunæ à Terra, sive Orbitæ Lunaris 'Semidiameter, partium 1000000: Ejus maxima Excentricitas TB 'erit partium 66782, & minima TA earundem 43319; adeo ut 'maxima Orbis ejus Æquatio, cum sc. Apogæum est in Syzygiis, 'sit 7^{gr}. 39'. 30", vel forsan 7^{gr}. 40'. 00"; (suspicio enim est hanc mu-'tari pro situ Apogæi in ♋ vel ♑;) cum vero illud in Solis Quadrato 'hæret, dicta maxima Æquatio fit 4^{gr}. 57'. 56", & ut maxima Apo-'gæi Æquatio sit 12^{gr}. 15'. 4".



'Constructâ ex hisce principiis Tabulâ Æquationum Apogæi 'Lunæ & Excentricitatum ejus Orbitæ ad singulos gradus Argu-'menti Annui, unde Excentricitas TF & angulus BTF (sc. Æquatio 'secunda & præcipua Apogæi) dato Tempori congruentes facile pos-'sint depromi; ad Locum Apogæi Lunæ primo æquatum ut supra 'addatur Æquatio modo inventa, si Argumentum Annuum minus 'sit 90^{gr}, aut majus 180^{gr}, minus vero quam 270^{gr}; secus vero ab eo 'subducatur: summa vel differentia erit Apogæi Lunaris Locus se-'cundo æquatus; quo subducto ex Lunæ Loco tertio æquato, re-'linquitur Lunæ Anomalia media dato Tempori congrua. Porro, ex 'hac Anomalia Lunæ media & modo inventa Orbis Excentricitate 'habebitur (ope Tabulæ Æquationum Centri Lunæ ad singulos 'Anomaliæ mediæ gradus, & aliquot Excentricitates *v.g.* 45000, '50000, 55000, 60000 & 65000 fabricatæ) Prostaphæresis sive Æ-'quatio Centri Lunæ, ut vulgo; quâ subductâ in priori Anomaliæ 'mediæ semicirculo, additâ vero in posteriori ad Locum Lunæ 'hactenus ter æquatum, prodit Lunæ locus quarto æquatus.

'Maxima Lunæ Variatio, sc. quæ contingit cum Luna est in 'Octantibus Solis, est fere reciproce ut Cubus Distantiæ Solis à 'Terra. Capiatur ea 37'. 25" cum Sol est Perigæo, & 33'. 4" cum 'in Apogæo: fiantque Variationis hujus in Octantibus differentiæ 'reciproce ut differentiæ Cuborum Distantiarum Solis à Terra, & 'exinde construatur Tabula prædictæ Variationis Lunæ in Octanti-'bus Solis (ejusve Logarithmi) ad singulos denos vel senos vel qui-'nos gradus Anomaliæ mediæ: Et pro Variatione extra Octantes, 'fiat ut radius ad sinum duplæ Distantiæ Lunæ à proxima Syzygia 'vel Quadratura ita supra inventa Variatio in Octante ad Varia-'tionem dato Aspectui congruam, quæ addita Loco Lunæ supra 'invento in primo & tertio quadrante, (computando à Sole,) aut ab 'eodem subducta in secundo & quarto, exhibet Lunæ Locum 'quinto æquatum.

'Rursus, ut radius ad sinum summæ Distantiarum Lunæ à Sole

&

'& Apogæi Lunæ ab Apogæo Solis (vel sinum excessûs istius summæ supra 360^{gr}) ita 2'. 10'' ad sextam Loci Lunæ Æquationem, 'subducendam si prædicta summa vel dictus excessus minor sit semicirculo, addendam si major.

'Fiat etiam ut radius ad sinum Distantiæ Lunæ à Sole ita 2'. 20'' 'ad Æquationem septimam. Hanc aufer quando Lunæ Lumen augetur, & (è contra) adde cum illud minuitur; & prodibit Lunæ Locus septimo æquatus, quique est Locus ejus in propria Orbita. 'Notandum Æquationem, quæ hic effertur per mediocrem quantitatem 2'. 20'', non esse ejusdem semper magnitudinis, sed augeri '& minui pro situ Lunaris Apogæi. Nam si Apogæum Lunare 'conjunctum fuerit cum Solis Apogæo, prædicta Æquatio est circiter 54'' major; sin illi oppositum, tantundem minor: libratque 'inter maximam quantitatem 3'. 14'' minimamque 1'. 26''. Atque 'hæc obtinent ubi Apogæum Lunare est in Solis Syzygiis; ubi vero 'illud in Solis Quadrato hæret, minuenda est Æquatio prædicta 50 'circiter scrupulis secundis aut integro scrupulo primo, quando Apogæum Lunæ & Solis Apogæum conjuncta sunt; si vero sunt 'opposita, propter Observationum penuriam affirmare nequeo augendane sit illa, an minuenda. Immo de suprapositis incremento & 'decremento Æquationis 2'. 20'', propter Observationum satis accuratarum defectum, certo statuere non ausim.

'Si Æquationes sexta & septima augeantur vel minuantur in ratione reciproca Distantiæ Lunæ à Terra, hoc est, in directa ratione 'Parallaxis horizontalis Lunæ; accuratiores fient. Atque istud 'prompte fiet, si prius Tabulæ fuerint constructæ ad singula scrupula dictæ Parallaxis, singulosque senos vel quinos gradus cum Argumenti Æquationis sextæ pro Æquatione sexta, tum Distantiæ 'Lunæ à Sole pro septima.

'A Loco Solis vero aufer medium Motum Nodi ascendentis 'Lunæ æquatum ut supra; residuum erit Nodi Argumentum 'Annuum; unde ejus Æquatio secunda computabitur modo sequenti: In figura præcedente referat ut prius T Terram; TS rectam jungentem Terram & Solem: Referat porro TACB lineam 'ductam ad Locum Nodi ascendentis Lunæ ut supra æquatum, & 'STA Argumentum Annuum Nodi. Capiatur TA ad AB ut 56 ad '3, sive 18⅔ ad 1. Biseca BD in C, & centro C intervallo CA vel CB 'describe circulum AFB, fiatque angulus BCF æqualis duplo Argumento Nodi Annuo ut supra invento; eritque BTF angulus Æquatio secunda Nodi ascendentis, addenda in transitu Nodi à Solis 'Quadrato ad Syzygiam, subducenda in ejusdem transitu à Syzygia 'ad Quadraturam. Atque sic habetur Locus verus Nodi Orbitæ 'Lunaris: Unde ex Tabulis methodo vulgari constructis supputabitur Lunæ Latitudo & Reductio Lunæ ab Orbita sua ad Eclipticam, positâ Inclinatione Orbis Lunaris ad planum Eclipticæ 4^{gr}. 59'. '35'' cum Nodi sunt in Solis Quadrato; & 5^{gr}. 17'. 20'' cum iidem 'in Syzygiis versantur. Ex modo inventis Longitudine & Lati-

'tudine

'tudine & data Obliquitate Eclipticæ 23gr. 29', Lunæ Ascensio recta '& Declinatio eruentur.

'Lunæ in Syzygiis mediocriter distantis à Terra Parallaxin horizontalem pono 57'. 30"; Motum horarium 33'. 32". 32'''; & Diametrum apparentem 31'. 30": In Quadraturis vero mediocriter à 'Terra distantis Parallaxin pono 56'. 40"; Motum horarium 32'. 12". '2'''; & Diametrum apparentem 31'. 3". Lunæ in Solis Octante mediocriter distantis centrum distat à centro Terræ quasi 60⅓ Semi-'diametrorum Terræ.

'Solis Parallaxin horizontalem pono 10"; & 32'. 15" apparentem 'ejus Diametrum in mediocri Distantia à Terra.

'Telluris Atmosphæra, refringendo & dissipando Solis Lumen, 'Umbram projicit, perinde ac si opaca foret, ad altitudinem minimùm 40 aut 50 milliarium Geographicorum: (Milliare Geographicum appello partem sexagesimam Gradûs magni Circuli in Telluris superficie:) Umbra hæc in Eclipsi Lunari in Lunam incidens 'Telluris Umbram auctiorem reddit. Et singulis milliaribus Atmosphæræ Terrestris respondent singula scrupula secunda in Lunæ 'disco. Adeoque Umbræ Terrestris Semidiameter in Lunæ discum 'projecta augenda est 50 circiter secundis, aut (quod eodem recidit) in Eclipsi Lunari Lunæ Parallaxis horizontalis augenda est 'in ratione circiter 70 ad 69.

Si plura Lunæ Loca accuratissime observata (præsertim circa Quadraturas) cum ejusdem Locis ad eadem tempora ex suprapofita Theoria supputatis conferantur; patebit tandem num aliæ sint Æquationes sensibiles, quibus Theoria hæc est amplificanda.

PROPOSITIO XXX.

Tempus mediæ Conjunctionis aut Oppositionis Solis & Lunæ proxime insequentis ad datum Tempus determinare.

Conjunctio media est cum Locus Solis medius idem est cum Loco Lunæ medio in Ecliptica: Oppositio vero media cum ille huic opponitur. Quæratur ex Tabulis Motûs medii Lunæ à Sole Distantia media Lunæ à Sole dato Tempori (ad medium reducto) competens, quæ si nulla sit, vel Signorum sex, tunc erit ipsa Conjunctio aut Oppositio media; sin minor, notetur defectus, (sive arcus quem Luna percurrere debet ut Solem denuo assequatur si Conjunctio media desideretur, vel ut à Sole sex Signis elongetur si Oppositio,) & ex Tabula Motûs medii Lunæ à Sole in diebus, horis horæque partibus colligatur Tempus requisitum ad istum arcum percurrendum; subducendo nempe semper ab arcu adhuc percurrendo arcum in Tabula repertum proxime minorem, Tempus quo subductus percurritur notando, Temporaque hæc in unam summam colligendo: hæc addita Tempori dato conficiet Tempus Syzygiæ mediæ quæsitum.

Quod si Tempora aliquot deinceps Syzygiarum mediarum quærantur, addatur Tempori supra invento Tempus revolutionis integræ

græ Lunæ ad Solem; invenietur Tempus Syzygiæ ejusdem nominis proximæ. Atque hoc quoties libuerit facile repetetur, & Syzygiæ quotquot libet invenientur.

PROPOSITIO XXXI.

T*Empus veræ Conjunctionis aut Oppositionis Solis & Lunæ, proxime insequentis, ad datum Tempus determinare.*

Conjunctio vera Solis & Lunæ contingit cum Locus Solis verus idem est cum Lunæ vero & correcto ad Eclipticam reducto: Oppositio vera cum ille huic opponitur. Invento (per præc.) Tempori Syzygiæ mediæ proxime insequentis, (quod exactissime determinare necessarium non est, cum illud præterpropter cognitum sufficiat,) quærantur (per Prop. XVIII. Lib. III. & Prop. XXVIII. Lib. IV.) Solis & Lunæ Loca vera congrua, quæ si coinciderint aut opposita fuerint, Syzygia media & vera coincidunt; sin secus, notetur Distantia Lunæ à Sole, quâ nempe Luna Solem ejusve oppositum vel nondum est assecuta vel hactenus præteriit. Ad inveniendum vero spatium Temporis, quo Luna arcum hunc vel percurret vel hactenus percucurrit, sic commode procedere licet: Quærantur Solis Lunæque Loca horâ ante vel post Temporis punctum ad quod hactenus habentur; quo pacto habebuntur Solis Lunæque Motus horarii horumque proinde differentia, sive horarius Motus Lunæ à Sole ad datum Tempus; hoc est, habebitur spatium Temporis (nempe Hora) necessarium ut Luna à Sole moveatur arcu cognito modo invento. Et igitur, supposito quod Sol Lunaque æquabiliter moveantur tantillo tempore quo Syzygia vera possit à media distare, habebitur Tempus requisitum ut Luna à Sole moveatur arcu quo à Sole distat Tempore Syzygiæ mediæ. Tempus hoc, additum Tempori Syzygiæ mediæ si Luna Solem ejusve oppositum nondum erat assecuta, aut eidem detractum si hæc illum hactenus præteriit, dabit Tempus Syzygiæ veræ quæsitum.

Quod si summa desideretur exactitudo, (ut fit in Syzygiis Eclipticis,) ad Tempus Syzygiæ veræ modo inventum quærantur rursus Solis Lunæque Loca, quæ si congrua sint aut opposita præcise, hactenus quæsito satis est factum; sin secus, Tempus hoc rursus corrigatur similiter atque prius; nempe ex Syzygiæ veræ Tempore prope vero, hactenus invento, ejusdem Tempus exacte verum eodem modo eliciatur atque dictum illud Tempus prope verum ex Tempore Syzygiæ mediæ supra invento.

Communiter Calculatores Motum horarium Lunæ à Sole invento Tempori Syzygiæ mediæ competentem non exquirunt, ut supra docuimus; sed ex Tabulis depromunt, ubi Solis Lunæque horarii Motus disponuntur pro Anomaliæ gradu quem respective tenent: nec male quidem in Sole; at in Luna, tot Inæqualitatibus obnoxia, cautius procedendum: Ulterior vero correctio tollit omnem Errorem, qui hinc oriri possit. Pari modo determinabitur Tempus alterius cujusvis Aspectûs Solis & Lunæ.

SECTIO VII.

De Eclipsi Lunæ.

Cum Lib. III. actum sit de vero Motu Telluris circa Solem, cui per omnia respondet Solis circa Terram Motus apparens; & Lib. hoc IV. de Lunæ è Terra spectatæ Motibus variis; omniaque quæ ob Diurnum Telluris Motum circa proprium Axem in Cœlis apparent Lib. II. pertractata habeantur; quæcunque Soli Lunæve accidunt ex supra traditis facile deduci poterunt. Quoniam vero *Eclipses Luminarium* Phænomena sunt inter Cœlestia admodum conspicua, quarum contemplationi, causarum investigationi & calculo plurimum (immo ipsos fere natales) debet Astronomia; illas aliorum exemplo seorsim tractabimus, præsertim cum hic plurimæ occurrant speculationes dignæ quæ plene excutiantur. In hunc finem Lemmata quædam ad utramque Eclipsin præmittemus de Luminarium Semidiametris apparentibus, Terræ & Lunæ Umbris &c. quæ vulgo nomine *Diagrammatis Hipparchi* indigitantur, quia ex harum comparatione (quæ ex Diagrammate est satis manifesta) *Hipparchus* Luminarium Magnitudines & Distantias definire est aggressus; sicut antea ab *Aristarcho* factum in *Libro De Magnitudinibus & Distantiis Solis* & *Lunæ*, & postea à *Ptolemæo Cap.* XV & XVI. *Lib.* V. *Magnæ Constructionis.*

PROPOSITIO XXXII.

Solis & Lunæ Semidiametros apparentes dato Tempori congruas invenire.

Observentur Tempore quovis Solis Lunæque Semidiametri apparentes; cumque ex Theoriis Solis & Lunæ supra traditis horum Distantiæ à Terra tam Tempore Observationis quam alio quovis dato innotescant; eorum apparentes semidiametri etiam innotescent: Sunt enim dati corporis sphærici Semidiametri apparentes reciproce ut ejus distantiæ ab oculo.

Artifices Tabulas condunt Semidiametrorum Solis & Lunæ apparentium pro Anomaliæ mediæ gradu (quinisve gradibus) quem Luminare tenet. Cumque porro sphæræ semidiameter, in eadem distantia à Terræ centro, major sit quo Vertici propior est, quippe spectatori vicinioris; & differentia hujus in Horizonte & Vertice sit in Luna sensibilis, in Sole non item: ideo Tabulas Incrementi Semidiametri Lunæ apparentis pro singulis (vel quinis) gradibus Elevationis Lunæ supra Horizontem etiam condunt.

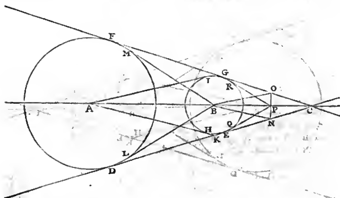
PROPOSITIO XXXIII.

Si sphæra opaca lucidæ sphæræ exponatur, fiet umbra totalis sive plena (*hoc est, spatium medii circumfusi ad quod nullus lucidæ sphæræ radius pertingit*) *ad partes à sphæra lucida aversas, inclusa superficie coni recti, cujus axis est recta sphærarum centra conjungens, basis circulus sphæræ opacæ partem illuminatam ab obscura*

ſcura diſterminans: & angulus verticalis trianguli per axem eſt proxime æqualis differentiæ angulorum, quibus ſphæra lucida ex centro opacæ & ſphæra opaca ex centro lucidæ videntur. Et ſi conus umbroſus ſecetur utcunque plano ad planum baſis parallelo, umbroſi circuli ſic geniti diameter ex centro opacæ ſphæræ videbitur ſub angulo proxime æquali intervallo duorum angulorum; quorum alter eſt aggregatum angulorum ſub quibus opaca ſphæra ex centris ſphæræ lucidæ & circuli umbroſi videtur, alter angulus in quo ſphæra lucida ex opacæ centro ſpectatur.

Sint duæ ſphæræ centris A & B, quarum altera eſt lucida altera opaca: jungatur recta AB per quam traducatur planum, cujus communes ſectiones cum ſphæris ſint circuli DF, EG; ducantur rectæ DE, FG binos circulos ad partes eaſdem in D & E, F & G contingentes, & producantur donec cum AB etiam producta concurrant in C. Patet umbram totalem ſive plenam, quam alterutra ſphæra opaca ab altera lucente illuminata projicit, contineri ſub conica ſuperficie deſcripta per rectam DC circa axem AB rotatam; hoc eſt, ſuperficie coni recti cujus axis eſt recta ABC, baſis circulus cujus diameter eſt recta DF vel EG. Superficiei conicæ annumero cylindricam factam cum expoſitæ ſphæræ ſunt æquales.

Ex A ducantur rectæ circulum GE contingentes in H & I, & pro-



ducatur AH donec cum CD concurrat in K, & ex B ducantur rectæ tangentes circulum DF in L & M. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus ACD æqualis eſt AKD, dempto KAB: Sed (propter ſuppoſitam magnam ſphærarum diſtantiam) angulus AKD eſt proxime æqualis ABL; & igitur ACD æqualis eſt ABL, dempto KAB. Et ſumendo horum duplos, angulus FCD æqualis eſt angulo MBL, dempto IAH angulo.

Ponatur alterutra ſphæra, *v.g.* EG opaca, & ſecetur conus umbroſus ECG utcunque plano baſis plano parallelo, fietque (per *Prop.* IV. *Lib.* I. *El. Conic.*) circulus, cujus diameter NO eſt rectæ DF vel EG

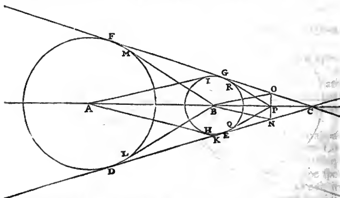
 parallela,

parallela, cujusque centrum P est in axe coni; ex quo ducantur PQ, PR circulum EG tangentes, & jungantur rectæ BO, BN. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus PBN æqualis est BNE, dempto BCN: Sed (si BN sit fere æqualis BP, quod suppono) BNE est proxime æqualis BPQ, & modo est ostensum BCN esse æqualem ABL, dempto BAH; & igitur PBN æqualis est aggregato angulorum BPQ & BAH, dempto ABL angulo. Et sumendo horum duplos, angulus OBN æqualis est aggregato angulorum QPR, HAI, dempto LBM angulo. Q. E. D.

Si EG ponatur sphæra lucida & DF opaca, eadem obtinere deprehendentur, si ON & quæ hinc pendent ducantur ultra sphæram DF respectu B.

SCHOLIUM.

Si sphæra DF referat Solem; EG Terram, huic accensendo quicquid ei circumfusum est quod radiorum transitum impedit; ECG Umbram Terræ; & NPO partem Orbitæ Lunaris: Erit angulus ABL apparens Semidiameter Solis ex centro Terræ visi; BAH Parallaxis Solis horizontalis; BPQ Parallaxis horizontalis Lunæ in distantia BP; adeoque BCE semiangulus verticalis Coni umbrosi æqualis differentiæ Semidiametri apparentis & Parallaxis horizontalis Solis; & PBN Semidiameter ex Terræ centro apparens Umbræ Telluris (ad Lunæ transitum) æqualis summæ Parallaxium horizontalium Solis & Lunæ minutæ Semidiametro apparenti Solis. Et igi-



tur, datis tribus ex hisce quatuor non latebit quartus: *ex. gr.* hinc Solis Parallaxis, & proinde (per Prop. XLVI. Lib. II.) ejus Distantia, æstimari poterit: Nam Parallaxis Lunæ horizontalis & Solis Semidiametri apparentis, Observatione notarum, differentia subducta à nota (per Eclipsis Lunæ Observationem) Umbræ Terrestris ad notam Lunæ Distantiam Semidiametro apparenti relinquit Solis Parallaxin.

At si DF sit Sol, EG Luna, & NPO portio Disci Telluris (hoc est, plani Circuli in Terra maximi, cui normalis est recta Solis & Terræ centra conjungens) in quam Umbra incidit; Umbræ Semidiameter

ex

ex Lunæ centro B videtur ſub angulo PBN æquali ſummæ Semidiametrorum Lunæ ex Solis & Terræ centris apparentium, minutæ Semidiametro apparenti Solis è centro Lunæ viſi. Et quoniam, propter immenſam Diſtantiam Solis à Terra reſpectu Diſtantiæ inter Lunam & Terram, Solis Diameter ex Luna in eodem proxime angulo videtur quo ex Terra, & Lunæ Diameter ex Sole viſa pro nulla quaſi eſt habenda, quippe ſub-quadrupla fere Parallaxis Solis horizontalis; Semidiameter Umbræ Lunæ in Diſcum Telluris exceptæ videtur ex centro Lunæ ſub angulo æquali fere differentiæ angulorum, ſub quibus Solis & Lunæ Semidiametri ex Terræ centro apparent.

Verum, ſi Solis Semidiameter è Terra viſa major ſit Semidiametro Lunæ ſpectatâ ex eadem, apparens Semidiameter Umbræ (cum ſit æqualis minori poſt demptam majorem) negativa evadit; hoc eſt, poſt terminatam finitamque Umbram in Coni apice, circellus factus ex ſectione Coni, Umbroſo Cono ad verticem poſiti, ex Luna videtur ſub angulo æquali differentiæ angulorum, in quibus Sol & Luna ex Terræ centro apparent. Circellus autem hic circelli Umbroſi locum tenet: eſt enim totius circuli penumbroſi maxime obſcurus, & (Umbræ plenæ inſtar) æqualiter obſcurus; cujus nempe puncta ſingula illuſtrantur ab exceſſu Solaris Diſci ſupra Lunarem ex Tellure apparente: Nam præcedentia omnia vera ſunt de ON recta ultra C ducta.

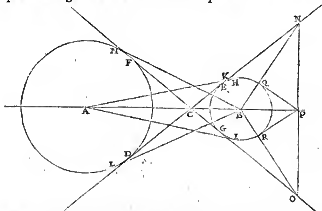
PROPOSITIO XXXIV.

Si ſphæra opaca ſphæræ lucidæ exponatur, præter umbram totalem ſive plenam fiet penumbra (hoc eſt, ſpatium medii circumfuſi, à cujus ſingulis punctis aliqui per opacam ſphæram arcentur radii) ad partes à ſphæra lucida averſas, incluſa ſuperficie coni recti, cujus axis idem eſt cum axe umbræ plenæ, & angulus verticalis trianguli per axem æqualis eſt ſummæ angulorum, quibus ſphæra lucida ex centro opacæ & ſphæra opaca ex centro lucidæ videntur. Et ſi conus hic penumbroſus ſecetur utcunque plano ad planum baſis parallelo, penumbroſi circuli ſic geniti (incluſo circulo plene umbroſo ad ejus centrum, ſi quis ſit) diameter ex centro opacæ ſphæræ ſpectata videtur ſub angulo æquali aggregato trium angulorum; eorum nempe ſub quibus opaca ſphæra ex centris ſphæræ lucidæ & circuli penumbroſi videtur, ejuſque in quo ſphæra lucida ex opacæ centro ſpectatur.

Reliquis manentibus ut in præc. ducantur rectæ DE, FG circulos ad partes alternas contingentes, ſe mutuo in rectæ AB puncto C decuſſantes. Patet præter umbram totalem projici etiam circa hanc penumbram in partes à lucida ſphæra averſas, quia ſpatium omne intra ſuperficiem conicam, genitam à recta DE ultra ſphæram opacam producta circa axem AB rotata, tale eſt ut ab ejus ſingulis punctis quidam ſphæræ lucidæ radii arceantur per interpoſitionem opacæ; & ideo non tantum illuſtratur atque reliquum huic ſpatio conico circumfuſum, à quo nulli arceantur. Et ſpatii hujus

partes viciniores ipsi umbræ plenæ (in ejus meditullio positæ, à quo omnes arcentur radii à lucida sphæra manantes) obscuriores sunt quam remotiores; quippe radiis à minore lucidæ sphæræ parte provenientibus illustratæ: Superficies autem penumbram circumscribens est coni recti, cujus axis est recta AB ultra sphæram opacam protensa, basis vero circulus diametro DF vel EG descriptus.

Eodem prorsus modo quo in præc. ex A ducantur rectæ circulum GE contingentes in H & I, quarum AH cum ipsa DE producta concurrat in K; & ex B ducantur rectæ tangentes circulum DF in L & M. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus ACD æqualis est AKD & BAK simul: Sed AKD est proxime æqualis ABL; & igitur ACD æqualis est ABL & BAH simul. Et sumendo horum duplos, angulus FCD æqualis est angulis MBL & IAH simul sumptis.



Ponatur alterutra sphæra, *v. g.* EG opaca, & secetur conus penumbrosus plano basis plano parallelo, fietque circulus cujus diameter NO est rectæ DF vel EG parallela, cujusque centrum P est in axe coni; ex quo ducantur PQ, PR circulum EG tangentes, & jungantur rectæ BO, BN. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus PBN æqualis est BNC & BCN simul sumptis: Sed (si BN sit fere æqualis BP, quod suppono) BNC est proxime æqualis BPQ, & modo ostensum est BCN esse æqualem ABL & BAH simul sumptis; & igitur PBN æqualis est aggregato trium angulorum BPQ, BAH & ABL. Et sumendo horum duplos, angulus OBN æqualis est aggregato trium angulorum QPR, HAI & LBM.

SCHOLIUM.

Si sphæra DF referat Solem, EG Terram, & NPO partem Orbitæ Lunaris; Penumbræ Semidiameter ex centro Terræ visa æqualis est summæ Parallaxium horizontalium Solis & Lunæ auctæ Semidiametro apparenti Solis.

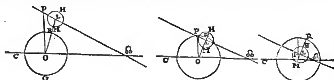
At si sphæra DF referat Solem, EG Lunam, NPO portionem Disci Telluris in quam Penumbra incidit; Penumbræ Semidiameter ex Lunæ centro videtur in angulo æquali aggregato Semidiametrorum appa-

apparentium Lunæ ex centris Solis & Terræ, & Semidiametri apparentis Solis ex centro Lunæ: & proinde, propter rationes in Schol. Prop. præc. allatas, in angulo proxime æquali aggregato Semidiametrorum Luminarium ex Terræ centro visarum.

PROPOSITIO XXXV.

Num dati Mensis Plenilunium futurum sit Eclipticum determinare; & si futura est Eclipsis, ejus Speciem (hoc est, sitne Partialis aut Totalis, cum aut sine Mora) definire.

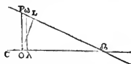
Inveniatur per Prop. XXXI. Plenilunii veri dato Mense contingentis Tempus, ad quod (per Prop. XVIII. Lib. II.) quæratur Locus Solis, dabiturque proinde punctum huic oppositum: Sit illud O in annexis figuris, ubi K ☊ refert Eclipticam. Ad idem Tempus quærantur Loca Nodorum Lunæ, (quorum puncto O proximus sit ☊,) & Inclinatio Orbitæ Lunæ ad Eclipticam. Per O ductus intelligatur Latitudinis circulus OP, Orbitæ Lunæ ☊P occurrens in P puncto, ubi Luna versatur tempore Plenilunii veri. In Lunæ Cœlo circa O centrum perpetuo versatur circulus umbrosus per RG expressus, ex sectione Umbræ Terræ conica per dicti Cœli portionem basi Coni parallelam genitus, quem si Luna MH, vel tota vel in parte, subintret, futura est Eclipsis; sin aliter, nulla. Luna vero omnium pro-



xime ad O accedit, adeoque si in Umbram immergitur omnium maxime in Umbram immergitur, cum ejus centrum punctum L tenet, quod arcus circuli maximi OL in Viam Lunæ perpendicularis ostendit: punctum enim L propius ad O accedit quam aliud quodvis Viæ Lunaris punctum. Patet vero si OL arcus excedit OR & LM Semidiametros Umbræ & Lunæ simul sumptas, (ut in fig. 1.) Lunam ab Umbra illibatam in Via sua ☊P promoveri. Si OL ipsi dictarum Semidiametrorum summæ æqualis fuerit, Luna Umbram continget quidem, nec tamen illam subintrabit aut deficiet. Si arcus OL minor sit aggregato Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, major tamen quam illarum intervallum, (ut in fig. 2.) Luna deficiet; Defectus tamen non erit Totalis, sed Partialis tot Digitorum quot Unciæ Diametri Lunaris Disci in Umbram immerguntur. Si vero prædictus arcus OL ipsi dictarum Semidiametrorum intervallo æquetur, Defectus Totalis quidem erit, at sine Mora: Quamprimum enim Luna tota in Umbram immergitur, Lunari Disco circulum Umbrosum interius contingente, Luna ulterius paululum progressa denuo emergere statim incipiet. Quod si OL arcus minor sit quam prædictum Semidiametrorum Umbræ & Lunæ intervallum,

tervallum, tum integra Luna in Umbram immergetur, aliquâ Umbræ parte ultra Lunam protenſâ, (ut in fig. 3;) unde non ſolum Totalis erit Lunæ Defectus, ſed aliquandiu durabit; hoc eſt, erit Totalis cum Mora, majori quidem aut minore pro arcûs OL magnitudine, Umbræ craſſitie Lunæque velocitate.

Quomodo vero arcus OL ſit inveniendus, ſic patet: In triangulo ſphærico ☊OP, rectangulo ad O, datur ☊O diſtantia Nodi à puncto Soli oppoſito, angulus ad ☊ Inclinatio Viæ Lunaris ad Eclipticam tempore Conjunctionis, unde invenientur angulus ad P & latus OP. Rurſus, in triangulo POL præter rectum ad L dantur modo inventa latus & angulus, unde OL & PL eruentur. Promptiſſime autem invenitur OL ex Tabulis Latitudinis Lunæ, capiendo illum æqualem Latitudini ad argumentum Latitudinis æquale ipſi ☊O: Nam poſito ☊ω æquali ☊O, patet ωλ arcum ad Eclipticam perpendicularem æqualem eſſe arcui OL; in triangulis etenim OL☊, ωλ☊ communem angulum ad ☊ habentibus omnia ſunt æqualia. Porro, ad Tempus Plenilunii ſupra inventum datur (per Prop. XXXII.) Lunæ Semidiameter apparens, & (per Schol. Prop. XXXIII.) apparens Semidiameter Umbræ Telluris, qua Luna hanc tranſit; & igitur poterit Semidiametrorum Umbræ & Lunæ ſumma vel differentia cum arcu OL ſupra invento comparari, & inde judicium ferri de Eclipſis Lunaris ſpecie, ſecundum ſuperius demonſtrata.



Communiter per Umbram Telluris non niſi totalis Umbra intelligitur; hæc enim ſola omne Lumen Lunare tollit, quippe ad quam nulli radii Solares pertingunt: neque Lunam deficere dicimus nos Terricolæ, niſi iſtud accidat. Luna autem revera deficere incipit quamprimum Telluris Penumbram ingreditur, quippe quæ minus in hoc caſu illuſtratur, opacâ Terrâ quoſdam Solis radios ab illa arcente. Sed & ipſius Penumbræ Terreſtris effectus in Lunam nobis Terricolis manifeſti ſunt: inde enim fit quod Luna jamjam defectura prius hebetetur & palleat, præſertim in parte qua vicina eſt Umbræ. Nam (ut Prop. XVIII. Lib. I. explicatum eſt) priuſquam totus Sol tegatur alicui parti Lunæ, hoc eſt, priuſquam Luna totalem Umbram attingat, pars Solis ab ipſa per Terram intercipitur, & Solis pars major ab ejus Limbo Umbræ totali propiori: totus autem Sol clarius Lunam illuſtrat quam pars, & pars major clarius quam minor. Si igitur de hujuſmodi Eclipſi Lunæ ſermo ſit, loco Umbræ totalis Terræ (de qua ſola ſuperius dictum) ſumenda eſt Penumbra, cujus Semidiameter per Schol. Prop. XXXIV. innoteſcet.

COROLLARIUM.

Hinc *Termini* qui vocantur *Ecliptici* pro Luna definientur. Si enim OL minor ſit quam ſumma Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, aliqualis ſaltem erit Eclipſis. In triangulo igitur ☊LO datis præter

rectum

rectum ad L angulo L☊O & latere OL, dictæ Semidiametrorum summæ æquali, invenietur latus ☊O, distantia nempe Lunæ à Nodo in Ecliptica computata; quâ obtinente, tempore Plenilunii veri, Luna illibato lumine Umbram præteribit: si vero dicto Plenilunii momento, Lunæ distantia à Nodo minor sit quam supra inventus ☊O arcus; Luna Eclipsin patietur aliqualem: Ob parvitatem vero anguli ad ☊ & laterum trianguli ☊OP, OP parvo admodum intervallo differt ab OL; & igitur Termini Ecliptici ii tuto constituentur, quando Tempore Plenilunii veri Lunæ Latitudo est æqualis summæ Semidiametrorum Lunæ & Umbræ.

LEMMA.

Datis in superficie sphæræ arcubus BC, DE *circulorum maximorum, qui in datis angulis insistunt super* ABD *circulum etiam maximum, una cum arcu* BD, *invenire angulum* A, *quem circulus maximus per* C *&* E *traductus comprehendit cum* BD.

Ducantur circuli maximi BE, CD. In triangulo CBD datis lateribus CB, BD cum angulo interjecto CBD, dantur latus CD angulusque CDB: Sed datur angulus BDE; ergo & CDE notus erit. In triangulo porro CDE datis lateribus CD, DE cum angulo CDE, innotescet & CED angulus. In triangulo tandem ADE datis angulis ADE, AED cum latere DE, invenietur angulus A.

PROPOSITIO XXXVI.

Datis Inclinatione Orbitæ Lunaris ad Eclipticam & Motu horario Solis & Lunæ, invenire Inclinationem Viæ Lunæ à Sole ad Eclipticam, vel ad Latitudinis circulum, datæ Lunæ distantiæ à Nodo competentem.

In præcedentibus ostensum est quomodo Viæ Lunæ absolutæ, sive Orbitæ, Inclinatio ad Eclipticam ad datum Tempus reperiatur. Verum in Luminarium Defectibus supputandis scire oportet Viam quam tenet Luna à Sole sive opposito puncto, quomodo nempe hæc ad Eclipticam inclinatur; & Lunæ Motus consideratur qui à Sole fit, quasi Sol ipse immotus consisteret, aut potius quasi Sol post aliquem motum in pristinum locum retraheretur, unaque Luna tantundem, per rectas parallelas. In hoc casu patet Viam, quam Luna à Sole in sensu jam explicato ingreditur, aliam esse à Via Lunæ absoluta, aliterque ad Eclipticam inclinari.

Ad hanc Inclinationem exquirendam referat SC Eclipticam, LB Viam Lunæ absolutam, ☊ Nodum. Sit S Sol aliudve quodvis Eclipticæ punctum, datam habens à Sole distantiam; L Locus Lunæ, cujus Latitudo LA. In temporis parte satis parva (Hora *e.g.* aut binis Horis) motus intelligatur Sol ab S ad σ, & Luna ab L ad λ. Retrahi jam suppo-

Digitized by Google

natur Sol ab σ ad s, simulque tantundem Luna, nempe ab λ ad *l* per rectam λ*l* parallelam & æqualem σ s; junctus intelligatur arcus L*l*, qui erit Via quam Luna à Sole mota percurrit, licet ejus Via absoluta sit circulus LB. Ad determinandam Viam hanc L*l*, dantur LA Latitudo puncti L in vera Lunæ Via dati, & *la* Latitudo puncti *l* eadem cum λα Latitudine puncti λ in vera absolutaque Lunari Via LB etiam dati, cum detur ejus distantia λL à dato L, Via nempe Lunæ dato tempore percursa: datur etiam A*a* differentia Longitudinum, nempe excessus datæ Aα supra *a*α vel sσ; dabunturque proinde (per præc. Lem.) angulus inter L*l* Viam Lunæ à Sole & Eclipticam, & angulus L*la* inter dictam Viam & Latitudinis circulum *al* comprehensus. Q. E. F.



COROLLARIUM.

Quo minor est Motus Lunæ à Sole, eo (cæteris paribus) angulus inter Eclipticam & *l*L major est; nam, λ*l* eâdem manente, patet quo Lλ fuerit minor angulum λL*l* esse majorem: Et quo punctum L est Nodo propius, eo (cæteris paribus) major erit angulus inter *l*L & Eclipticam; nam quo L est propius ad ☊, λL portio minima, considerata tanquam recta, majorem angulum cum ☊C comprehendit, & igitur à fortiori *l*L: Sed & angulus *l*λL etiam major est, quia λ*l* est ubique ad ☊C parallela.

SCHOLIUM.

Artifices Tabulas condunt angulorum horum, quos Via Lunæ à Sole cum Ecliptica comprehendit, pro vario tum Lunæ à Sole Motu horario, tum Lunæ à Nodo distantia, ut Lunæ per Telluris Umbram, Umbræve Lunaris per Telluris discum, Via prompte & facile determinetur. Tabulas hasce supputant ad singula gradûs scrupula prima excessûs Lunaris Motûs supra Solarem in Horæ spatio: Sed cum in Eclipsibus præcipue inserviant, harum Tabulæ ad distantiam à Nodo tantum producuntur, in qua Luna versans in Umbram Terræ incurrere potest, aut Umbram suam in aliquam Telluris partem projicere.

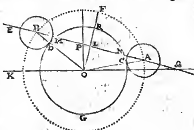
PROPOSITIO XXXVII.

M*ediæ Eclipsis Lunaris dato Mense contingentis Tempus determinare.*

Referat ut prius ☊K Eclipticam; ☊E Viam Lunæ à Sole per præc. inventam pro Eclipsi Media, (si libet hanc habere, quasi obtineret toto Eclipsis tempore, quod tuto satis fit; alias licebit exactius procedere Viam hanc Lunæ à Sole sæpius quærendo;) ☊ Nodum hujus proximum; DRCG Umbræ Telluris sectionem circularem à Cœlo Lunari factam, in quam Luna deficiens incurrit, cujus centrum sive potius polus O. Eodem polo describatur alter circulus AFB umbroso circulo exterior, ita ut distantia AC inter horum circumferentias æquetur Semidiametro Lunæ apparenti.

Circuli

Circuli hi occurrant Viæ Lunari in M, N, A, B. Si ☊E non secat circulum AFB, nulla erit Eclipsis per præc. Ducti intelligantur arcus circulorum maximorum OA, OB circulo DCG in C & D occurrentes; item circulus Latitudinis OP Viæ Lunæ in P occurrens, ut prius. Si per O ducatur ORF arcus circuli maximi perpendicularis ad circulum ☊E, illi in L occurrens; erunt (ex *Element. Sphæric.*) arcus LB, LA, item LM, LN æquales. Adeoque Luna (quam Eclipsis tempore æquabiliter moveri supponimus) tantum temporis insumit pergendo ab A ad L



quantum ab L ad B. Centris sive polis A, B, distantiis AC, AD descripti intelligantur circuli, qui Lunam rite referent (cum AC sit ad OC ut Semidiameter Lunæ ad Semidiametrum Umbræ) contingentque circulum DCG, puta in C & D. Lunæ centro punctum A obtinente Eclipsis Lunæ incipit, (quippe Lunæ limbus Umbræ limbum in C attingit,) & centro hoc ad B progresso finitur Eclipsis ob eandem rationem; & igitur Eclipsis istius Medium incidit dum Lunæ centrum punctum L tenet, idem nempe proxime in quo versante centro Lunam omnium maxime in Umbram immergi Prop. præc. ostensum est. Similiterque ostendemus Tempus, quo Lunæ centrum punctum L attingit, in Eclipsibus totalibus esse medium Obscurationis totalis, quando integra Luna in Umbram immergitur; ut verbo dicam, esse medium transitûs centri Lunæ ab N ad M, quia NL æqualis LM. Nodi Locus & Limitum Inclinatio pro immutatis habentur, non solum propter parvitatem temporis quo Eclipsis durat, sed quod Nodis in Syzygiis cum Sole versantibus hæc vere immutata manent, per Propp. XIV & XV. Problema igitur huc redit, ut determinetur Temporis punctum cum Lunæ centrum in L reperitur. Ad quod faciendum inveniatur (per Prop. XXXI.) Tempus veræ Oppositionis, hoc est, tempus quando centrum Umbræ erit in O, & Luna in P; nisi hæc duo coincidant, quod fit cum tempore veræ Oppositionis Sol Nodorum Lunarium alterutrum tenet, quo casu OL, PL & OP evanescunt: In præc. autem inventa est per resolutionem triangulorum ☊OP, OLP magnitudo arcûs LP. Inveniendum igitur est tempus requisitum ut Luna percurrat PL, & quidem non PL simpliciter, sed PL ultra Solis Motum in Ecliptica; (nam interea dum Luna transit à vera Oppositione ad punctum suæ Orbitæ centro Umbræ proximum, vel ab hoc ad illam, Sol eique proinde Oppositum punctum, Umbræ centrum, in Ecliptica procedit;) quod fit inveniendo Motus horarios Solis & Lunæ tempori Eclipsis congruos, & inde horum differentiam, Lunæ à Sole Motum horarium tempori Eclipsis

 compe-

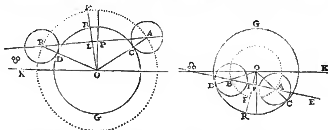
competentem, ut in Prop. XXXI; unde per analogiam invenietur tempus requisitum ut Luna à Sole moveatur per arcum cognitum LP. Ex figurarum respectivis casibus adaptatarum inspectione patet tempus, quo Lunæ centrum est in L puncto Umbræ centro proximo, præcedere Tempus Oppositionis veræ celebrandæ cum Luna ad P pervenerit, in casu præsente; hoc est, cum Luna mox superavit Nodum ascendentem, quod obtinet etiam cum mox superavit Nodum descendentem: Sed cum Luna nondum assecuta est Nodos, Tempus mediæ Eclipsis posterius esse Tempore Oppositionis veræ; unde constat quando Tempus inter veram Oppositionem mediamque Eclipsin Tempori Oppositionis addendum sit quando subducendum, ut conficiatur Tempus mediæ Eclipsis.

Artifices vulgo Tabulas condunt Temporis, quo LP arcus percurritur, addendi aut substrahendi à Tempore Syzygiæ veræ, ut fiat Tempus Eclipsis mediæ aut Obscurationis maximæ. Tempus hoc varium est pro varia Motûs Lunæ à Sole velocitate & varia distantia à Nodo. Tabulas hasce, ut prius illas de quibus Schol. Prop. XXXVI, ad singulos gradus Terminorum Eclipticorum producunt.

PROPOSITIO XXXVIII.

Tempus Initii & Finis Eclipsis Lunæ dato Mense contingentis, item Immersionis totalis Lunæ in Umbram determinare; indeque Durationem tam integræ Eclipsis quam totalium Tenebrarum definire.

Iisdem positis quæ in præcedente, nisi quod in schemate I. Luna deficiens versus Nodum descendentem vergere ponatur, patet Eclipsin incipere cum centrum Lunæ est in A, Lunæ limbo Umbræ limbum ad C (per *Prop.* IV. *Lib.* II. *Theod.*) contingente. In triangulo igitur ALO rectangulo ad L dantur præter rectum hypothenusa OA, summa nempe Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, & OL distantia



minima centri Umbræ à centro Lunæ Prop. XXXV. inventa; invenietur igitur arcus AL, adeoque Tempus requisitum ut Luna hunc (excessu motûs sui supra Solis motum) percurrat; hoc est, Semiduratio integræ Eclipsis. Sed ex præc. notum est Tempus mediæ Eclipsis; innotescent igitur ejus Initium & Finis.

Ad determinandum Initium totalis Immersionis Lunæ in Umbram

bram Terræ, reliquis manentibus ut ſupra, ſit in ſchemate 2, ubi Defectus Lunæ incidit dum Luna ad Nodum aſcendentem appropinquat, circulus AFB circulo umbroſo CDG interior; circulus centro A, diſtantiâ AC deſcriptus (per *Prop.* III. *Lib.* II. *Theod.*) tanget CGD interius, adeoque rite Lunam repræſentabit in propria Via EΩ progredientem, cum primum tota in Umbram GCD immergitur. Ad inveniendum Temporis punctum quando centrum Lunæ tenet A, in triangulo rectangulo ALO dantur latera OL (per Prop. XXXV.) & OA, quod per conſtructionem æquale eſt differentiæ Semidiametrorum Umbræ & Lunæ; innoteſcet igitur AL arcus Viæ Lunaris percurrendus motu Lunæ ſupra motum Solis, ex quo Luna tota in Umbram immergitur ad uſque Eclipſis medium. Ex cognito igitur ad Eclipſis tempus motu Lunæ à Sole tempori certo (*v.g.* Horæ) competenti, cognoſcetur tempus inſumendum ut Luna (exceſſu motûs ſui ſupra motum Solis) arcum AL percurrat; hoc eſt, Semiduratio totalium Tenebrarum. Sed per præcedentem notum eſt mediæ Eclipſis momentum, unde Initium & Finis totalis Immerſionis Lunæ in Umbram Terræ innoteſcent. Q. E. F.

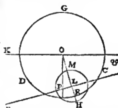
SCHOLIUM.

In reſolutione trigonometrica triangulorum OLP, ALO, BLO, ut & figurarum L*l*λ, ALλα, in Prop. præc. poterunt illa pro rectilineis haberi (quod & communiter fit) ob parvitatem laterum: tantilla enim ſuperficiei ſphæricæ portio tuto poteſt cenſeri plana.

PROPOSITIO XXXIX.

Quantitatem Eclipſis dato Menſe contingentis, tam in ejus medio, quam alio quovis dato Tempore definire.

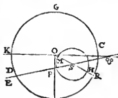
Iiſdem poſitis, in annexo ſchemate Defectum Lunæ referente contingentem paulo poſt ſuperatum Nodum deſcendentem, invenienda eſt Quantitas Eclipſis mediæ partialis. Lunæ Diſcus Defectu medio centro L (jam ſæpius determinato) deſcriptus ſecet OR rectam in M. Cum igitur detur (in partibus circuli maximi in Sphæra Cœleſti) OR Semidiameter Umbræ, & Prop. XXXV. inventus ſit OL arcus, diſtantia minima centri Lunæ à centro Umbræ in partibus iiſdem; dabitur (per 4. *Dat.*) horum arcuum differentia LR: Sed datur LM Lunæ Semidiameter; unde (per 3. *Dat.*) MR horum ſumma data eſt in iiſdem; ejuſque ideo (per 1. *Dat.*) ratio ad integram Lunæ Diametrum MH, in partibus circuli itidem notam, etiam data eſt: & MR eſt pars Diametri Lunaris Eclipſi mediâ obſcurata; datur igitur ratio Diametri partis obſcuratæ ad integram; ergo & numerus Unciarum Unciæque partium Diametri obſcuratæ.



Non abſimiliter Eclipſis Quantitas ad datum Tempus ante vel

 poſt

poſt Plenilunium verum viſa invenietur. Ex invento per methodum ſupra indicatam motu Lunæ à Sole horario, determinabitur arcus quo Luna diſtat à puncto P, ubi Plenilunium verum celebratur: Sit hic PS; ideoque centri Lunæ Locus ad Tempus datum eſt S. Jungatur arcus OS Lunæ Diſco in M & H, circuloque CDG in R occurrens. In triangulo ♈OP dantur præter rectum ad O latus ♈O anguluſque O♈P; unde invenientur latus OP (jam ſupra definitum) & angulus OP♈. In triangulo rurſus OPS dantur duo latera PO, PS & angulus interjectus OPS; unde dabitur etiam OS arcus, & proinde hujus notique arcûs SM differentia OM: Sed datur OR, & proinde ipſarum OR, OM differentia MR data eſt; omnes nempe in partibus circuli, ut ſupra: adeoque, ut in caſu priori, Quantitas Eclipſis in Unciis Diametri & Unciæ partibus expreſſa.



Si MR excedat Diametrum Lunæ integram (quem caſum ſchema annexum refert) Eclipſis dicitur tot Digitorum quot Diametri Lunæ Uncias MR continet; abuſive quidem & improprie, cum proprie loquendo Luna deficere nequeat pluribus Digitis quam ipſa habet in ſua Diametro; MR autem conflatur ex Lunæ Semidiametro MS & SR diſtantia minima Centri S ab Umbræ margine CDG, quæ (per *Elem. Sphæric.*) circuli maximi centra O & S conjungentis arcus eſt.

COROLLARIUM I.

Hinc facile determinabuntur Telluris Loca, ex quibus Eclipſis Lunaris data Phaſis ſpectari poteſt. Cum enim ad iſtam Phaſin deficientis Lunæ locus ex Prop. hac detur, & hora in dato Loco Telluris; dabitur (per Coroll. XXXVI. Lib. II.) Locus Terræ, cui Luna tum eſt in vertice. Omniaque Loca, quæ hinc abſunt minus quadrante circuli, hanc videbunt; quæ magis, non videbunt; quæ ipſo quadrante, in Horizonte videbunt.

COROLLARIUM 2.

Ex tribus ultimis Propoſitionibus Schema Eclipſis Lunaris in plano graphice protrahetur. Cum enim tantilla Cœli Lunaris pars, quam Umbra (vel etiam Penumbra) Terræ una cum Luna ad Eclipſis Initium illam tangente occupat, pro plano tuto poſſit haberi: Ductis rectis, ſe decuſſantibus in angulo æquali illi quem Via Lunæ cum Ecliptica comprehendit, Circulos iſtos, earumque concurſu Nodum proximum referentibus; ſumatur in recta Eclipticam referente punctum à communi rectarum concurſu diſtans tot partibus æqualibus quibuſvis quot partibus circuli (*v g.* ſcrupulis) Centrum Umbræ ſive punctum Soli oppoſitum diſtat à Nodo; centro hoc deſcribatur Circulus Terræ Umbram referens, hujus Semidiametrum tot prius aſſumptarum æqualium partium faciendo quot ſcrupulorum in Cœlo Umbræ Semidiameter revera occupat; ex hoc centro ducendo rectas tam ad Eclipticam quam ad Viam Lunarem

narem normales, fignabuntur in Via Lunari puncta veri Plenilunii mediæque Eclipsis. Quod fi eodem centro, extra intraque circulum hunc umbrofum, alii duo ducantur à priori diftantes fpatio tot prius affumptarum æqualium partium, quot prædictorum fcrupulorum Lunæ Semidiameter apparens conftat; horum circulorum interfe-ctiones cum recta Viam Lunæ referente oftendent in Schemate puncta, in quibus Lunæ centrum verfatur ad Initium & Finem E-clipfis totalifque Obfcurationis. Cum porro Motus horarius Lunæ à Sole & Horarum in dato Loco numerus tempore veri Plenilunii, ut & incipientis, mediæ & finientis Eclipfis, ex præcedentibus dentur; recta Lunarem Viam repræfentans dividetur in partes æquales, quæ numeris infignientur Horas denotantibus, in data habitatione numeratas, quibus Luna puncta Cœli homologa tenet. Et Lunæ deficientis Phafis, quolibet tempore contingens, oculo commodiffime fubjicietur, fi puncto in Via Lunari, numero Temporis dati infignito, tanquam centro & intervallo Semidiametrum Lunæ apparentem referente defcribatur circulus: hic, quâ parte intra circulum Umbram referentem cadit, repræfentabit Lunæ partem deficientem; quâ vero extra illum prominet (fi modo prominet) partem illuftratam oftendet: adeoque Digiti Ecliptici per fe patent, ut & ratio inter integrum Lunæ Difcum & partem ejus lucidam (fi qua eft) nempe differentiam inter duo fegmenta datorum circulorum, quæ ex circuli dimenfione innotefcit.

SECTIO VIII.

De Eclipfi Solis.

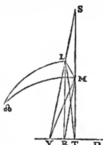
Hactenus de Lunari Eclipfi dictum: Supereft ut de Solari etiam agamus. Ac prius quidem hanc univerfaliter tractabimus, Umbramque Lunarem in Terram incidentem confiderabimus, quomodo vere proprieque Eclipfis Terræ dicenda effet: Nam in hac Terra eafdem vices gerit quas Luna in fupra defcripta Eclipfi Lunari, Lunaque eafdem hic quas illic Terra. Deinde Phænomenon hocce Eclipfis Terræ confiderabimus, quatenus Telluris incolæ in Lunari Umbra immerfo, Cœlumque fufpicienti, Luna aliquam Solis partem tegit, & quâ Sol ideo deficere videtur; unde Phænomeno huic Solis Defectûs nomen eft inditum.

PROPOSITIO XL. LEMMA.

SI Diftantia apparens inter Solem & Lunam ex centro Terræ vifa fit æqualis Parallaxi Lunæ horizontali; hæc, aucta Parallaxi Solis horizontali, æquat Diftantiam inter Terræ centrum centrumque Umbræ Lunaris in Terræ Difcum exceptæ, vifam ex puncto ubi recta Solis & Terræ centra conjungens Lunæ Cælo occurrit: & proportionaliter fi Diftantia Solis & Lunæ major fit vel minor.

Sit Terræ centrum T, Solis S, TS recta conjungens centra Solis &

& Terræ, normalis ad Diſcum Terræ DT, Cœlo Lunæ in M occurrens. Sit ☊L Orbita Lunæ, in qua L Luna; ☊M Ecliptica; LM Diſtantia ex T apparens inter Solem & Lunam, Lunæ Parallaxi horizontali æqualis. Juncta SL producatur donec Terræ Diſco DT occurrat in V, ubi centrum Umbræ Lunaris in Diſcum Terræ exceptæ verſatur. Dico angulum TMV æqualem eſſe STL Diſtantiæ apparenti Solis & Lunæ & Parallaxi Solis horizontali ſimul. Ducatur LR parallela MT, & jungatur MR. Quoniam angulus TMV æqualis eſt angulis TMR & RMV ſimul ſumptis, angulus autem TMR (per *Prop.* XXIX. *El.* I.) æqualis LRM, hoc eſt (ob viciniam punctorum R & T) LTM, & RMV (ob eandem rationem) ipſi RLV, ſive (per *Prop.* XXIX. *El.* I.) LSM æqualis; erit TMV æqualis angulis LTM & LSM ſimul ſumptis. Porro, quia angulus LTM ſupponitur Parallaxi Lunæ horizontali æqualis, & L Luna; erit Diſtantia punctorum L & M Semidiametro Terræ æqualis; (Parallaxis enim Lunæ horizontalis eſt angulus in quo Terræ Semidiameter videtur ad diſtantiam æqualem diſtantiæ Terræ & Lunæ:) adeoque LSM angulus eſt proxime horizontalis Solis Parallaxis, (angulus nimirum in quo apparet Terræ Semidiameter ad diſtantiam Solis & Terræ, hoc eſt, fere ad diſtantiam Solis & Lunæ,) & angulus LTM eſt Solis & Lunæ Diſtantia ex centro Terræ viſa. Et igitur angulus TMV æquatur Diſtantiæ Solis & Lunæ ex Terræ centro viſæ & Solis Parallaxi horizontali ſimul ſumptis.



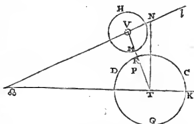
Eodemque modo ſi arcus LM ſit ſemiſſis, ſeſquialter aut duplus Parallaxis Lunæ horizontalis; erit angulus TMV æqualis LTM & ſemiſſi, ſeſquiplæ aut duplæ Parallaxi Solis horizontali. Q. E. D.

PROPOSITIO XLI.

NUm dati Menſis Novilunium futurum ſit Eclipticum, hoc eſt, num in qualibet Terræ parte Sol partialiter aut totaliter deficere videbitur, determinare; & ſi futura eſt Eclipſis, ejus Speciem definire.

Referat DCG Tellurem, in qua Poli revolutionis diurnæ ſunt P punctumque huic oppoſitum latens. Hemiſphærium in Schemate conſpicuum idem ſit cum illo à Sole illuſtrato; adeoque DCG circulus, cujus centrum T, Hemiſphærium illuminatum ab obſcuro diſterminans, cujus planum eſt Terræ Diſcus. In planum Diſci Telluris DCG excepta intelligatur Umbra Lunæ à Sole facta: erit hæc ſic excepta formâ circulari, puta HM, cujus centrum V; quia conus penumbroſus eſt rectus, ejuſque axis ad planum Diſci perpendicularis fere: nam de caſu quo V à T non multum diſtat nos tantum loquimur, cum in hoc ſolo Lunæ Umbra Terram attingere poſſit,

possit; hoc est, Solis aliqualis Eclipsis fieri. In hujus centro circellus est totaliter umbrosus, si Lunæ Umbra totalis hucusque porrigitur: reliqua circumcirca corona est pene umbrosa, cujus partes circello prædicto propiores obscuriores sunt, per Prop. XXXIV. Patet quod, si Penumbra Tellurem non tangat, nulla futura est Eclipsis per universam Terram: Sin aliqua Telluris pars Penumbræ immergatur, ea aliqualem (proprie loquendo sicut prius de Luna) patietur Eclipsin; sive tractûs istius incolis Sol ob interpositam Lunam deficere videbitur. Patet autem Umbram in Terram incurrere, si circulus HM circulum DCG secet; alias non incurrere, cum circulus DCG sit Telluris maximus.



Ut autem dignoscatur an in dati Mensis Novilunio circulus HM circulum DCG secet, concipiatur Telluris Hemisphærium à Sole illustratum & circulum penumbrosum desuper spectari ab Oculo, in rectæ Solis & Terræ centra conjungentis puncto, ubi Cœlum Lunæ intersecat, constituto; quo casu Hemisphærium istud, licet convexum, quasi Disci planum videbitur, sicut nobis Lunam intuentibus accidit; distantiâ Oculi abstractionem à convexitate naturaliter causante. Ecliptica, hâc ratione, tanquam recta videbitur, *v. g.* ☊TK, cum Oculus in ejus plano reperiatur: Et quia Oculus à plano Orbis Lunaris proxime abest, Orbita Lunaris in Discum excepta, sive potius Via centri circuli umbrosi, id est, linea quam hoc in plano Disci Telluris describit, erit etiam recta, puta ☊*l*. Ex Terræ centro T ducatur TV in ☊*l* normalis; erit V punctum omnium in ☊*l* punctorum centro Terræ proximum. Adeoque si penumbrosus circulus HM Telluris Discum CDG omnino attingat, hunc attinget cum ejus centrum est in V: in quovis enim alio puncto circuli hi magis inter se distant. Et ob eandem rationem, si HM in CDG incurrat, maxime incurrit cum penumbrosi circuli centrum ad V pervenerit. Patet vero circulum HM circulum DCG non attingere, si centro ipsius HM ad V pervento VT excedat TR & VM simul sumptas: Sed (per Prop. præc.) TV Oculo ut supra constituto apparet in angulo æquali Distantiæ Solis & Lunæ ex Terræ centro apparenti, auctæ angulo qui est ad Parallaxin Solis horizontalem ut dicta Luminarium Distantia ad Lunæ Parallaxin horizontalem; & TR eidem oculo apparet sub angulo æquali Parallaxi Lunæ horizontali; & VM (per Schol. Prop. XXXIV.) ab eodem videtur in angulo æquali aggregato Semidiametrorum Solis & Lunæ ex Terræ centro apparentium: Si igitur circuli penumbrosi centro ad V pervento Distantia Luminarium ex Terræ centro visa, aucta angulo qui est ad horizontalem Solis Parallaxin

ut dicta Luminarium Diſtantia ad Lunæ horizontalem Parallaxin, major fuerit quam aggregatum Parallaxis Lunæ horizontalis & Semidiametrorum Luminarium; patet nullam in quavis Terræ parte futuram Solis Eclipſin. Cumque in Noviluniis, in quibus Eclipſis ſubeſt ſuſpicio, ſive in quibus HM tangit DCG, Diſtantia Luminarium viſa ſeſquialtera eſt Parallaxis Lunæ horizontalis, (nempe TV ſeſquialtera TR,) cum VM aggregatum Semidiametrorum apparentium Luminarium mediocrium ſubdupla quaſi ſit TR mediocris Parallaxis Lunæ horizontalis; nullus erit in tota Terra Solis Defectus, ſi circuli HM centro ad V pervento Diſtantia Luminarium ex Terræ centro viſa, aucta ſeſquiplo Parallaxis Solis horizontalis, excedat ſummam Semidiametrorum Solis & Lunæ, & Parallaxis Lunæ horizontalis; hoc eſt, ſi Luminarium Diſtantia ex Terræ centro viſa excedat ſummam Semidiametrorum Luminarium & Parallaxis Lunæ horizontalis, minutam ſeſquiplo Parallaxis Solis horizontalis.

At ſi iſta Diſtantia huic ſummæ æqualis fuerit, Penumbra Terram ſtringit, in illam tamen non incurret, nec Sol deficere Terricolæ videbitur.

Si vero illa hâc ſit minor, hoc eſt, ſi Penumbræ centro in V verſante, Luminarium Diſtantia ex centro Terræ viſa deficiat à ſumma Semidiametrorum eorundem & Parallaxis Lunæ horizontalis, multata ſeſquiplo Parallaxis Solis horizontalis; hoc eſt, ſi TV minor ſit quam TR & VM ſimul, aut circulus HM circulum DCG interſecet, (puta in Y & Z,) & interim ipſe circellus totaliter umbroſus in centro circuli HM aut non omnino contingat, aut tantum contingat DCG circulum; Solis pars deficere videbitur illis, qui illuminatam Hemiſphærii partem ſegmento YRZM circulo utrique communi incumbentem incolunt.

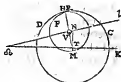
Quoniam vero circelli hujuſce plene umbroſi Semidiameter Oculo ut ſupra conſtituto apparet ſub angulo æquali Semidiametro Lunæ ex Terræ centro apparenti, diminutæ Semidiametro apparenti Solis ex eodem, per Schol. Prop. XXXIII; patet hunc (licet in V poſitum) Diſcum CDG non attingere, ſi Diſtantia Luminarium ex centro Terræ viſa una cum Solis Parallaxi horizontali (TV enim in hoc caſu non multum ſuperat RT) excedat Parallaxin Lunæ horizontalem & exceſſum Semidiametri apparentis Lunæ ſupra Semidiametrum apparentem Solis, vel hiſce ſit æqualis; hoc eſt, ſi dicta Luminarium Diſtantia excedat Semidiametrum & Parallaxin horizontalem Lunæ, demptis Semidiametro & Parallaxi horizontali Solis, vel illis ſit æqualis: At ſi illa ab his deficiat, tum ipſa totalis Umbra Terram delibabit, & totalem Solis Defectum efficiet incolis tractûs Terræ quem involvit; at ſine notabili mora, quia circellus hic parvus admodum eſt, cum Lunæ

Diameter

Digitized by Google

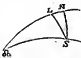
Diameter apparens parum excedat Diametrum apparentem Solis, ideoque communiter pro centro Penumbræ habetur. Immo quandoque circellus hic vere nullus est, Solis Diametro Lunæ Diametrum apparentem superante. In utroque autem casu aliquis Terræ locus totalem (vel centralem, licet non totalem) Solis Eclipsin patitur, cum Penumbræ centro in minima à centro distantia versante, Distantia visa Luminarium æquetur summæ Parallaxium horizontalium eorundem, aut ab illa deficiat.

Penumbra autem Lunæ integra Terram obumbrat primum, cum TV Distantia minima centrorum Terræ circulique Penumbrosi, hoc est (per Prop. præc.) Distantia minima Luminarium visa minuta semisse Parallaxis Solis horizontalis, (nam VM est proxime æqualis semissi TR,) æqualis est differentiæ ipsarum TR, HV, sive excessui Parallaxis Lunæ horizontalis supra summam Semidiametrorum Luminarium. Quod si Distantia ista excessu hoc minor sit, Penumbra integra in Terram incidit, restatque circumcirca Telluris tractus ab omni Solis Defectu immunis.



Licet Lunæ Umbra Penumbrave in Disci planum excepta sit circulus, in superficie Telluris sphærica (ubi revera excipitur) circumscribitur lineâ minime circulari, (nisi cum umbrosi coni axis per Telluris centrum extenditur,) immo non in eodem plano jacente; de cujusmodi Lineis opusculum Anno 1663 edidit *P. Coursier*, quod & de Umbra Telluris in superficiem Lunæ sphæricam excepta similiter verum est. Verum in Eclipsi Lunæ tractanda non opus erat hujus meminisse, quia ejus sphærica superficies Observatori Terricolæ in ipsum Discum planum abit. At in Tellure domicilio nostro res aliter se habet: Spectatores enim in Tellure omnes, eodem temporis puncto ejusdem magnitudinis Solis Eclipsin passi, in hujusmodi Linea jacent. Verum ejus determinatio non est hujus loci, nec ad Astronomiam proprie pertinet.

Distantia vero proxima inter Luminarium centra prope Novilunium ex Terræ centro visa investiganda est eodem prorsus modo, quo distantia proxima inter Lunæ Umbræque Terrestris centra prope Plenilunium Prop. XXXV. inventa est; nempe (per Prop. XXXI.) inveniendo Conjunctionis veræ dato Mense contingentis Tempus, quando sc. Luna reperitur in N Sole in S versante, posito SN Latitudinis circulo, & ad idem Tempus quærendo loca Nodorum Lunæ, quorum ipsi S proximus sit ☊, ut & Inclinationem Orbitæ Lunaris ad Eclipticam: quo pacto in triangulo sphærico ☊SN rectangulo ad S dantur ☊S Distantia Nodi & Solis, & angulus ☊ Inclinatio Lunaris Orbitæ ad Eclipticam; unde invenientur latus SN angulusque N. Rursus, in triangulo SLN (quod propter parvitatem pro rectilineo potest haberi) præter rectum



 ad

ad L (nam SL ex constructione normalis est in Orbitam Lunarem, adeoque distantia proxima Luminarium, cum nempe Luna in L versatur) dantur modo inventa latus SN & angulus N; unde SL distantia Luminarium minima eruetur, & etiam latus NL usui postea futurum: Promptissime autem invenitur arcus SL ex Tabulis Latitudinis Lunæ, capiendo illum æqualem Latitudini Lunæ cum Latitudinis argumentum æquale est arcui ☊S distantiæ Solis à Nodo, cujus rationem ostendimus Prop. XXXV. in casu consimili.

COROLLARIUM.

Hinc Termini definientur pro Solis Eclipsibus omnimodis per totam Terram contingentibus. Si enim TV minor sit summâ Semidiametrorum Disci Terræ Penumbræque Lunæ, partialis saltem erit Eclipsis in aliqua Telluris parte. Quod si TV minor sit quam TR Semidiameter Disci, totalis erit alicubi Solis Defectus; saltem centralis. In triangulo igitur rectilineo in Terræ Disco descripto ☊VT datis præter rectum ad V angulo V☊T & latere VT, dictæ Semidiametrorum summæ æquali, invenietur latus ☊V, Distantia nempe centri Penumbræ Lunaris à Nodo proximo ipsiusve Lunæ à Nodo opposito, quâ obtinente Tempore Novilunii veri Lunæ Penumbra Terram pertransibit, illam minime attingens: Si vero dicto Novilunii momento Lunæ distantia à Nodo proximo minor sit quam supra inventus arcus ☊V, Lunæ Penumbra Terræ tractum aliquem involvet, & Sol Eclipsin pati aliqualem videbitur istius tractûs incolis. Similiter definientur Termini pro centrali Solis Eclipsi alicubi in Terra contingente, loco summæ Semidiametrorum Disci & Penumbræ ipsam Disci Semidiametrum sumendo, ut supra est ostensum. Ob parvitatem vero anguli ad ☊ laterumque trianguli VNT, TN parvo admodum discrimine differt à TV: unde ii erunt quamproxime Termini pro Eclipsi Solis vel omnimodâ vel totali alicubi contingente; distantiæ nempe Lunæ à Nodo proximo, quando Tempore Novilunii veri Lunæ Latitudo æqualis est vel summæ Semidiametrorum Luminarium & Parallaxis Lunæ horizontalis minutæ sesquiplo Parallaxis Solis horizontalis, vel differentiæ Parallaxium horizontalium Lunæ & Solis.

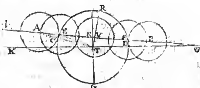
PROPOSITIO XLII.

Tempus Initii, Medii & Finis tam omnimodæ Eclipsationis à Penumbra Lunæ, quam Eclipsis Solis totalis in omni Telluris globo dato Mense contingentis, indeque harum Durationem integram definire.

Sit DCG Discus Terræ centro T descriptus, visus ex puncto rectæ Solis & Terræ centra conjungentis, ubi hæc Cœlo Lunæ occurrit. Plani Eclipticæ hujusque Disci communis interfectio, sive Ecliptica in plano Disci visa, sit ☊K recta; & TN huic perpendicularis erit communis sectio planorum circuli Latitudinis & Disci Terræ, in qua sit N punctum, ubi Lunæ Orbitæ planique Disci communis interfectio, sive Orbita Lunæ in planum Disci projecta, dictum La-

titudinis

titudinis circulum intersecat. Cum oculum, Eclipsin hanc Terræ videntem, collocatum supponamus in recta Solis Terræque centra jungente; patet hunc una cum Sole motum iri, adeoque visurum centrum Penumbræ Lunaris describens in Disco Terræ Viam istam à Sole, de qua fuse actum est Prop. XXXVI. Ducta igitur concipiatur per N recta *l*N☊ faciens cum TN angulos hinc inde æquales illis, quos Via Lunæ à Sole cum Latitudinis circulo efficit tempore Novilunii veri; atque Via hæc Lunæ à Sole, ad Novilunium sive mediam Eclipsin definita, manere supponatur per integram Eclipsin; quod proxime quidem fit: at si exactius procedere libeat, illam in aliis Lunæ à Nodo distantiis de novo licebit ducere. Ex T ducatur TV ad *l*☊ normalis; eritque V punctum ad quod cum centrum Penumbræ Lunaris pervenerit, illud omnium minime abest à Disci centro T, omniumque maxime in Terram incurrit; ut Prop. præc. ostensum est. Porro (ex *Prop.* III. *El.* III.) V est etiam punctum medium portionis rectæ ☊*l*, quæ in circulo DCG aut alio quovis huic concentrico jacet; adeoque tale est ut Penumbræ centrum in illo reperiatur in media Eclipsatione Terræ omnimoda, quæ durat dum Penumbræ centrum percurrit rectam AB, posito TA excedere TR excessu AC Semidiametro circuli penumbrosi æquali; item tale ut Penumbræ centrum in illo reperiatur in medio tempore, quo ipsum Penumbræ centrum rectam EF peragrans Eclipsin Solis totalem & centralem in aliqua Telluris parte producit. Problema igitur huc redit, ut determinetur punctum temporis cum Penumbræ centrum in V reperitur. Ad quod faciendum inveniatur (per Prop. XXXI.) Tempus veræ Conjunctionis, quæ in N celebratur; cumque in triangulo TVN præter rectum ad V detur latus TN, & (per Prop. XXXVI.) angulus TNV, invenietur NV in iisdem partibus in quibus TN aut TR datur; hoc est, notum fiet qualem angulum ad oculum NV subtendat. Sed ex dato Solis & Lunæ Motu horario datur Lunæ Motus horarius à Sole, sive arcus quem Luna à Sole spatio Horæ percurrit, hoc est, tempus necessarium ut Luna à Sole per cognitum arcum moveatur; ideoque tempus innotescet quod requiritur ut Luna à Sole moveatur per arcum subtendentem angulum quem recta NV subtendit, hoc est, ut Penumbræ Lunaris centrum rectam NV in Terræ Disco percurrat; hoc est denique, tempus interjectum inter momentum Conjunctionis veræ momentumque Eclipsationis mediæ, respectu totius Telluris: adeoque dato illo invenietur & hoc. Momentum enim mediæ Eclipsis Solaris respectu totius Telluris (similiter atque mediæ Eclipsis Lunaris) præcedit Conjunctionem veram cum Sol Lunaque mox superarunt Nodorum alterutrum, illum vero sequitur cum Luminaria Nodos



nondum

nondum sunt affecuta. Ad tempus istud promptius inveniendum inserviunt Tabulæ temporis inter veram Syzygiam maximamque centrorum Disci Umbræque approximationem interjecti, de quibus ad Prop. XXXVII. dictum est.

Invento autem tempore Eclipsis Mediæ, Initium ac Finis omnimodæ Eclipsationis, sive momenta quando Penumbra Lunæ Discum Terræ primo attingit & ultimo deserit, facile definientur. In triangulo enim rectangulo TVA dantur latera TV, TA, illud prius inventum, hoc conflatum ex Semidiametris Disci & Penumbræ prius determinatis; dabiturque proinde AV, indeque ut prius, ex Motu horario Lunæ à Sole, invenietur tempus requisitum ut Penumbræ centrum hanc percurrat, hoc est, omnimodæ Eclipsationis dimidia Duratio; cumque detur momentum Mediæ, nota sunt Initium Finisque. Similiter invenietur Semi-mora totius Penumbræ intra Terræ Discum, si loco TA summæ Semidiametrorum Disci Penumbræque sumatur harum differentia, prorsus similiter atque in Immersione totali Lunæ in Telluris Umbram in Eclipsibus Lunæ totalibus.

Semi-mora vero centri Penumbræ intra Terræ Discum (sive totalis Umbræ, quæ, cum semper angusta, sæpe nulla sit, pro centro habetur) invenitur investigando EV ex datis TE, TV, tempusque requisitum ut Lunaris Umbræ centrum hanc percurrat, ut prius. Cum vero innotescant mediæ Eclipsis momentum & Semi-mora centri intra Discum, innotescit & tempus cum Umbra totalis Terram attingit deseritque; hoc est, cum Eclipsis Solis totalis Terricolæ primo ultimoque contingit.

COROLLARIUM.

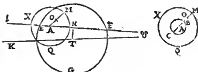
Hinc triangulorum rectilineorum ATN, BTN, VTN, FTN & BTN dantur omnes anguli; & hinc etiam Schema Eclipsis Disci Terræ, qualis revera est hæc de qua agimus, in plano graphice describetur, ut factum est in Eclipsi Lunæ Coroll. 2. Prop. XXXIX: Figura enim præcedens est illud ipsum Schema quod quæritur; illa igitur rite protrahatur. Cumque notum sit quantas rectæ ☊*l* portiones Umbræ Lunaris centrum Horæ spatio peragret, & quænam in dato loco numeretur Hora, quando dictum centrum tenet N vel V vel aliud quodvis punctum in ☊*l* datum; patet quod si rectæ istius rite divisæ punctis adscribantur numeri, quibus Horæ in dato loco indicantur, perfectum esse Schema quæsitum pro dato loco.

PROPOSITIO XLIII.

Eclipsis Solaris Quantitatem respectu Spectatoris Terrestris intra circulum Penumbrosum, qui est sectio Penumbræ Lunaris per Discum Terræ, datum Locum occupantis determinare.

Sit BFG circulus disterminans Terræ Hemisphærium à Sole illuminatum ab obscuro, cujus proinde planum idem est cum plano Disci de quo supra. In hoc plano sit KT☋ Ecliptica; *l*N☋ Via centri Penumbræ Lunaris; N punctum ad quod cum Penumbræ centrum

centrum pervenerit, fit Novilunium verum. Ponatur A esse Penumbræ hujus centrum quodam temporis puncto dum iter suum per rectam *l*♈ instituit, ipsumque circulum penumbrosum esse MQX; erit AN itineris Penumbræ pars ea quæ facienda est inter hocce temporis punctum & momentum Conjunctionis veræ, celebrandæ cum illud ad N pertigerit. Supponamus Observatorem intra hunc circulum constitutum, ut ad O, sive potius in Hemisphæricæ superficiei illuminatæ puncto, quod recta ex O ad planum Disci normalis ostendit; invenienda est quanta Diametri Solaris pars à Luna tegatur prædicto Observatori. Jungatur recta AO, & producatur donec circulo MQX occurrat in M; dico Solis Diametri partem à Luna tectam esse ad Diametrum integram ut OM ad AM.



Nam si Observator esset in M, Luna nullam prorsus Diametri Solaris partem ab illo tegeret: Observatori vero paulatim versus Penumbræ centrum A progredienti, Solaris Diametri pars major majorque per interpositam Lunam ab illo tegitur, donec tandem illo ad centrum A pervento, Sol totus (hoc est, ejus Diameter integra) ab eo tegatur, si modo Solis apparens Diameter Lunæ Diametrum apparentem non excedat, (quod hic suppono, quodque in harum magnitudinibus mediocribus fere obtinet,) & Lunæ totalis Umbræ vertex ad Terram usque pertingat, sive circulus penumbrosus MQX centrum habeat perfecte & totaliter umbrosum: Et ideo si Solis Diameter ut As in Uncias dividatur, ex data ratione inter AM & OM, quæ ex Loci intra circulum MQX situ dato innotescit, dabuntur Diametri Solis Unciæ sive Digiti obscurati horumque partes respectu Observatoris.

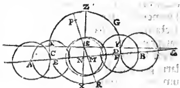
Quod si circulo MXQ concentricus sit (ut in fig. separata) circellus BC vel totaliter umbrosus, vel non mere umbrosus, sed reliquo obscurior & quidem æqualiter; hoc est, si Umbræ Lunaris centrum vel ultra Spectatorem protendatur, vel citra illum desinat, loco rectæ AM sumenda est in priori casu recta BM Semidiametrorum AM & AB differentia; in posteriori CM illarum summa: est nempe Solis Diameter integra ad ejus partem Spectatori ad O à Luna tectam in casu priori ut BM ad OM, in posteriori vero ut CM ad OM. Nam in priori casu Spectator ad B Solem integrum videbit à Luna tectum, in posteriori Spectator in A positus circa obscuram Lunam circulum è Solari Disco residuum lucidum videbit, coronæ instar, cujus visa Latitudo æquatur Semidiametro Solari minutæ Semidiametro Lunari, eidem nempe cum Semidiametro AB è Luna visa; oportetque ut Spectator in C constituatur, ut Lunæ marginem Solis Discum interius contingentem cernat. Determinata igitur est in omni casu Eclipsis Solaris Quantitas. Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XLIV.

Præcipua Defectûs Solaris Phænomena recensere, Tellurisque Loca describere ubi contingunt, dum Lunaris Umbra in Novilunio Ecliptico per Tellurem incedit.

Repræsentet CGD Telluris Globum, super Polum P alterumque latentem motu diurno ab Occidente in Orientem, sive à C sursum versus G revolutum. Globi hujus Hemisphærium in Schemate conspicuum idem sit cum illuminato à Sole, adeoque Sol directe & perpendiculariter incumbat circuli CDG polo S. Per Polum P & punctum S traductus supponatur circulus immobilis extra Telluris superficiem exstans PSR, item alter KSY communis sectio plani Eclipticæ cum superficie Terræ & huic alter ad angulos rectos ZSX, similiter exstantes, intra quos Terra motu diurno revolvitur. Constat in quovis Telluris Loco esse Meridiem, cum ille ad circuli PSR semissem hic conspicuam appellit, quoniam Sol in hujus plano versatur. Referat AB iter centri Penumbræ Lunaris semitam ENF in Telluris superficie describentis: licet Telluris Hemisphærium illuminatum à Sole, cuique proinde Dies est, supra Schematis hujus superficiem attolli supponatur; Via tamen AB☊ à centro penumbrosi circuli peragrata concipitur in plano Disci, super quod dictum Hemisphærium insistit. Porro, licet PSR, KSY, ZSX sint circuli in dicto Hemisphærio illuminato, in S puncto Soli directe subjecto se mutuo decussantes, repræsentant etiam & rectas in Disco Terræ circulis istis directe subjectas, in quas nimirum dicti circuli orthographice projiciuntur ab Oculo constituto in rectæ Solis & Terræ centra conjungentis puncto longinquo.



Patet Penumbræ Lunaris centro ad A pervento (quando nempe circulus penumbrosus tangit Terræ Discum in c) incolæ ad c posito Eclipsin Solis incipere: Qui vero ad c consistit, per revolutionem Terræ diurnam Hemisphærium illuminatum ingredi incipit; hoc est, illi Sol oritur; Telluris igitur incolæ c, quem omnium Terricolarum Penumbra primum attingit, Sol oriens primo deficere videbitur in supremo seu occidentali sui margine. Cum ipsum Penumbræ centrum Tellurem ad E attingit, incola ad E orientem Solem centraliter deficientem spectat, quippe Penumbræ centro subjectus. Qui punctum Telluris habitat, ubi Penumbra tota intra Terræ Discum recepta (si quidem id accidat) eundem interius tangit, illi Eclipsis Solis ad marginem infimum finitur in Ortu: sicut illi qui punctum tenet, ubi Penumbra interius Discum ultimo tangit, jamjam ex parte ultra hunc protendenda, Eclipsis Solis ad limbum infimum incipit ipso Sole occidente. Casus hosce duos in figura non expressimus, ne confusio oriretur.

Cum

Cum circuli penumbrosi centrum ad ZSX rectam in Disco Eclipticæ normalem, sive cum Penumbræ Lunaris axis ad circulum ZSX prædictæ rectæ respondentem, cujus nempe illa est Diameter, pervenerit in N; Telluris superficiei punctum, quod puncto N exstantis circuli ZSX subjicitur, Eclipsin Solis centralem patitur, & Spectatori ad N aliudve quodlibet circuli ZSX punctum posito Sol in Eclipticæ puncto supra Horizontem altissimo videtur. Cum enim circulus ZX per Spectatoris Zenith transeat ex hypothesi, erit ejus Horizonti perpendicularis: sed & Eclipticæ etiam perpendicularis est ad S; & igitur (per *Elem. Sphæric.*) distat quadrante ab dicti Horizontis & Eclipticæ concursu: sed Eclipticæ (utpote circuli maximi) dimidium supra quemlibet Horizontem exstat; unde ZX Eclipticæ occurrit in puncto ab oriente puncto per quadrantem distante, sive altissimo. Terricola igitur, qui tum punctum N in Telluris superficie tenet, Solem centraliter deficientem in gradu nonagesimo cernit: Qui vero ab N versus Z vel X, at in circulo ZSX, degit, Solem in gradu nonagesimo deficientem quidem cernit, si intra limites penumbrosi circuli versetur; sed plus minusve deficientem pro majori aut minori ejus distantia ab N, ut Prop. præc. ostensum est. Similiter, cum Penumbræ centrum circulum exstantem immobilem PSR in M attingit, Telluris incola, qui huic subjicitur, Solem ipso Meridie centraliter deficientem videt: Qui vero ab M versus alterutrum Polum sub prædicto Meridiano PR degunt, Solem ipso Meridie partialiter deficientem vident, si intra Penumbræ limites constiterint. Et ille quidem, qui versus Polum, borealem P ab M removetur, Solis partem australem deficientem videt, & è contra; quod & in casu priori & universaliter in omnibus casibus obtinet. Penumbræ centro tandem ad extremum Discum ad F pervento, qui illud ipsum punctum simul attingit Spectator, Solem occidentem (quia ex illuminato Hemisphærio in obscurum, Noctem cum Die commutaturus, transit) centraliter deficientem videt: At qui ad D ultimum Penumbræ Lunaris ictum patitur, Solem occidentem supremo sui limbo Lunæ contiguum quasi, & Eclipsis omnimodæ finem cernit.

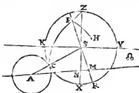
PROPOSITIO XLV.

Telluris Locum (hoc est, ejus Longitudinem & Latitudinem) determinare, ubi Sol oriens supremo sui margine deficere videtur.

Iisdem manentibus quæ posita sunt supra, determinanda est Longitudo & Latitudo puncto C. Per Telluris punctum S, cui Sol perpendiculariter imminet, & punctum C traductus intelligatur circulus maximus SC, qui, in schemate ut supra delineato, quasi recta apparebit. Ducantur etiam arcus circulorum maximorum PC, PZ. In triangulo sphærico PSZ dantur tria latera, sc. PS distantia Solis à Polo illuminato, SZ quadrans, & PS distantia Poli Eclipticæ Z (cum arcus SZ sit normalis ad Eclipticam KSY & in quadrantem pro-

 tensus)

tensus) à Polo Æquatoris P; innotescit igitur angulus sphæricus inter arcus circulorum SP, SZ, qui idem est cum angulo rectilineo inter rectas SP, SZ in plano Disci ductas; sicut universaliter angulus in superficie sphæræ æqualis est angulo rectilineo, quem communes sectiones planorum circulorum sphæricum angulum comprehendentium cum plano tertio ad utrumque normali continent. Porro (per Corol. Prop. XLII.) datur angulus rectilineus NSA eique deinceps ZSC, adeoque hujus & ipsius ZSP summa vel differentia PSC, sive angulus sphæricus in superficie Terræ à circulis SP, SC comprehensus: Dantur autem in triangulo sphærico PSC præter angulum PSC modo inventum latera SP, SC, quorum hoc est quadrans, illud distantia Loci C à Polo P, hoc est, Latitudinis ejus complementum; angulus igitur SPC etiam in triangulo hoc dabitur. Sed (per Prop. XLII.) datur Tempus quando Penumbra Lunæ Discum Terræ primo in C attingit, numeratum in determinato quodam loco: sit locus hic H, cujus Meridianus PH; dabitur igitur angulus SPH, quo nempe Meridianus vel Solem præteriit hactenus, vel nondum assecutus est. Dabitur igitur angulorum CPS, HPS summa vel differentia HPC, differentia Meridianorum Loci C & dati H. Inventa igitur est Loci C tam Latitudo quam Longitudo. Q. E. F.

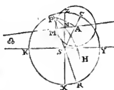


Similiter, invenietur Telluris Locus, ubi Sol occidens superiori margine deficit, quem Lunaris Penumbra omnium ultimum deserit.

PROPOSITIO XLVI.

Locum in Terra determinare Penumbræ Lunaris centro datâ Horâ subjectum, sive in quo Sol centraliter ad datum Tempus deficit.

Reliquis manentibus, cum datum sit Tempus quæraturque Locus cui Sol centraliter tum deficit, & etiam Tempus Conjunctionis veræ datum, per Prop. XXXI; datur horum intervallum, adeoque ex Solis Lunæque Motu horario Motus Lunæ à Solo intervallo huic congruus. In triangulo igitur rectilineo SNA, in Telluris Disco descripto, dantur (per Prop. XXXVI.) angulus SNA æqualis comprehenso inter circulum Latitudinis & Umbræ Viam, latus SN sinus Latitudinis Lunæ in vera Conjunctone, & AN Motus centri Peumbræ intervallo inter Tempus propositum Tempusque Conjunctionis veræ congruus; dabuntur igitur latus SA & angulus ASN, vel hujus complementum ad duos rectos: Sed datur (ut Prop. præc. ostensum) ZSP; ergo dabitur PSA angulus rectilineus, & huic æqualis in superficie sphærica Telluris angulus sphæricus PSA. Dantur



tur

tur etiam trianguli ſphærici PSA latera bina SA, SP, hoc æquale diſtantiæ Solis à Polo P, illud modo ſequenti inventum: Rectis SC, SA in plano Diſci ductis reſpondent in ſuperficie ſphærica duo arcus à puncto S Soli directe ſubjecto incipientes, quorum SC eſt quadrans, SA eſt arcus, cujus ſinus rectus eſt SA recta; arcus igitur SA, trianguli PSA latus, eſt ille cujus ſinus eſt ad ſinum totum ut recta data SA ad datam SC; ac proinde arcus SA cognitus eſt. Cognoſcetur igitur in triangulo PSA latus PA complementum quæſitæ Latitudinis Loci A, item angulus SPA. Sed propter datum Tempus, in determinato Loco H numeratum, datur angulus SPH; daturque proinde HPA angulus, differentia Medianorum Loci determinati H quæſitique A.

Pari modo invenietur Terræ Locus, ubi Solis Eclipſis centralis incidit in ipſo Eclipticæ gradu nonageſimo ab oriente. Demonſtravimus in Prop. præc. hoc contingere illi qui per Terræ revolutionem diurnam in N invenitur, cum Penumbræ Lunaris centrum illud punctum occupat: & Prop. XXXI. oſtenſum eſt Tempus in Loco H numeratum quando hoc accidit, (idem enim eſt cum Tempore Conjunctionis veræ Luminarium;) eſt igitur caſus tantum particularis Problematis præcedentis.

Scholium.

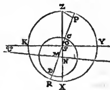
Atque hinc definietur Telluris Tractus, quem Penumbræ Lunaris centrum in dati Menſis Eclipſi Solari tranſit; hoc eſt, Loca omnia quæ ſucceſſive Eclipſin Solis centralem patiuntur. Si (per Prop. XLVI.) quæratur Terræ Locus cui Sol centraliter deficiens oritur, atque deinde alius cui poſt dimidium Horæ Horamve integram centraliter deficit, & ſic denuo uſque ad Locum ubi occidens ſimiliter deficit; Loca illa in ſuperficie Globi Terreſtris lineis conjuncta Tractum quæſitum monſtrabunt. Quod ſi utrinque ad latera Lineæ hujus Zona quaſi ſignetur, cujus latitudo Penumbræ Lunaris Diametrum adæquat; ſignabitur omnis Terræ Tractus Penumbrâ involutus, quique aliqualem Solis Eclipſin ſentit. In Tractu hoc ſignabuntur Loca ubi præcipuæ Phaſes obtinent, ut ubi in nonageſimo gradu Sol deficit, ubi in Meridiano &c.

PROPOSITIO XLVII.

Locum in ſuperficie Terræ determinare ubi Solis Defectus vel Totalis eſt aut Centralis, vel ubi ejus Diametri pars data verſus datum Polum à Luna occultabitur in ipſo Meridie.

Iiſdem manentibus quæ in Prop. præc. ſunt poſita, patet illud Telluris punctum, quod ad M ſimul cum Penumbræ Lunaris centro pertingit, Eclipſin Solis ipſo Meridie pati. Ad illud inveniendum advertatur in triangulo rectilineo NMS, in Diſco ut ſupra deſcripto, dari (per Prop. XXXVI.) angulum SNM, (nempe quem Via Lunæ à Sole cum circulo Latitudinis continet,) NS diſtantiam centrorum Diſci & Penumbræ ad Conjunctionem veram, angulumque NSM æqualem angulo ſphærico ZSP in ſuperficie ſphærica inter

Eclipticæ & Æquatoris ſecundarios SZ & PSR ad Solem comprehenſum; unde dabitur NM recta, & igitur tempus requiſitum ut Penumbræ centrum hanc motu ſuo à Sole peragret: Sed datur Tempus in dato Loco numeratum quo centrum iſtud punctum N occupat, idem nempe cum tempore Conjunctionis Luminarium veræ; igitur & Tempus in dicto Loco numeratum dabitur quando centrum Penumbræ eſt in M. Quæratur igitur (per Prop. præc.) Terræ Locus qui tunc temporis Solem centraliter deficientem ſpectat; erit hic idem ille cui Sol ipſo Meridie centraliter deficit.



Centro M deſcriptus concipiatur, in plano Diſci, circulus penumbroſus rectam PSR in C & D interſecans, fiatque ut integra Solis Diameter apparens ad datam partem non deficientem in Loco quæſito ita Semidiameter Penumbræ ad MO, ſumaturque MO verſus Polum oppoſitum ei verſus quem pars Solis deficiens jacet, (*ex. gr.* ſi verſus Polum in ſchemate annexo latentem pars Solis deficiens jaceat, ſumatur O verſus conſpicuum P;) erit punctum in Telluris ſuperficie, quod recta ex O ad Diſci planum normalis oſtendit, Locus quæſitus, in quo Sol ipſo Meridie parte datâ verſus Polum ipſi P oppoſitum jacente deficit; ut ex Propp. XLIII & XLIV. ſatis conſtat. Quod ſi loco umbroſi centri M vel circulus ſit totaliter umbroſus, vel nulla prorſus totalis Umbra, ſed circulus æqualiter illuſtratus, (ut in Schol. Prop. XXXIII,) loco Semidiametri MC ſumenda eſt differentia vel ſumma Semidiametrorum circuli CD alteriuſque iſtius interioris concentrici; ut dictâ Prop. XLIII. oſtenſum eſt. Ad Loci hujus O Latitudinem inveniendam, (nam Longitudo innoteſcit ex cognita Hora in dato Loco numerata, dum incolæ ad O ſit Meridies) advertatur dari rectam SM, nempe latus in triangulo SNM, item MO, utramque (& proinde utriuſque ſummam vel differentiam SO) in partibus ipſius SZ Semidiametri Diſci Telluris; dabiturque proinde arcus huic in ſuperficie ſuperincumbens, cujus SO eſt ſinus: Sed datur arcus SP Solis à Polo P diſtantia; & proinde innoteſcet PO arcus, hujuſque complementum ad circuli quadrantem Loci O Latitudo quæſita. Q. E. F.

Si punctum O extra Telluris Diſcum KZYX cadit, Problema eſt impoſſibile. Similiter determinabitur Locus ubi Solis in nonageſimo gradu, vel orientis occidentiſve, Defectus eſt datæ magnitudinis, vel ubi ad datum Tempus, in dato Loco numeratum, datis numero Digitis Sol deficit. In poſteriori caſu innumera ſunt Loca, in utroque priori ad ſummum duo, quæ quæſito reſpondeant.

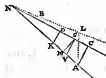
PROPOSITIO XLVIII.

NUm in dati Menſis Novilunio futura ſit Eclipſis Solaris in dato Terræ Loco viſibilis definire; & ſi futura eſt, Tempus maximæ Obſcurationis & Eclipſis Quantitatem determinare.

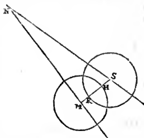
Hactenus

Hactenus Solis Eclipsin consideravimus respectu totius Terræ, (vel potius, proprie loquendo, Telluris Eclipsin,) similiter prorsus atque Lunæ Eclipsin supra: Nunc illam aggredimur considerandam quatenus ex dato superficiei Terræ Loco spectatur. Ex quo *Keplerus* Lunæ Umbram in Terræ Discum exceptam spectandam Astronomis præbuit ex Lunari Cœlo, certatim contenderunt, ut Eclipsin Solis in dato Loco visibilem, omniaque huc attinentia, ex eodem schemate Disci Terrestris, per quem Lunaris Penumbra incedit, deducant. Verum cum istud modo minus geometrico (cuique calculus trigonometricus vix indeficari potest) certe minus naturali procedat, & (fatente ipso D. *De La Hire*, qui hunc adhibet) paulo longior videatur; nos exemplo ipsius *Kepleri* in *Tabb. Rudolphin.* (qui certe inventi sui vires limitesque satis noverat) alteram insistemus viam à *Ptolemæo* in *Almagesti Lib.* VI. & optimo ejus Explicatore *Regiomontano* indicatam, ut illa quoque Lectori innotescat; laudantes interim methodum à Cl. *D. Flamstedio* in *Doctrina* sua *Sphærica* traditam, quâ Eclipsis Solaris, appulsusve Lunæ ad Fixas in dato Loco contingens, graphice & pulchre protrahitur, Locis in altero Telluris Hemisphærio, Soli aut Stellæ obverso, orthographice in circulum ejus maximum projectis.

Designet CN Eclipticam, S Solis, L Lunæ Locum verum Tempore Conjunctionis veræ; inveniantur (per Prop. LXIII. Lib. II.) ad dictum Tempus (licet non summe accuratum) Solis Lunæque Parallaxes Longitudinis & Latitudinis, quibus illorum Loca in Ecliptica distantiæque ab Ecliptica corrigantur: ita nempe ut ex veris præcedentibus, sive è Terræ centro visis Locis, evadant ex dato in superficie Loco visi (qui & simpliciter visi nuncupantur) S & A. Alium à priore non designamus Locum Solis, ne confusio in schemate oriretur, tum quod Solis Parallaxis tam parva est ut in calculo hoc negligi fere possit, tum præcipue quod Parallaxin Lunæ à Sole sumendo (ut in dicta Prop. LXIII. Lib. II. ostensum est) possit Linea NC pro Via Solis visa sive Ecliptica paululum luxata haberi. Locus Lunæ apparens A ad Eclipticam reductus sit c, ejusque Latitudo AC. Ut autem determinetur punctum in quo Lunæ centrum à Solis centro proxime abesse Spectatori proposito videtur, hoc est, quando Obscuratio maxima (si quidem ulla) est futura; investigetur situs Viæ apparentis Lunæ à Sole, ex præcedentibus quærendo rursus, ad tempus parum satis distans ab illo quo Luna in A apparet, Loca Solis & Lunæ dato Spectatori visa, & cogitando Solem ad Locum pristinum S retractum simulque Lunam tantundem. Locus Lunæ sic inventus sit K, & ad Eclipticam reductus faciat illius Longitudinem in D & Latitudinem KD. Datis autem arcubus CA, DK & CD determinabitur (per Lem. Prop. XXXVI) Viæ Lunaris visæ AN situs respectu Eclipticæ; punctum nempe N concursûs cum Ecliptica angulusque ANC. Ex Solis Loco S



in AN demittatur normalis SM, eritque M punctum omnium in AN ipsi S proximum: Ad quod inveniendum advertatur dari in triangulo NSM præter rectum ad M angulum N & hypothenusam NS, utrumque modo inventum, unde innotescent MS & MN; ideoque & MA, cum arcus AN notus sit. Quoniam igitur M est Viæ Lunaris visæ punctum quod à Sole S omnium minime distat; patet si ulla futura est Spectatori proposito Solis Eclipsis, tum certe futuram cum Lunæ centrum videtur in M, tumque etiam maximam Disci Solaris partem à Luna tegendam: patetque quod si supra inventa SM major sit vel æqualis Semidiametris Solis & Lunæ apparentibus SR & MH simul, tum nullam prorsus futuram proposito Spectatori Solis Eclipsin; sin SM quam SR & MH simul fuerit minor, tum aliquam saltem futuram. Sed ad dati Mensis Novilunium inventa est SM, & (in iisdem partibus, nempe partibus circuli) supra determinatæ sunt Solis Lunæque Diametri apparentes; unde definietur num dati Mensis Novilunium futurum sit Eclipticum necne.



Si aliqua futura est, ad ejus Quantitatem determinandam advertatur esse SR & MH simul æquales MS & RH simul: Si ergo à nota summa Semidiametrorum Solis Lunæque auferatur notus arcus SM, relinquetur RH Diametri Solaris pars tecta à Luna tempore Obscurationis maximæ, quæ ad Digitos Digitique partes facile reducitur, cum Solis Diameter integra & pars tecta in iisdem partibus expressæ habeantur.

Observatione autem constat Lunæ Diametrum apparentem minorem esse (vel forte Solis Diametrum majorem) in Solis Eclipsi quam in eadem ab Oculo distantia extra illam, (propter rationem Prop. XIX. Lib. I. indicatam,) atque differentiam esse fere sexagesimam partem Diametri integræ: Hujus ergo Correctionis habenda est ratio in Eclipsis Quantitate Phasibusque definiendis.

Tandem ad determinandum Tempus quo Lunæ centrum in M reperietur, advertatur dari tempus (quippe assumptum) quo Luna motu suo à Sole viso (sive apparente, composito partim ex motu Lunæ vero, partim ex ejus motu apparenti ex Parallaxi orto) Viæ visæ AN partem notam AK, sive potius Eclipticæ arcum notum CD percurrit, darique præterea arcum AM, nimirum arcuum cognitorum AN & MN summam vel differentiam; unde ex analogia dabitur tempus necessarium, ut Luna motu suo à Sole viso percurrat AM: Sed datur Tempus quo Luna in A videtur; ergo & Tempus innotescet quo in M, ubi Solem maxime Spectatori dato tegit, reperietur. Q. E. F.

Ad Tempus inventum, quo Luna in M versatur, quærantur rursus Luminarium Loca, ut omnia recte peracta esse constet, vel ut ulterior Correctio adhibeatur.

SCHO-

Scholium.

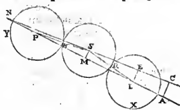
In praxi præcedente ſuppoſuimus Lunæ Motum à Sole in Via viſa AN eſſe æquabilem, quod non eſt verum: Nam licet Motus Lunæ à Sole in Via ſua vera LB toto Eclipſis tempore inſenſibiliter differat ab æquabili, cum tamen in Motu ejus in Via viſa apparenter facto Parallaxis partes ſuas agat, (ut in Parallaxium Definitionibus Prop. XLV. Lib. II. traditis fuſe oſtenſum eſt,) ideo fit ut ab æquabili admodum diſcrepet. Adeoque ad determinationem Viæ viſæ AK aſſumendum eſt tempus poſterius illo quo Luna fuit in A, ſi c ſit poſt s; anterius vero, ſi c ſit ante s in ſerie Signorum, & quidem, quantum conjectare licet, æquale fere illi quod Lunam impendere oportet ut ab A ad M moveatur; quod propemodum æquale erit ei quod requiritur ut Luna Motu ſuo à Sole ſecundum Eclipticam percurrat notum arcum cs; ſolo enim Motu apparenti à Parallaxi orto differunt.

Si ex s ad Eclipticam excitetur perpendicularis sv, Viæ Lunæ viſæ in v occurrens, erit v punctum quod Lunæ centrum tenet Tempore Conjunctionis à Spectatore viſæ. Invenietur autem AV ſic: In triangulo NSV præter rectum NSV dantur latus NS & angulus N; quare notum erit latus NV; & cum notus etiam ſit arcus NA, non ignorabitur VA; ideoque tempus ad hunc percurrendum neceſſarium cognitum erit, ipſumque adeo Conjunctionis viſæ momentum. Quoniam vero puncta M & v parum diſtant, ideo Tempus Conjunctionis viſæ vulgo habetur pro momento maximæ Obſcurationis.

PROPOSITIO XLIX.

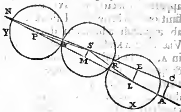
Tempus Initii & Finis Eclipſis Solaris dato Menſe contingentis & in dato Loco viſæ, adeoque Durationem integram determinare.

Cæteris manentibus ponatur Lunam XR, in Via ſua viſa AN procedentem, Solem HR contingere ad R: quæritur Tempus quando hoc accidit. Centra Luminarium S & L arcu circuli maximi SL jungantur. In triangulo SML præter rectum ad M dantur latera SM, SL, illud in Prop. præc. determinatum, hoc Semidiametrorum Luminarium SR, LR aggregatum; innoteſcet igitur ML arcus, per



Motum Lunæ à Sole, ad viſum percurrendus inter Initium Eclipſis & momentum maximæ Obſcurationis (per Prop. præc. cognitum) contingentis cum centrum Lunæ ad M pervenerit: ideoque & huic in Ecliptica reſpondens ab s retrorſum computatus, nempe SE. Ad determinandum tempus ad hoc requiſitum, quærantur ad aſſumptum tempus (Horam binaſve Horas, prout Duratio Eclipſis magna eſt

eſt vel parva, quod ex parvitate aut magnitudine arcûs SM dignoſcitur; atque hic rurſus eo accuratiora fient omnia, quo aſſumptum tempus magis accedit ad Semidurationem Eclipſis) ante cognitum Obſcurationis maximæ momentum Luminarium Loca apparentia, quæ ad Eclipticam reducta (Solis Loco ad S provecto) faciant diſtantiam in Ecliptica computatam CS. Cognito tempore (quippe aſſumpto) quo arcus Eclipticæ notus CS Motu Lunæ à Sole percurritur; innoteſcet & tempus quo alter cognitus ES eodem Motu Lunæ à Sole deſcribitur; hoc eſt, tempus interjectum inter momentum



Obſcurationis maximæ & Eclipſis Initium: Sed illud per Prop. præc. determinatum eſt; igitur & hoc notum erit.

Si Motus Lunæ viſus æquabilis foret, æquali opus eſſet tempore à momento Obſcurationis maximæ ad Eclipſis Finem, quo ab Initio ad dictum momentum, quoniam MP recta æqualis eſt LM, poſitâ Lunâ HY Solem RH in Eclipſis Fine contingere; & Obſcuratio maxima coincideret cum Eclipſi media, ut in Lunæ Eclipſi fit, ubi nulla eſt Parallaxis Lunæ ab Umbra Terreſtri; ſunt enim contiguæ. Verum quoniam ſecus fit, ut in Prop. præc. oſtenſum; ad inveniendum Tempus quando Eclipſis finitur, ſimiles rurſus operationes repetendæ erunt, quærendo quantam Viæ ſuæ portionem Luna conficit in aſſumpto poſt maximam Obſcurationem tempore, & per analogiam inveſtigando quantum temporis requiratur ut arcus PM (ipſi LM prius invento æqualis) Motu viſo Lunæ à Sole peragretur. Hoc enim additum momento Obſcurationis maximæ ſupra invento dabit momentum Finis Eclipſis Solaris in Loco propoſito viſæ: Cognito autem Tempore Initii & Finis, nota fiet Duratio integra. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Dum maxima prædictorum triangulorum pars per Trigonometriam reſolvitur, poterunt illa pro planis haberi: Propter parvitatem enim laterum ſphæricæ ſuperficiei portio ab illis occupata à plano vix differt, ut in caſu ſimili ſuperius eſt dictum ad Prop. XXXVIII. Atque hoc compendium haud contemnendum affert in Eclipſium Solis calculo, ſi quis alius, tædii pleno, propter repetitam Parallaxium inquiſitionem; ſed compendio hoc caute utendum eſt.

COROLLARIUM.

Atque hinc Solaris Eclipſis, reſpectu dati Loci, Typus ſive Schema graphice protrahetur. Cum enim tantilla Cœli pars Solem & hunc ab utroque latere in Initio & Fine Eclipſis contingentem Lunam comprehendens pro plano haberi poſſit, Ecliptica CN una cum Lunæ Via viſa AN, (quæ aliquando propter Parallaxis varietatem ſenſibiliter à circulo maximo rectave aberrabit,) punctiſque

S, M,

S, M, L & P ubi Solis Lunæque centra dictis temporibus versantur, rite protrahentur modo vulgo cognito: Centrisque S & M describendo circulos diametros habentes Luminarium Diametris tunc apparentibus proportionales, ex iisdem partibus desumptas ex quibus Eclipticæ Orbitæque visæ partes prius erant desumptæ, patebit Solis Phasis tempore Obscurationis maximæ. Cumque (per Prop. XXXVI. Lib. II.) detur angulus quem Ecliptica comprehendit cum verticali Solis, ipseque verticalis situs respectu Meridiani; si Schema supra delineatum ad Meridiani planum ipsumque Horizontem debitis angulis modo inventis inclinetur, Schema maximæ Obscurationis perfectum erit. Si porro Viam Lunæ visam referens Linea AN in partes dividatur, quas Luna horis horæque partibus (posito Sole interim immoto) peragrare videtur, & apponantur numeri quibus horæ istæ in Loco dato numerantur, (quod facile fiet, cum Tempora maximæ Obscurationis, Initii & Finis punctis M, L & P adponenda ex præcedentibus innotescant;) Schema omnibus suis numeris absolutum fiet: Phasisque datâ Horâ contingens statim delineabitur, si centro datâ Horâ signato & diametro Lunæ Diametro apparenti æquali describatur circulus; hic enim ex circulo centro S Solem repræsentante abscindet segmentum simile similiterque respectu Eclipticæ positum ei, quod Luna ex Sole dicto tempore tegit.

Quæ ad Eclipsium calculum necessariæ sunt Tabulæ (præter descriptas Propp. XXVI & XXVII.) illarum fundamentum, descriptio & ordo (quatenus nostrum sinit institutum) suis locis habentur; nempe de Luminarium Diametris apparentibus Prop. XXXII, de Inclinatione Viæ Lunæ à Sole ad Eclipticam Schol. Prop. XXXVI, & de Tempore inter Syzygiam veram mediamque Eclipsin Prop. XXXVII.

PROPOSITIO L.

Rationem reddere cur Lunares Tabulæ hactenus conditæ Lunæ Locum in Luminarium Eclipsibus, & generaliter in Syzygiis quibusvis, accuratius ostendant, quam in aliis Aspectibus cum Sole, speciatim in Quadraturis.

Præterquam quod ad Lunationes determinandas Syzygiæ Solis & Lunæ accuratius sunt ab Astronomis observatæ quam aliæ quævis Phases, & speciatim in Luminarium Defectibus Lunæ Locus respectu Solis exactissime sit observatus, & inde Theoria ad Lunæ Loca in istis casibus per calculum exhibenda speciatim condita sit & aptata; Inæqualitates omnes Menstruæ, sive in Syzygiis cum Sole complendæ, Lunæ ejusque Orbitæ Motum afficientes in Syzygiis cessant; in reliquis Aspectibus effectus suos edunt. Sed hæ omnes, (unicâ exceptâ Variatione,) dum Tabulæ Lunares conduntur, ab Artificibus negliguntur, ut Prop. XXIX. ostensum est; unde patet ratio cur Lunæ Locus ex Tabulis hisce depromptus accuratior prodeat in Syzygiis quam in alio quovis Aspectu cum Sole. Omnes autem hæ Inæqualitates majores sunt quo Luna à Syzygiis remotior; hoc est, maximæ cum illa Quadraturas tenet: Lunaris enim Or-

bitæ Apſides, quæ abſolute loquendo progrediuntur, in Lunæ Quadraturis vel regrediuntur vel ſaltem tardius progrediuntur, per Prop. VIII. Similiter Nodi, quorum Motus abſolutus regreſſivus eſt, tardius regrediuntur cum Luna eſt in Solis Quadrato, per Prop. XIV:. Et Orbitæ Lunaris Excentricitas ejuſque Inclinatio ad Eclipticam minores ſunt (per Prop. XII & XV.) cum Luna eſt in Solis Quadrato quam in alio quovis Aſpectu, cæteris paribus; unde Tabulæ Lunares hucuſque conditæ à vero Loco Lunæ in Solis Quadrato ſitæ determinando longiſſime abſunt. Rurſus, cum Diſtantiæ Lunæ à Terra majoris in Quadraturis quam in Syzygiis (de qua Prop. II. ejuſque Corol. actum eſt) nulla in Tabulis habeatur ratio, & hinc pendentes Lunæ Parallaxis & Locus viſus perperam è Tabulis eruuntur.

Porro, cum Inæqualitates Lunæ plurimæ pendeant ab Aſpectu Nodorum Lunaris Orbitæ cum Sole, & licet harum ratio in aliquibus Tabulis hactenus conditis habeatur, tamen id ſummâ exactitudine factum non eſt: Accuratius ergo, etiam ex dictis Tabulis, Lunæ Locus definietur cum Inæqualitates hæ ceſſant: ceſſant autem cum Nodi in Syzygiis verſantur; Nodi enim per Prop. XIV. tum quieſcunt, & Limitum Inclinatio tum maxima eſt per Prop. XV. In Luminarium porro Eclipſibus Nodi in Syzygiis aut prope illas hærent; unde patet ratio cur in hiſce Lunæ Locus accuratior Tabularum ope exeat: Tabularum enim errores in Nodorum regreſſu vario variaque Lunaris Orbis ad Orbem magnum Inclinatione, pro vario Nodorum ad Solem Aſpectu (qui aliquales certe ſunt) in hoc caſu locum non habent. Ceſſant enim Eclipſis tempore cauſæ productrices harum Inæqualitatum minus exacte in Tabulas diſpoſitarum; adeoque & errorum Tabularium effectus in Lunæ Loco ad utramvis Eclipſin (integrove fere Menſe ante & poſt alterutram Eclipſin) perperam definiendo etiam ceſſat. Quoniam igitur in Luminarium Eclipſibus prædictorum utrumque obtinet, Luna nimirum ipſa & Lunaris Orbitæ Nodi in Syzygiis conſtituuntur; Lunæ Locus tunc temporis ex Tabulis depromptus, pauciorum nempe Æquationum indigus quia paucioribus Inæqualitatibus obnoxius, magis accuratus & exactus erit quam in alio quovis vel Lunæ vel Nodorum ſitu & Aſpectu ad Solem, ubi Inæqualitates occurrunt, quarum vel nulla in Tabulis habetur ratio vel non accurata.

SECTIO IX.

De Motibus Satellitum circa alios Primarios præter Terram revolventium.

PROPOSITIO LI.

Manente eâdem Diſtantiâ Planetæ primarii à Sole, ſi plures Secundarii circa Primarium revolvantur in Orbibus excentricis ſimilibus, & ad planum in quo Primarius circa Solem revol-

vitur

vitur æqualiter inclinatis, Errores omnes angulares, in Satellitum motu è Primarii centro spectati & in quavis Satellitum revolutione geniti, sunt directe ut quadrata Temporum periodicorum respective.

Quoniam corporum quorumcunque eadem est Vis acceleratrix versus Solis aut Primarii centrum in iisdem ab illo distantiis, palam est diversorum Secundariorum circa Primarium revolventium eandem esse rationem atque ejusdem Secundarii, cujus Orbita dilatatur & coarctatur quantum diversorum istorum Secundariorum Orbitæ inter se distant. In hoc autem casu patet (ex Prop. XVIII.) dictos Errores angulares, è Primarii centro spectatos & in qualibet revolutione genitos, esse directe ut quadrata Temporum periodicorum. Unde constat propositum. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Cum supradicti Errores integri, in diversis diversarum revolutionum Temporibus geniti, sint ut quadrata dictorum Temporum; qui eodem & determinato Tempore gignuntur, erunt ut ipsa revolutionum Tempora, hoc est, ipsa Tempora periodica; ablatâ nempe utrinque alterâ componentium rationum, nempe ratione simplâ Temporum periodicorum.

Quoniam vero supradictorum Errorum aliqui, Motus nempe Apsidum & Nodorum, nunc in consequentia fiunt nunc in antecedentia; ideo illorum Motus medii, notabili aliquo Tempore in easdem partes facti, in casu præsenti erunt ut ipsa Satellitum Tempora periodica.

PROPOSITIO LII.

SI Primarii duo Planetæ circa Solem in diversis ab illo Distantiis revolvantur, circa Primarium autem quemvis Secundarius unus revolvatur, sintque horum Orbitæ æquales, similes similiterque ad Primariorum suorum Orbes inclinatæ; Solis Vires Satellitum motus perturbantes horumque effectus, omnes sc. Errores angulares, è centris Primariorum suorum respective spectati, sunt reciproce in duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

Quoniam enim quorumcunque Primariorum eadem est Vis acceleratrix versus Solem in eadem Distantia, palam est Secundariorum istorum, circa diversos Primarios in æqualibus Orbitis revolventium, eandem esse rationem atque ejusdem Secundarii revolventis circa Primarium qui in Orbe adeo Excentrico circa Solem revolvitur, ut illius Distantiæ à Sole, in diversis Orbitæ istius punctis, tantum inter se differant atque Primariorum binorum in casu præsenti. In isto autem casu constat (per Prop. XIX.) dictos Errores tam in longum quam in latum, è Primarii centro spectatos, esse inverse ut cubi Distantiarum Primarii à Sole. Et igitur Secundariorum, in Orbibus æqualibus, similibus & similiter inclinatis revolventium circa binos Primarios in diversis Distantiis circa Solem motos,

motos, dicti Errores angulares, è Primarii sui centro respective spectati, sunt inverse ut cubi Distantiarum Primariorum à Sole. Sed per Propp. XL & XLII. Lib. I. quadrata Temporum periodicorum Primariorum circa Solem sunt ut cubi Distantiarum mediarum eorundem à Sole: Et igitur Secundariorum Errores angulares omnes, è Primarii sui centro respective spectati, sunt inverse ut quadrata Temporum periodicorum Primariorum circa Solem. Q. E. D.

PROPOSITIO LIII.

Errores angulares Satellitum, in singulis suis revolutionibus circa Primarios respectivos geniti & ex horum centris spectati, sunt in ratione composita ex directa duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa suos respective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

Nam per Prop. LI. si Distantiæ Primariorum à Sole essent æquales, prædicti Errores forent in directa duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa Primarios suos respective: Et per Prop. LII. si Distantiæ Satellitum à Primariis suis æquales essent, dicti Errores forent in reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem: Et igitur, licet neque Primariorum circa Solem Orbitæ sunt æquales, neque Satellitum circa Primarios; prædictorum Errorum angularium, in singulis Satellitum revolutionibus respectivis genitorum & ex suorum Primariorum centris spectatorum, ratio componitur ex rationibus prædictis; nempe directa duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa suos respective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Simili ratiocinio (ex Prop. LII. & Corol. Prop. LI.) colligitur Motus medios Apsidum & Nodorum duorum Satellitum esse in ratione composita ex directa ratione Temporum periodicorum Satellitum circa suos respective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

PROPOSITIO LIV.

Motus inæquales Satellitum circa alium quemvis Planetam revolventium determinare.

Ex supra determinatis Motibus inæqualibus Lunæ è centro Terræ spectatis alterius cujusvis Satellitis Motus analogi ope præmissorum Theorematum determinantur, si Forma Orbitarum Satellitum & Inclinatio Orbium ad plana, in quibus Primarii respectivi circa Solem feruntur, non multum abludant à Forma Orbitæ Lunaris & Inclinatione plani ejus ad planum Eclipticæ, ut in circum-Jovialibus & circum-Saturniis accidit: Parva autem horum differentia Motus sensibiliter non mutat, ut ad Propp. XI & XIV. adnotatum est.

Sint *ex. gr.* extimi Planetarum circum-Jovialium Motus determinandi: Patet ex Schol. Prop. præc. Nodorum dicti Satellitis Motum medium

medium regressivum esse ad Motum medium Nodorum Lunæ in ratione composita ex ratione Temporis periodici dicti Satellitis circa Jovem ad Tempus periodicum Lunæ circa Terram, & duplicata ratione Temporis periodici Terræ circa Solem ad Tempus periodicum Jovis circa Solem; & proinde dari, cum dicta Tempora periodica observatione nota sint.

Similiterque ex Motu medio Apsidum Lunæ progressivo eruetur Motus medius progressivus Apsidum Satellitis.

Eodem modo ex Prop. præc. Variatio dicti Satellitis est ad Lunæ Variationem supra inventam in ratione composita ex duplicata ratione Temporis periodici istius Satellitis circa Jovem ad Tempus periodicum Lunæ circa Terram, & duplicata ratione Temporis periodici Terræ circa Solem ad Tempus periodicum Jovis circa eundem; hoc est (per dictam Prop. præc.) ut Motus toti Nodorum Temporibus periodicis Satellitis & Lunæ ad invicem.

Et similiter Æquationes maximæ Nodorum & Apsidum Satellitis sunt ad Æquationes maximas Nodorum & Apsidum Lunæ respective, ut Motus Nodorum & Apsidum Satellitis Tempore unius revolutionis Æquationum priorum ad Motus Nodorum & Apsidum Lunæ Tempore unius revolutionis Æquationum posteriorum.

Atque hæc omnia vera sunt similiter de alio quovis Satellite. Verum inventis semel dictis Inæqualitatibus in uno Satellitum, analogæ Inæqualitates in alio quovis circa eundem Primarium revolvente facilius determinantur per Prop. LI ejusque Corol: non opus enim erit adhibere inversam duplicatam rationem Temporis periodici Primarii circa Solem, cum Primarius maneat idem.

PROPOSITIO LV.

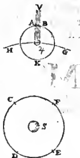
M*otus Apsidum Satellitum circum-Jovialium aut circum-Saturniorum Prop. præc. inventos corrigere.*

Quoniam Lunæ Apsis in Syzygiis cum Sole progreditur, ut & Satellitis etiam Apsis per Prop. XI, sed tardius propter breve periodicum Tempus Telluris circa Solem respectu periodici Temporis Saturni aut Jovis circa eundem; patet Lunæ Apsidem diutius in Solis Syzygia & prope illam hærere quam Satellitis Apsidem, utpote quæ Solem utrâvis Apside celerius in consequentia latum propius assequitur. Et ex altera parte utraque Apsis in Solis Quadrato regreditur, Lunæ autem celerius; ideoque breviore tempore in Solis Quadrato (cui fit obviam) permanet. Cumque ob primam causam breviore tempore progrediatur Satellitis Apsis quam Apsis Lunæ, & ob secundam longiore tempore regrediatur illa quam hæc, & utriusque progressus absolutus oriatur à majore progressu quam regressu; patet hasce duas causas conspirantes Motum Apsidum Satellitis progressivum minuere magis quam pro aliarum causarum ratione. Huic ergo fundamento nixam adhibere oportebit Correctionem Motûs Apsidum supra inventi, dictumque Motum minuere pro causæ hujus permanentia & effectibus in singulis Jovis vel Saturni Satellitibus.

SCHOLIUM.

Determinatis Inæqualitatibus hisce in Motibus Satellitum circa aliquem quemvis Primarium revolventium obtinentibus, facile erit (ad normam præcedentium de Luna) Satellitum horum Loca ad datum Tempus, Immersionem in Primarii sui Umbram, Emersionem ex eadem, Umbræ Satellitis incessum per Primarii Discum aliaque illorum Motum attinentia calculo subducere, prout nempe è proprio Primario spectantur. Et Tabularum pro determinandis eorum Motibus illinc spectatis eadem erit Forma quæ Tabularum Lunarium supra descripta; ex quibus una cum ipsius Primarii Tabulis (Lib. præced. descriptis) Satellitum horum Phænomena prompte invenire licet. Sed quoniam Satellitum Eclipses, dum in Primarii Umbram incurrunt, Phænomena sunt maxime insignia Terricolis observanda; Tabulæ ab Astronomis conduntur ad horum immediatum calculum, quarum fundamentum formaque facilis & simplex præcedentia intelligenti satis patent, exemplisque tantum opus erit ad hæc satis superque illustranda; quæ tamen in Elementis hisce Physicis & Geometricis, non Arithmeticis, locum non habent.

Advertendum est tamen rationem esse habendam diversæ Distantiæ Telluris (Observatoris domicilii) à Phænomenis hisce Immersionis & Emersionis Satellitum Saturni & Jovis: Hujusmodi namque Phænomenon citius videtur cum Terra vicinior est illi, quam cum inde est remotior. Designet S Solem; CDEF Orbem magnum, sive Telluris viam; G♃H viam Jovis; ♃ Jovem Umbram ♃V projicientem; BAK Orbitam Satellitis Jovis. Terricola ad C positus cernat Emersionem Satellitis ex Jovis Umbra ad A; nam ejus Immersionem ad B, si Satelles Jovi propior sit, aut Tellus post Oppositionem aut ante Conjunctionem Jovis & Solis, tum non cernet propter interpositum Jovis corpus: Quod si Spectator ibidem consisteret, post certum tempus similis ejusdem Satellitis Emersio rursus appareret, æqualique rursus tempore elapso alia rursus Emersio, atque ita denuo. Verum procedente Terrâ à C ad D, patet longiori opus esse tempore ut simile spectaculum ad hanc in D appellat; quanto nempe opus est ut Lux (spectaculum quasi vehens) intervallum distantiarum AD, AC sive distantiam CD percurrat. Pari ratione Satellitis Immersio ad B, Telluris incolæ ad E constituto visa, post determinatum tempus rursus videbitur, atque ita porro; sed Tellure spectaculo advenienti quasi obviam factâ, dum ab E ad F movetur, Immersionem dum in F consistit Spectator citius videbit, quam si ad E constitisset. Atque hæc est diversa Telluris Distantia à corporibus quorum Phænomena observantur, cujus habendam esse rationem diximus: propter diversam enim hanc Distantiam citius aut serius videntur ista, præter alias omnes Inæqualitates in ipsorum



corporum

corporum Motu revera contingentes. Et ex citiore & feriore hujusmodi Phænomenon apparentia, ad Terræ in Orbe annuo Motum comparata, viciffim conftat Lucis Motus fucceffivus, ejufque velocitas hinc ex Obfervationibus colligitur.

SECTIO X.

De Motu Satellitum circa propria centra respective.

PROPOSITIO LVI.

Lunæ circa Tellurem delatæ Motum circa proprium centrum defcribere.

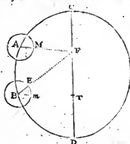
In exemplum Motûs Satellitum circa propria centra adducemus Lunam noftram, cujus Motui aliorum Planetarum Satellitum Motus analogos effe æquum eft credere; nam hofce in adeo immenfa diftantia pofitos minutim obfervare non datur. Lunæ Motus per omnia fimilis eft Motui Terræ circa proprium centrum interea dum hæc circa Solem defertur, præterquam in Axis inclinatione & revolutionis Periodo. Luna enim circa Terram mota etiam movetur circa fuum Axem: Axis hic eft fibi ubique parallelus, ideoque non ad planum Orbis Lunaris normalis, (hoc enim propter Solis perturbantis actionem perpetuo mutatur,) fed ad illud inclinatus, & fitum ad immutatum Eclipticæ planum fere rectum obtinens. Lunæ Motus circa hunc Axem proprium (ficut & Terræ circa fuum reliquorumque Primariorum circa fuos, ut Prop. XXX. Lib. I. oftenfum eft) uniformis & æquabilis eft, eodem tenore perpetuo conftans; ejufque Periodus eadem eft cum Menfe periodico, contra quam in Terra reliquifque Primariis circa Solem delatis obtinet, quorum quivis plures circa Axem revolutiones perficit, dum Orbitam fuam femel peragrat.

PROPOSITIO LVII.

Ejufdem Meridiani Lunaris (five circuli per Axem converfionis Lunæ) planum productum per Orbitæ Ellipticæ (quam circa Terram defcribit) umbilicum à Terræ centro diverfum perpetuo tranfit quamproxime.

Sit ABDC Ellipfis, cujus peripheriam Luna circa Terram mota defcribit: In hujus Ellipfis foco altero T Tellus locatur, ad quem ductus radius (quem alibi fupra Vectorem diximus) areas Ellipticas temporibus quibus defcribuntur proportionales defcribit. Et per Prop. V. Lib. III. ductis à duobus quibufvis in Ellipfi punctis ad alterum Ellipfis focum F (à centro Terræ T diverfum) rectis AF, BF, eft quamproxime angulus AFB ad quatuor rectos ficut Tempus quo arcus AB à Luna percurritur ad integrum Tempus Lunæ periodicum. Si AM referat Meridiani Lunaris planum, quod (Lunæ centro ubivis *ex. gr.* in A exiftente) productum per F tranfit; dico idem planum pariter productum per F tranfire, in quocunque Or-

bitæ Ellipticæ puncto reperiatur Luna. Quoniam enim rotatio Lunæ circa proprium Axem uniformis est, & eandem habet Periodum quam Luna circa Terram; patet Meridiani planum quod in situ Lunæ A erat AM, cum Lunæ centrum ad aliud quodvis punctum ad libitum assumptum (ut B) pervenit, situm talem BE obtinere, ut positâ B*m* parallelâ ad AM, angulus *m*BE sit ad quatuor rectos sicut Tempus quo Luna per arcum AB defertur ad integrum Tempus periodicum Lunæ: adeoque (per *Prop.* XI. *El.* V.) *m*BE est ad quatuor rectos sicut AFB ad quatuor rectos; unde (per *Prop.* IX. *El.* V.) *m*BE angulus æqualis est AFB. Cumque AF & B*m* sint parallelæ, erit BE in directum ipsi BF; hoc est, in situ Lunæ B ad libitum assumpto ejusdem Meridiani planum, quod in priori situ A productum per F transibat, productum etiamnum transit per F. In quocunque igitur Orbitæ puncto centrum Lunæ reperiatur, ejusdem Meridiani planum productum transit per F umbilicum à Terræ centro diversum. Q. E. D.



PROPOSITIO LVIII.

Motus in Lunæ Facie ex Terra apparentes, ex Lunæ Motu circa proprium centrum oriundos, describere.

Primo patet eandem fere Lunæ Faciem semper ad Terram converti, easdemque fere Lunares Maculas ab Observatore Terrestri spectari. Cum enim ejusdem Meridiani planum productum per alterum Orbitæ Lunaris focum F transeat, & Lunaris Orbita non sit valde excentrica, hoc est, F à T non multum distet, sive angulus FBT (cum maximus) non sit nimis magnus; patet eandem quam proxime Lunæ Faciem ad Terram converti.

Si vero accuratius inspectis Maculis Lunaribus Lunæ Facies Terræ obversa exactius consideretur, quod, Telescopii ope delineatâ illius figurâ, tandem fiet; patebit non præcise eandem à nobis videri. Et quidem cum ejusdem Meridiani planum AM non ad Terram T, sed ad alterum focum F dirigatur; constat Lunæ ad A existentis Hemisphærium è Tellure in T visum aliquantulum diversum esse ab illo, quod exinde videtur cum Luna ad B pervenerit, parte Hemisphærii Lunaris versus plagam D illic ab oculo in T tectâ quæ hic detegitur, parteque Hemisphærii alterius versus C hic ex visu sublatâ quæ illic apparuit. Atque Motus hic Lunæ è Terra apparens, quo quædam ipsius Maculæ in partem à Terra aversam se recipiunt dum aliæ ex parte aversa in visum Hemisphærium prodeunt, *Libratio Lunæ* apto satis vocabulo vocatur; & quidem quæ ob causam modo explicatam contingit, *Libratio in Longitudinem* dicitur, sc. à Lunæ Motu in longum sive secundum Zodiacum orta. Libratio hæc bis in quovis Mense periodico restituitur; quando nempe Luna in Apogæo

gæo C aut Perigæo D versatur: in utroque enim casu ejusdem Meridiani planum, quod protensum in F incidit, incidit etiam in T. Atque Libratio hæc ab Inæqualitatibus omnibus Motûs in longum afficitur, & inter reliquas ab illa qua Luna in Quadraturis cum Sole à Terra removetur, de qua dictum est Corol. Prop. II.

Porro, quoniam Axis super quem Luna in se convertitur non est ad Orbem Lunæ circa Terram descriptum perpendicularis, sed ad illum inclinatus; patet nunc hunc nunc illum Lunæ Polum ad Terram annuere, (similiter prorsus & propter similem causam atque Telluris Polus nunc hic nunc ille ad Solem annuit,) adeoque Lunæ Maculas nunc huic nunc illi Polo vicinas ex Terra spectari, hoc est, aliam Lunæ Librationem ex Tellure videri; quæ, cum à situ Lunæ respectu Nodorum Orbitæ suæ cum Ecliptica pendeat, (nam Axis ejus, ut supra dictum, est fere ad planum Eclipticæ normalis,) *Libratio in Latum* jure vocatur. Absolvitur & hæc spatio Mensis periodici, sive potius redeunte Lunâ ad similem respectu Nodorum situm.

Rursus, est & tertia Librationis Lunæ species, quâ fit ut licet alia ejus pars Terræ non obvertatur quam quæ ex duabus causis præcedentibus (Libratione nimirum in longum & in latum) obverti debet, tamen aliam à Sole illuminari contingit. Cum enim Axis Lunæ sit ad Eclipticæ planum proxime normalis, cum Luna ab Ecliptica versus Austrum recedit maxime (hoc est, cum in Limite Australi invenitur) Lunæ Polus boreus & etiam aliquæ ultra Polum Lunaris Globi partes à Sole illustrantur, dum interim ejusdem Polus australis aliquæque citra hunc regiones Lunares in tenebris versantur; in hoc igitur casu si contingat Solem in eadem plaga cum Lunæ Limite australi versari, Luna à Conjunctione cum Sole ad Nodum ascendentem procedens videbitur paulatim suas regiones Maculasve Polo suo boreo vicinas in Hemisphærium non illuminatum subducere, dum interim ab opposita plaga aliæ cum Polo australi ex tenebris in lucem prodeunt: contrariumque fiet semestri post, descendente Lunâ Novâ à Limite boreali; borealiores nempe Lunæ partes paulatim in lucem è tenebris prorepent, dum australiores in tenebris se abscondunt. Librationem hanc, sive potius prioris Librationis in latum effectus hosce, à luce Solis, adeoque Mense Synodico, pendere palam est.

SCHOLIUM.

Ex Propositione hac apparet, quam multiplicem Lunaris Globi Librationem è Tellure spectatam simplicissimus ejus motus circa proprium Axem Prop. LVI. descriptus producat: Præcedentes enim Librationis species, pro vario Lunarium Apsidum, Nodorum & Solis inter se situ (ex quibus pendent) varie mixtæ & combinatæ, intricatissimam istam Librationem Lunæ ab Astronomis observatam componunt.

Atque hæc omnia similiter in Jovis & Saturni Satellitibus obtinere admodum est probabile, si quidem eodem prorsus modo

Primarios hosce Planetas circumeunt simulque cum illis circa Solem feruntur, perinde ac cum Tellure Luna; & quod evidentissimum istud Lunæ Phænomenon ab omni ævo observatum & celebratum, (de quo Prop. præc. initio dictum,) quod nempe eandem perpetuo Faciem ad Terram obversam tenet, Jovialibus istis & Saturniis etiam conveniat. Observatum enim est Comitum Saturniorum extimum tum solum conspici, cum Planetæ huic ad Occidentem positus est; ab Oriente vero semper eum latere: verisimile est id inde evenire quod magnâ sui parte obscuriorem (hoc est, radios Solares undiquaque copiose satis non reflectentem) superficiem habeat Satelles hic, sicut & nostræ Lunæ in planitiebus quibusdam satis amplis contingit; quæ pars obscurior, cum ad nos conversa est, cerni nequeat præ luminis reflexi tenuitate. Cumque in Orbitæ suæ latere quod Orientem spectat, obscurata reperiatur Luna hæc Saturnia, in altero nunquam; manifestum est indicium eandem Lunæ istius Faciem semper Saturnum respicere, quoniam ex eo illud contingere necesse est, ut cuivis patet. Quis jam dubitet, cum & illius omnium remotissimæ & nostræ Lunæ Facies semper eadem Primario suo obvertatur, quin idem in cæteris quæ circa Jovem ac Saturnum revolvuntur etiam obtineat, licet Observationes manifestæ illud non evincunt?

SECTIO XI.

De Magnitudine & Densitate Satellitum.

In investiganda Satellitum Magnitudine supponemus & illos, suorum Primariorum (circa quos revolvuntur) reliquorumque magnorum Mundi corporum instar, sphæricam (ex partium Gravitate versus totum totiusve centrum) ab initio, dum eorum materia fluida esset, induisse Figuram. Hoc in Luna Telluris nostræ Satellite ex menstruis Phasibus, Eclipsibus aliisque omnibus quæ excogitari possunt argumentis abunde patet, ut apud Physicæ & Astronomiæ Scriptores videre est: Hoc in aliis, Jovis nempe & Saturni Comitibus, etiam apparet; quamcunque enim Faciem Observatori Terrestri obvertunt (obvertunt vero omnes) Disco circulari perpetuo videntur, quod nulli Figuræ præter sphæricam contingere potest.

Licet Planetarum Figura sphærica sit, si integrum aliquem spectes Planetam, hoc non impedit quin inæqualitates aliquæ (eæque, si cum rebus nostris comparentur, satis magnæ) in illorum superficiebus reperiantur, ex causis particularibus prope eorum superficies in partes jam induratas & solidas vires suas exerentibus ortæ; quales & in Terra nostra reperiuntur & in Luna, sed quæ ipsorum Globorum respectu pro nullis merito habentur, eorumque rotunditati non officiunt.

In investiganda Satellitum Magnitudine & Densitate, Lunæ nostræ exemplum adducemus, ad cujus normam in reliquis procedere licebit. PRO-

PROPOSITIO LIX.

L*Unæ Magnitudinem definire.*

Quoniam Lunæ Diſtantia angulusque ſub quo apparet ex præcedentibus cognita habentur, hoc eſt (referente ABC Lunam, cujus centrum L, & O oculum) recta OL & angulus AOB, hujusque proinde ſemiſſis AOL; in triangulo LAO rectangulo ad A invenietur LA Lunæ Semidiameter: vel brevius ſic: Diameter Lunæ eſt ad Diametrum Terræ ut Semidiameter Lunæ apparens cognita ad notam Lunæ Parallaxin horizontalem, uti patet. Luna autem ipſa eſt ad Terram (per *Prop.* XVIII. *El.* XII.) in triplicata ratione ſuæ Diametri ad Diametrum Terræ, ac proinde definitur. Q. E. F.

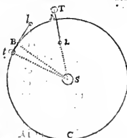


Satellitum Jovialium & Saturniorum Magnitudo ſimiliter definietur ex cognitis Diſtantia & angulo quem quiſque ſubtendit.

PROPOSITIO LX.

Q*Uantitatem materiæ in Luna definire reſpectu Quantitatis materiæ in Terra.*

Deſignet S Solem; ABC Orbem magnum, in cujus circumferentia commune centrum gravitatis Telluris T & Lunæ L circumfertur, ſicut Lib. I. explicatum eſt. Sit A centrum iſtud noto Tempore Novilunii cujuſdam; B idem illud centrum prope notum Tempus Quadraturæ *ex: gr.* inſequentis: Atque ex datis duobus hiſce Temporibus dabuntur (per Prop. XVIII. Lib. III.) Solis Loca ex punctis A & B viſa: commune enim illud Terræ & Lunæ gravitatis centrum (per Prop. LXIII. Lib. I.) ita Orbem magnum peragrat, ut areæ per radios ad Solem ductos abſciſſæ ſint temporibus proportionales. Obſerventur Loca Solis & Lunæ è Tellure in *t* viſa. Noti ergo ſunt anguli B*t*S, AS*t*: ſed prius innotuit ASB; ergo non latebit BS*t*. In triangulo igitur BS*t* datis angulis B*t*S, BS*t* & latere SB (Orbis magni lineâ ex Sole ductâ & poſitione datâ, in Terræ Diametris ex Solis Theoria & Parallaxi cognitâ) innoteſcet & *t*B latus in iiſdem notis menſuris: Sed ex Lunæ Theoria nota eſt *tl* Diſtantia Lunæ à Terra; nota ergo eſt (per I. *Dat.*) ratio inter *tl* & *t*B, adeoque & inter B*t*, B*l*. Porro, ex *Mechanicis* notiſſimum eſt eandem eſſe rationem gravitatis Lunæ verſus longinquum Solem ad gravitatem Terræ verſus eundem, hoc eſt (per Corol. Prop. XLVII. Lib. I.) Quantitatis materiæ in Luna ad Quantitatem materiæ in Terra, atque rectæ B*t* ad B*l* rectam; definita ergo eſt ratio Quantitatis materiæ in Luna ad Quantitatem materiæ in Terra. Q. E. F.



Temporum ad hanc Observationem instituendam alterum in Solis & Lunæ Syzygia, alterum prope Quadraturam eligitur, ut angulus BS*t* major fiat.

Idem similiter & ex iisdem principiis colligitur ex diversa Semidiametro apparente Solis in Novilunio & Plenilunio; illa enim (cæteris paribus) in Novilunio minor est, in Plenilunio major.

SCHOLIUM.

Inæqualitas prædicta in Motu Terræ, exinde orta quod non ipsa Tellus sed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ in Orbe magno feratur areasque ad Solem describat temporibus proportionales, sese etiam in Planetarum locis observandis ostendit. Est quippe menstrua hæc Parallaxis Martis Achronychii duplo, & Veneris Soli conjunctæ & retrogradæ triplo major quam Solis, (cum in isto casu ille duplo, hæc triplo minus à Terra absit quam Sol;) in cæteris insensibilis fere. Similis quoque inæqualitas in Saturni Jovisque (quos Satellites circumeunt) motibus obtinebit, præsertim cum omnes aut plerique Satellites ab una Primarii parte versantur: sed Primarii isti respectu suorum Satellitum tam ingentes sunt, ut Inæqualitas ista fiat minus sensibilis.

PROPOSITIO LXI.

R*ationem Densitatis Lunæ ad Densitatem Telluris definire.*

Prop. XLIX. Lib. III. universaliter demonstratum est, quod ratio Densitatis duorum corporum componatur ex directa ratione Quantitatis materiæ in illis & inversa ratione Magnitudinis eorundem; hoc est (in casu præsenti) quod Densitas Lunæ est ad Densitatem Terræ in ratione composita ex ratione Quantitatis materiæ in Luna ad Quantitatem materiæ in Terra & ratione Magnitudinis Terræ ad Magnitudinem Lunæ: Sed per Propp. LIX & LX. dantur binæ rationes componentes; ergo datur ratio ex iis composita, nempe Densitatis Lunæ ad Densitatem Terræ. Q. E. F.

PROPOSITIO LXII.

D*efinire rationem Gravitatis acceleratricis versus Lunam in ejus superficie ad Gravitatem acceleratricem versus Terram in superficie hujus.*

Ex supra ostensis patet, in paribus distantiis à centris corporum utcunque inæqualium, modo extra illa, Gravitates acceleratrices esse ut Quantitates materiæ in dictis corporibus; & in distantiis inæqualibus à centris corporum æqualium Gravitates acceleratrices esse inverse ut quadrata dictarum distantiarum: Et igitur, licet neque distantiæ neque ipsa corpora æquantur, ratio Gravitatum acceleratricium versus illa componitur ex ratione directa ipsorum corporum versus quæ gravia tendunt & ratione inversa quadratorum distantiarum ab illorum centris; hoc est (in casu præsenti)

Gravitas

Gravitas acceleratrix verſus Lunam in ejus ſuperficie eſt ad Gravitatem acceleratricem verſus Terram in ſuperficie hujus in ratione compoſita ex ratione Maſſæ Lunæ ad Maſſam Terræ & ratione duplicata Semidiametri Terræ ad Semidiametrum Lunæ, (nam diſtantiæ ſuperficierum à centris ſunt ſphærarum Semidiametri:) datur autem rationum componentium prior per Prop. LX. & poſterior per Prop. LIX; & igitur non latebit ratio compoſita, nempe ratio Gravitatis acceleratricis in ſuperficie Lunæ ad Gravitatem acceleratricem in ſuperficie Terræ.

Similibus Obſervationibus eâdemque ratiocinatione Satellitum Jovialium & Saturniorum Maſſæ & Denſitates reſpectu ſuorum Primariorum definientur: cumque horum Maſſæ & Denſitates reſpectu harum qualitatum in Tellure Propp. XLVIII & XLIX. Lib. III. definiantur; definitæ habentur Maſſa, Denſitas Gravitaſque acceleratrix ad ſuperficies Planetarum Syſtemate Solari contentorum.

SECTIO XII.

De Figura Satellitum & Primariorum ex mutua Gravitate oriunda.

Licet montes valleſque Terreſtres, & eminentiæ cavitateſque Lunares (quas evincunt illarum Umbræ pro diverſo Solis ſitu in has projici viſæ) corporum horum rotunditatem non tollant, ut ſuperius eſt dictum; quædam tamen univerſales ſunt à figura ſphærica deviationes non diſſimulandæ: *ex. gr.* illa in ſphæroidem prolatam, quam corporibus quibuſvis fluidis circa proprios axes rotatis competere oſtenſum eſt Prop. XXXI. Lib. I. Verum ob rotationis tarditatem in Globo Lunari, quippe quæ non niſi Menſe periodico abſolvitur, deviatio à figura ſphærica illinc orta inſenſibilis admodum erit, ſi cum ſimili deviatione in Terra comparetur, ut oſtendetur Prop. inſequente.

Propter aliam rationem Luna figuram ſphæroidem oblongam induit, cujus axis productus per Terræ centrum tranſit. Cumque hujuſce figuræ inſignes ſint cauſæ nec minores effectus, illam altius repetere æquum erit; præſertim cum eàdem operâ explicandum ſit Phænomenon Æſtûs Maris, quod inter ea quæ in Tellure contingunt celebratiſſimum eſt originiſque (ut oſtendetur) Cœleſtis.

PROPOSITIO LXIII.

F*iguram Sphæroidem prolatam Lunæ definire.*

Problema hoc eodem modo ſolvitur quo Prop. LIII. Lib. III, ubi aliorum Planetarum figura determinatur: Habetur enim ratio inter Diametros Lunæ & Terræ per Prop. LIX, item ratio Temporum revolutionis Lunæ & Terræ circa proprios Axes per Prop. LVI; habetur igitur (per Prop. XXVI. Lib. I.) ratio Vis centrifugæ in Æ-

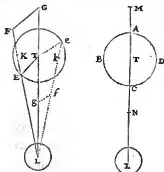
quatore Lunæ ad consimilem Vim in Æquatore Terræ: Sed datur (per Prop. LII. Lib. III.) ratio inter Vim centrifugam in Æquatore Terræ & Gravitatem in Terræ superficie, & ex Prop. LXII. datur ratio Gravitatis in Terræ superficie ad Gravitatem in superficie Lunæ; & igitur data erit ratio ex tribus hisce composita, nempe ratio Vis centrifugæ in Æquatore Lunæ ad Gravitatem versus Lunæ centrum quæ in ejus superficie obtinet, quæ (in dicta Prop. LII. Lib. III.) ostensa est eadem cum ratione excessûs Diametri Lunæ secundum ejus Æquatorem ad Lunæ Axem. Ideoque (per 6. *Dat.*) dabitur ratio inter Lunæ Axem & ejus Diametrum quamvis Axi normalem; hoc est, inter axes Ellipsis cujus rotatione circa axem minorem fit Sphærois prolata Lunæ similis.

Ratio prædicta rationem æqualitatis adeo appropinquat, ut Lunæ Figura sphæroides prolata, hinc oriunda, parum admodum differat à sphærica.

PROPOSITIO LXIV.

Si Telluris Globus ubique profundo Mari opertus esset, indueret hic Figuram sphæroidem oblongam fere, cujus axis productus per Lunam transiret.

Designet circulus centro T Tellurem, circulus centro L Lunam: Patet, quod si nulla esset actio Lunæ nec alterius cujusvis extranei corporis in Tellurem, hanc cum undique fluido operta sit sphæricam esse, nisi quatenus ab hac deviat propter rationes Prop. XXXI. Lib. I. indicatas, de qua deviatione hic non agitur. Verum, quoniam Telluris partes singulæ graves sunt in Lunam, & gravitas versus Lunam (sicut versus corpus aliud quodvis) est reciproce ut quadratum distantiæ ab illius centro; si (ut in Prop. LX. Lib. I. & Prop. I. Lib. IV. fuse explicatum est) recta LT exponat Gravitatem acceleratricem corporis in Terræ centro locati versus Lunam, fitque (in fig. I.) E quælibet Fluidi marini particula, si porro in recta LE (eave producta) sumatur LK æqualis LT, & LF quæ sit ad LK in duplicata ratione LK ad LE; exponet LF Gravitatem corporis ad E locati versus L, quæ (ut vulgo notum) dividitur in Vires ut FG & GL & cum iis directionibus: Si autem à Vi illa qua corpus ad E positum urgetur, quæ est ut GL, auferatur Vis ut TL quâ Terræ centrum unaque integra Tellus versus Lunam urgetur; relinquentur Vires ut FG & GT & cum directionibus FG & GT, quibus corpus ad E positum urgetur, præter Vim propriæ Gravitatis quâ E versus Terræ centrum tendit.



In

In fig. 2. reliquis manentibus sit c punctum Telluris cui Luna est in Zenith, & A cujus Nadir Luna tenet, B & D puncta circumcirca (sive potius circulus) quibus Luna est in Horizonte. Liquet quod punctum G maxime distat à T cum punctum E est aut in c aut in A; in priori casu G migret in M, in posteriori in N. Cum vero punctum E invenitur in circulo BD, punctum G coincidit fere cum T, nullaque in fluidi partibus in dicto circulo BD versantibus relinquitur Vis præter illam Gravitatis propriæ & alteram illam ut FG cum directione FG; ipsa vero FG in hoc casu fit BT aut DT, puncto F cum K coincidente. Particulæ igitur fluidi ad c & A, cum præter Gravitatem propriam versus centrum T urgeantur, illæ quidem Vi ut MT cum directione ab M versus T, hoc est, à c versus L; hæ vero Vi ut NT cum directione ab N versus T, hoc est, ab A versus M; non erunt tam graves versus centrum T atque si Vis à Luna orta abesset: Sed particulæ ad c versus Lunam attrahuntur magis quam Terra integra quæ in centro T locata intelligitur; & particulæ ad A versus Lunam attrahuntur minus quam Terra integra in T, & proinde post Terram quasi relictæ similiter afficiuntur atque si ad partes contrarias versus M traherentur: particulæ vero in circulo BD, cujus incolis Luna Horizontem tenet, graviores sunt versus T; nam præter Gravitatem propriam alia ut BT vel DT à Vi Lunæ oriunda superadditur cum directione à B vel D versus T. In locis inter A vel c & B vel D intermediis particulæ conditionibus utrisque præditæ sunt, quarum hæc vel illa prævalet prout his vel illis sunt viciniores; nempe quo propiores sunt fluidi Terrestris partes punctis c & A eo minus graves sunt, actione nempe Lunæ (sc. Vi ut GT) Vim propriæ Gravitatis versus T minuente, & quo propiores sunt punctis B & D eo graviores sunt, eâdem actione Lunari Gravitatem propriam in hoc casu augente per Vim ut FG. Cum vero Globus ABCD fluido satis profundo undique opertus ponatur, hoc est, cujus particulæ aliæ aliis facile cedunt, & motum quæque proprium libere peragit; patet fluidum ad A & c positum à fluido in B & D extrudendum, levius à graviore, uti per Hydrostaticæ leges oportet. Exstabit igitur fluidum ad A & c & prope illa sive attolletur & subsidebit in BD circulo & prope hunc, donec illius major moles & altitudo ab hujus majore Gravitate compensatæ æquilibrium efficiant; formabiturque Tellus, fluido undique satis profundo operta, in Figuram sphæroidem oblongam quasi, cujus axis est AC recta quæ producta per Lunam transit. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Ob eandem rationem Fluidum Terrestre Figuram induet sphæroidem fere oblongam, cujus axis productus per Solem transit: Nam si in præcedente ratiocinatione corpus L non Lunam sed Solem designet, patet propositum. At sphæroidis hujus axis non tantum excedit diametros illi normales, quam in illa quam Luna producit. Quoniam enim Fluidi elevatio ad c sub Luna L exinde provenit, quod hoc gravius sit versus Lunam quam ipsa Tellus quæ ad T

consistere

consistere censetur, quippe vicinius; ejus vero elevatio in puncto A exinde, quod Terra ad T gravior sit ad Lunam quam Fluidum ad A, utpote vicinior; adeo ut Fluidum ad C à Luna prolectatum (ut *Kepleri* verbo utar) Tellurem post se relinquat, Fluidum vero ad A à Terra quasi relinquatur: si hoc à Solis actione proveniat, effectus non erunt adeo sensibiles, quia Terræ Semidiameter TC vel TA evanescit fere respectu Distantiæ immensæ inter Terram & Solem, quæ respectu Distantiæ inter Terram & Lunam (quæ triginta Diametros Terrestres vix excedit) satis sit sensibilis; & ideo fluidi ad C gravitas insensibiliter major versus Solem quam ad T, & ad A positi insensibiliter quam ad T minor; unde Figura sphæroides hinc facta parum supra ipsam sphæram elevabitur ad vertices C & A, parumque in circulo BD infra eandem deprimetur. Aliqua tamen erit hæc Fluidi Terrestris elevatio in C & A depressioque in BD circulo, propter immensas immensi corporis Solaris etiam longissime distantis vires.

PROPOSITIO LXV.

Maris Fluxus & Refluxus fit ex Fluidi Telluris Globum operientis Figuris sphæroidibus oblongis, quarum axes producti per Lunam & Solem transeunt.

Primus (quod sciam) Æstûs Maris veram hanc causam attigit *Jo. Keplerus*, qui illam pluribus explicat in *Introductione ad Physicam Cœlestem commentariis de Motibus Stellæ Martis traditam*, ubi postquam cujusvis corporis Gravitatem in quodvis universaliter ostendit, sic scribit: *Orbis virtutis tractoriæ, quæ est in Luna, porrigitur usque ad Terras, & prolectat aquas sub Zonam Torridam, quippe in occursum suum quacunque in verticem loci incidit, insensibiliter in maribus inclusis, sensibiliter ubi sunt latissimi alvei Oceani, aquisque spaciosa reciprocationis libertas*; & in *Astr. Lun. Pag.* 70. sic: *At æstuum maris causæ videntur esse corpora Solis & Lunæ trahentia aquas maris.* Illam postea excepit & incrementis immensis ditatam suam jure fecit summus Philosophus D. *Is. Newton*, qui aquas Maris intumescere ostendit & sub Luna & loco huic opposito: *Keplerus* enim credebat quod *Impetus* præsente Lunâ *factus gignit per absentiam Lunæ, impetum alium*; *donec Luna rediens, fræna impetûs hujus recipiat, moderetur que, & una cum suo motu circumagat.* Sphæroides igitur hæc figura, quâ ultra sphæram (duorum montium instar & sub Luna & in loco huic opposito) exstat, una cum Luna (quam sequitur) motu diurno circumacta, (sive potius, secundum rei veritatem, Tellus in Orientem rotata subducens se hisce eminentiis aquarum, quæ sub Luna motu proprio lente in Orientem lata immotæ quasi consistunt,) aquam in suo itinere bis intumescere facit totiesque detumescere spatio 25 horarum, quo Luna à cujusvis Loci Meridiano digressa ad eundem redit.

Quoniam vero (per Schol. Prop. præc.) Fluidum Terrestre tumet etiam

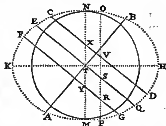
etiam in Locis quibus Sol in Zenith aut Nadir reperitur, licet multo minus quam ubi Luna similiter locatur; in Luminarium Conjunctione & Oppositione conjungentur etiam prædictæ aquarum eminentiæ, fietque elevatio omnium maxima, maximaque etiam depressio, cum Luminaria Horizontem simul attingunt, quia aqua per utriusque Vim tunc elevatur, nunc deprimitur. In Luminarium Quadraturis Sol attollit aquam ubi Luna deprimit, deprimitque ubi Luna attollit; & ex Virium differentia aquarum elevatio omnium minima oritur, minimaque etiam depressio. Inter Luminarium Syzygias & Quadraturas effectus producuntur inter prædictos intermedii, ut æquum est.

Si Luna in Æquinoctiali circulo versetur, aquarum eminentiæ binæ oppositæ Æquatorem Terrestrem tenebunt, & utraque maximum illum Telluris circulum motu suo describens magis agitabitur, & proinde ad littora appellens altius elevabitur ad illa; præterquam quod, Æquatoris Terrestris diametro majore existente quam recta quævis alia per Terræ centrum traducta & utrinque ad ejus superficiem terminata, aqua per Luminarium Vires (cæteris paribus) in illo ad majorem altitudinem elevabitur quam alibi. Et igitur cum Luminaria duo, in Æquatore conjuncta aut opposita, Vires suas ad Mare in Æquatore Terrestri elevandum jungunt, quod fit in Syzygiis Æquinoctio proximis, hoc est, Mense *Martio* & *Septembri* contingentibus; Æstus tum producti erunt omnium maximi & agitatissimi, Æstusque, qui dictis Mensibus in Luminarium Quadraturis contingunt, erunt omnium minimi minimeque agitati; effectus quippe differentiæ Virium Lunæ ab Æquatore maxime declinantis (nempe quæ Soli in Æquatore posito est in aspectu Quadrato, ac proinde in Solstitialibus Zodiaci punctis) & proinde Æstum minimum minimeque agitatum producentis, & Solis non declinantis Æstumque adeo maximum maximeque agitatum causantis; cujus contrarium accidit circa Solstitia, cum Æstus minimi in Luminarium Syzygiis contingunt (minimi inquam illorum qui in Syzygiis contingunt) maximique (eodem sensu) in eorum Quadraturis.

Rursus, Æstus (cæteris paribus) maximi sunt dum Luminaria sunt in Perigæo, minimi dum in Apogæo; cumque istud Lunæ accidat quovis Lunationis tempore, Soli autem Hyeme tantum, hoc prioribus junctum efficit ut Æstus maximi in Syzygiis & minimi in proximis Quadraturis præcedant Æquinoctium vernum & sequantur Æquinoctium autumnale.

Hucusque Æstuum proprietates consideravimus quatenus universum Telluris globum afficiunt: restat nunc ut eas consideremus quæ à diversarum habitationum Latitudine diversa procedunt. In quem finem referat BEKAQH Tellurem, cujus centrum T, Poli A & B, hic borealis ille australis, EQ Æquator, & huic paralleli duo circuli CD, FG, quorum hic versus Boream sit, ille versus Austrum. Fluidum Telluri circumfusum ad præsentiam Lunæ se disponat

in sphæroidem figuram oblongam, cujus axis KH productus ad partes H per Lunam transeat, ut Prop. præc. ostensum est; erit recta TH vel TK maxima aquæ Altitudo (computando à centro) & TM vel TN minima, eadem nempe cum Altitudine aquæ in quovis circuli NM puncto, *v. g.* X vel Y, ubi parallelis CD & FG occurrit. Rectæ TC, TF, TD & TG aquæ Altitudinem in respectivis punctis C, F, D & G designabunt; ductoque PO circulo ad circulum NM parallelo, erit recta TO æqualis Altitudini aquæ in punctis O, V, S, R & P, ubi dictus circulus PO cum Æquatore & parallelis respectivis concurrit. Hisce positis, consideremus Locum motu diurno parallelum CD describentem: patet, cum Locus hic in D versatur, Altitudinem Maris TD esse maximam, hoc est, Æstum esse cum Luna L Meridianum tenet; postea vero Altitudinem aquæ ibi esse minimam, cum dictus Locus revolvendo ad punctum X pervenit, uti prius est ostensum; rursusque Æstum esse cum Locus ad C appellit. Sed quia TD major est quam TC (nempe longissimæ TH propior) erit in casu præsenti, cum Luna ad Polum elevatum declinat, Altitudo Maris major cum Luna est in Meridiano supra Horizontem quam cum Luna Meridianum infra eundem tenet. Similiter TG minor est quam TF, quippe minimæ TM propior; hoc est, in Loco parallelum FG motu diurno describente Altitudo aquæ maxima, contingens dum Luna versus Polum depressum A declinans Meridianum supra Horizontem tenet, minor est quam ejus Altitudo maxima, quæ fit dum Luna ad Meridiani alteram medietatem pertingit.



Porro, Æstûs prædicti alternis vicibus majoris & minoris (in Loco quovis extra Æquatorem posito, prout Luna ad Meridiani partem conspicuam aut latentem appellit) differentia major erit, si cum causis quibusdam prius explicatis similemque effectum sortientibus conjungantur, *ex. gr.* Solstitiorum tempore; tunc enim in Syzygiis utrumque Luminare ab Æquatore maxime declinat, à qua Declinatione Æstuum alternationem pendere ostensum est. Atque effectus adhuc augebitur, si Orbitæ Lunaris Nodus ascendens Æquinoctium vernum etiam occupat; tunc enim Luna Soli conjuncta, ultra Declinationem Solis Declinationi maximæ æqualem, Latitudinis maximæ (in Limite nempe) quantitate magis adhuc in Boream aut Austrum declinat.

Hæc omnia ita se haberent, si globus Telluris undique aquâ satis profundâ tegatur: Verum propter Insulas tam majores quam minores Æstum inhibentes, atque hisce intermedia Freta, item Vada Syrtesque, per quæ Æstus sunt propagandi, infinita fere oritur hu-

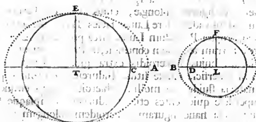
jus

jus Phænomeni varietas. At omnium horum situ respectuque ad invicem probe notis, & Observationibus de Maris Æstu exacte institutis, nullum est dubium quin horum ratio ex prædictis facile & naturaliter fluat. Verum cum hæc non sint nostri instituti, immo hactenus ostensa non nisi tanquam Lemmata ad Lunæ figuram determinandam consignentur, particularibus hujusmodi prosequendis abstinemus.

PROPOSITIO LXVI. LEMMA.

SI Globus Lunæ ubique profundo Mari nostro simili opertus esset, indueret hic figuram sphæroidem oblongam, cujus axis productus per Terram transiret: & Altitudo fluidi Lunaris, in partibus citerioribus & ulterioribus Lunæ, supra sphæram sphæroidi inscriptam esset ad Altitudinem analogam Maris nostri in partibus Lunæ subjectis & hisce è diametro oppositis, supra sphæram inscriptam sphæroidi, in ratione composita ex ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam, & ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ.

Quod fluidum Lunare in sphæroidem figuram assurgeret, cujus axis per Terram transiret, patet iisdem argumentis, quibus Prop. LXIV. probavimus fluidum Terrestre hujusmodi figuram induere. Cum enim Lib. I. satis sit ostensa gravitas omnium corporum in omnia, merito cum *Keplero* in *Astr. Lunar.* quærendum esset; *Quid impedit igitur quin dicamus Terram etiam Lunares aquas trahere sicut Luna Terrestres?* Porro, si gravitas acceleratrix Terræ in Lunam æqualis esset gravitati acceleratrici Lunæ in Terram, (hoc est, si æqualis esset materiæ quantitas in Luna & in Terra;) patet fluida æquidensa, quibus isti duo globi teguntur, se conformatura in figuras sphæroides similes. Nulla enim vel excogitari potest ratio, quare alterius globi fluidum in acutiorem sphæroidem figuram attollatur: Nam præter solam molem, in casu præsente, omnia hinc inde æquantur. Et cum omnia ad omnimodam Æqua-



litatem producendam necessaria ponuntur præter Molem, loco omnimodæ Æqualitatis producetur Similitudo ejus succedanea. Figuræ in schemate designent figuras sphæroides similes in quas

Luna (cujus centrum L) Terraque (cujus centrum T) æqualis massæ fluida alterna elevarent; figurarum harum axes LB, TA in directum jacerent per Prop. LXIV. Si sphæroidibus hisce inscriptæ concipiantur sphæræ FD, EC axes in C & D intersecantes, erit ob figurarum sphæroidum in casu præsenti similitudinem BL ad LF ut TA ad TE, & dividendo BD ad LF sicut AC ad TE, & vicissim BD ad AC sicut LF ad TE; hoc est, si æqualis esset gravitas acceleratrix Terræ in Lunam atque Lunæ in Terram, elevatio fluidi Lunaris, in partibus proximis & remotissimis supra sphæram inscriptam, esset ad elevationem fluidi Terrestris analogam, in locis Lunæ subjectis & hisce oppositis, ut Diameter Lunæ ad Diametrum Terræ. Rursus, si Terra ac Luna æquales haberent Diametros, Altitudines supra inscriptas sphæras, ad quas fluida æquidensa elevarentur, essent ut gravitates acceleratrices in ipsa corpora trahentia; hoc est, sphæroidis Altitudo, ad quam elevatur fluidum Lunare supra sphæram, in partibus Telluri proximis & ab illa remotissimis, esset ad consimilem Altitudinem sphæroidis aqueæ supra inscriptam sphæram, ad quam elevatur fluidum Terrestre, ut gravitas acceleratrix Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam. Et igitur, licet neque gravitas acceleratrix Terræ in Lunam æqualis sit gravitati acceleratrici Lunæ in Terram, nec Diameter Lunæ Diametro Terræ æqualis; erit Altitudo fluidi Lunaris supra inscriptam sphæroidi sphæram, in partibus citerioribus & ulterioribus Lunæ, ad analogam Altitudinem, ad quam Mare nostrum in partibus Lunæ subjectis & hisce è Diametro oppositis supra inscriptam sphæroidi sphæram elevatur, in ratione composita ex ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ & ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam. Q. E. D.

PROPOSITIO LXVII.

Figuram sphæroidem oblongam Lunæ definire.

Superius ostensum est & Lunam aliquando fuisse fluido undique tectam (quod ex illius figura sphærica patet) & fluidum hoc fuisse sphæroidis figuræ oblongæ, cujus axis per Terram transit. Quoniam autem eadem fere Lunæ facies Terræ perpetuo obvertitur, (quod propter Periodum Lunæ circa proprium Axem ejus Periodo circa Terram æqualem contingit, ut Prop. LVIII. ostensum est,) eminentiarum hujus sphæroidis extra globum Lunæ idem erit perpetuo in superficie Lunæ situs. Indurescente proinde paulatim Lunæ materiâ fluidâ seu molli, sphæroidis hujus eminentiæ in Lunæ superficie quiescentes etiam induruerunt, ipsaque Luna ex molli dura facta hanc figuram sphæroidem oblongam retinet; secus atque in Terra fit, in qua sphæroidis fluidæ eminentiæ extra inscriptam sphæram, propter Telluris motum circa proprium Axem pernicem, circa Tellurem perpetuo rotantur fluiditatemque conservant.

Ad

Ad sphæroidis hujus figuræ speciem determinandam, advertatur demonstratum esse in Prop. præc. excessum axis sphæroidis oblongæ supra diametrum huic normalem esse ad excessum Altitudinis maximæ Maris nostri à viribus solius Lunæ factæ supra minimam in ratione composita ex ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam, & ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ: Sed datur utraque ratio componens, prior ex Prop. LXII, posterior ex Prop. LIX; datur igitur composita, nempe ratio excessûs axis sphæroidis Lunæ supra diametrum illi normalem ad excessum Altitudinis maximæ Maris nostri à solius Lunæ viribus factæ supra minimam. Datur autem excessus hic per observationem; ergo & ille, nempe excessus axis sphæroidis Lunaris supra Diametrum illi normalem: datur autem ipsa Lunaris Diameter per Prop. LIX; ergo & axis sphæroidis figuræ quæsitus. Definita igitur est Lunæ figura sphæroides oblonga. Q. E. F.

Lunæ figura ex sphæroide prolata Prop. LXIII. definita, & oblonga hâc LXVII. determinata componitur: At si illius superficies fluido tegeretur, tertia præterea esset figura sphæroides oblonga facta à Solis Vi perturbante, cujus axis productus per Solem transiret, cujusque proinde eminentiæ, semel in rotatione Lunæ super proprium Axem, integrum Lunæ ambitum peragraret instar Æstûs Maris nostri. Hujus elevatio maxima, extra supra definitam figuram Lunarem, esset ad elevationem Maris nostri, à sola Vi Solis factam, ut Diameter Lunæ ad Diametrum Terræ, & proinde nota.

Quæ de Terra ejusque Satellite Luna dicta sunt, vera etiam erunt de Jove & Saturno & eorum Satellitibus, si vel nunc vel olim fluida fuerint ingentia ista corpora: gravitas enim mutua corporum, conatus recedendi ab axe motûs in corporibus rotatis & fluidi natura eadem sunt apud Jovem & Saturnum quæ apud Terram.

SECTIO XIII.

De Saturni Annulo, ejusque Phasibus.

Post traditas & demonstratas methodos Geometricas, quibus hucusque observatorum circa Planetas secundarios & eorum Phases rationes explicantur & quantitates determinantur, restat ut eadem fiant respectu Annuli sive Fornicis Saturno circundati, qui ejus Satellitii pars est, ideoque locum hunc, post alia de Satellitibus explicata, sibi vendicant.

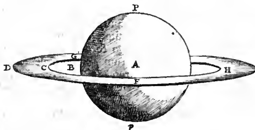
PROPOSITIO LXVIII.

Annuli, quo Saturnus cingitur, Magnitudinem, Figuram & Situm describere.

Annulus, quo Saturnus cingitur, est tenuis, planus, nusquam ipsi

Saturni globo cohærens, ut in figura depingitur; quorum ultimum hinc constat, quod Fixæ inter Saturnum Annulumque per GCB spatium cernantur.

Annuli Semidiameter est Saturni Semidiametri dupla sesquiquarta, & interstitium inter Saturni globum & interiorem Annuli limbum GCH æqualis Annuli latitudini CD. Hujus superficies duæ, GDFHC hic visa alteraque latens huic parallela, planæ sunt,



non tamen politæ speculi instar, sed lumen Solis in se incidens undiquaque reflectentes. Annuli crassities, sive distantia inter prædicta duo plana, sensibilis est licet non admodum magna: Solis radios in se incidentes aut non omnino aut parum admodum reflectit, vel saltem speculi instar ab uno puncto divergentes & Terram non attingentes.

Annulus hic (qui propter gravitatem versus Saturni centrum, Fornicis instar, æquali undique à Saturno intervallo sustinetur) si omnino revolvitur, circa Axem suum sive rectam ex centro ad ipsius facies parallelas normalem revolvitur, adeoque eminus spectanti propter ejus uniformitatem pro quiescente habetur. Ipsum Saturnum circa eundem Axem super Polos P, *p* etiam revolvi admodum est verisimile; adeo ut Annulus, in Æquatoris Saturnii plano producto, Planetam hunc circumstet ad distantiam ab ejus superficie paulo majorem quam est Diametri quadrans.

Hæc omnia ad Oculum melioris notæ Telescopio adjutum patent, & ope Micrometri mensurantur; id est, cum Saturni Globo comparantur.

Saturnus Annulo cinctus in Orbita sua circa Solem eodem modo defertur atque Tellus in sua, quem Prop. XXX. Lib. I. descripsimus; nempe Annulus, adeoque etiam Saturni Æquator forte in hujus plano & Axis paralleli feruntur; & planum Annuli eodem semper angulo, nempe 23½ graduum, ad immotum planum Eclipticæ inclinatur, ac proinde eodem semper ad planum Orbis Saturni.

Communis plani Eclipticæ planique Annuli Saturni interfectio Eclipticæ occurrebat circa Annum 1659, in 20½ grad. Virginis & 20½ grad. Piscium, ex observatione *Christiani Hugenii*: nam in istis punctis constitutus tum temporis Saturnus Ansis sive Annulo

nulo orbatus ſpectabatur; in 20½ gradu Geminorum & Sagittarii, à prioribus ſc. remotiſſimis punctis, Anſæ maxime expanſæ & diductæ cernebantur, quippe Annuli circulus tum minime oblique ſpectatus latioris Ellipſeos ſpeciem induit. Quoniam vero puncta prædicta $20\frac{1}{2}^{gr}$ ♍ & ♓ non multum diſtant à punctis, ubi communis interſectio plani Æquatoris Terreſtris cum dicto Eclipticæ plano per Solem tranſiens Eclipticæ occurrit, & hæc duo plana æqualibus angulis ad planum Eclipticæ inclinantur; erunt hæc duo plana, nempe Æquatoris Annulique Saturnii, inter ſe fere parallela. Et igitur ſi ex Terra Annulus hic circularis oblique ſpectetur, indeque Ellipticus appareat, Ellipſis hujus major axis parallelus fere erit Æquatori Cœleſti.

Prædictam Rectam (quæ eſt communis interſectio plani Annuli Saturnii & plani Eclipticæ) motu angulari in antecedentia ferri veriſimillimum eſt. Quod ſi Annulus hic cum Æquatore Saturnio magnetice aliove quovis modo imperceptibili ſit connexus, (nam Obſervatione conſtat illum nuſquam cohærere,) ita ut horum plana in unum ſemper coincidant; Æquinoctiorum Saturniorum puncta retrocedent: Annulus enim eſt materia ad Æquatorem Saturni redundans; unde (per Prop. LXIV. Lib. I.) conſtat iſtorum punctorum motus in antecedentia eodem modo quo Æquinoctialium punctorum Terreſtrium. Quod ſi, Planetæ ſecundarii inſtar, Annulus motus ſuos peragat independenter à Saturni Globo, Lineæ prædictæ regreſſus ex Prop. XIV. Lib. IV. conſtabit.

Porro angulus, quem Annuli planum cum plano Orbis Saturnii continet, major erit per Prop. XV, cum Saturnus in horum communi interſectione reperitur quam alibi; & minimus cum Saturnus inde maxime diſtat: verum mutationes hæ tam parvæ ſunt ut è Terra vix obſervari queant.

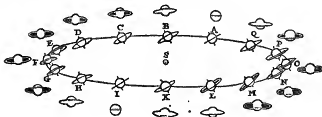
PROPOSITIO LXIX.

ANnuli Saturnii Phaſes è Sole ſpectatas deſcribere & definire.

Ab illis ordimur quæ fiunt cum Spectatoris oculus coincidit cum corpore illuſtrante, quippe & ſimplicioribus & ad alia gradum facientibus. Patet primum, Saturno ex Sole ſpectato ut in A vel I, (in ſchemate annexo ubi Saturnum cum Annulo quo cingitur parallelos delatum depinximus, cum ſpecie qua Diſcus apparet poſt illum reſpective,) neutram Annuli faciem videri, idque ob duplicem cauſam: Nam primo, cum in hoc caſu Annuli planum productum per Solem tranſeat, neutra ejus facies illuſtrabitur, Solis radiis utramque ſtringentibus tantum, adeoque videri nequit, quippe obſcura; deinde, cum Oculus etiam in Sole ponatur, hoc eſt, in planis videndis productis, facies illæ licet illuſtratæ non viderentur. Quod ſi Annuli Acies radios Solares in ſe incidentes undiquaque Planetarum more reflecteret, in ſitu prædicto exſtarent hinc inde *Brachia lucida* in recta ad Eclipticam angulo $23\frac{1}{2}^{gr}$. inclinata: Cum

vero

vero Acies hæc radios non remittat (ut Prop. præc. dictum) Brachia non apparebunt ultra Saturni Diſcum protenſa; ſed quâ lucidum Saturni Diſcum tranſit, lineam efficiet obſcuram prædicto modo inclinatam, per Diſci centrum traductam: Sed & linea hæc obſcura etiam alias apparebit, nunc ſupra Diſci centrum, nunc infra illud incurvata, prout Aciei obſcuræ ſitus poſtulat.



Procedente Saturno ab A per B, C &c. verſus E, vel ab I per K, L &c. verſus N, paulatim attollitur Sol ſupra Annuli faciem, vel hanc vel illam, donec Saturno ad E vel N pervento, planum per Solem & Saturnum traductum, ad Eclipticæ planum normale, Annuli plano etiam normale fuerit, & Sol ſupra planum Annuli circiter 23½ gr. elevatus; in quo caſu facies Annuli illa, quam Sol illuſtrat, omnium maxime illuſtratur, ob radiorum Solarium incidentiam tum maxime directam: Et Annuli limbus circularis Oculo in Sole etiam conſtituto ex Opticæ legibus Ellipſis apparebit, cujus major axis duplus ſeſquialter eſt minoris, ſicut radius eſt fere duplus ſeſquialter ſinûs 23½ gr. Et porro, procedente Saturno ab E per F, G &c. verſus I, aut ab N per O, P &c. verſus A, paulatim minuitur Solis elevatio ſupra faciem illuſtratam, donec tandem neutram denuo illuſtret, ſed utramque ſuis radiis ſtringat. In intermedio quovis ſitu facies illuſtrata minus aut magis illuſtrabitur pro minore aut majore diſtantia Saturni à ſitu A vel I, & circularis Annulus ſub magis contractæ aut magis dilatatæ Ellipſis ſpecie videbitur; ejus nempe major axis erit ubique ad minorem ut radius ad ſinum anguli quo recta ex oculo ad ejus centrum ducta inclinatur ad Annuli planum. Prædictus angulus quo Sol (Oculuſve in Sole poſitus) ſupra Annuli planum elevatur, in quovis Saturni ſitu (puta C) æqualis eſt angulo quo Sol ſupra planum Æquatoris Terreſtris elevatur (hoc eſt, Solis Declinationi ab Æquatore) cum Tellus diſtat à puncto, ubi Terricolis Æquinoctium eſt, angulo æquali ipſi ASC adeoque per Tabulam Declinationis punctorum Eclipticæ facillime inveniendus: Nam (per Prop. præc.) maxima Solis elevatio ſupra planum Æquatoris Terreſtris æqualis eſt maximæ ejus elevationi ſupra planum Annuli Saturnii.

Saturno

Saturno prope punctum A hærente Annulus minime percipietur, non tantum quia Ellipsis axis minor in isto casu est admodum parvus, sed etiam præcipue quod ob radios Solis admodum oblique incidentes parum illustretur, & proinde Oculo vix sensibilis reddatur. Experientiâ vero constat ad illustrandam Annuli faciem, ita ut videri queat, opus esse ut Sol supra illius planum elevetur tribus ad minimum gradibus; ad istud vero requiritur ut Saturni Locus Heliocentricus distet à loco A vel I septem aut octo gradibus: & igitur toto illo tempore quo Saturnus ex Sole spectatus citra vel ultra punctum A vel I (jam sæpe descriptum) intra septem aut octo gradus hæret, hoc est, dum in Orbitæ suæ partibus oppositis quindecim istos gradus percurrit, quod totidem circiter menses durat, ejus Annulus & hinc nata Brachia & Ansæ non apparebunt, sed Saturnus rotundus & solitarius videbitur. Verum limites hi diversi erunt pro observantis Oculi diversa acie, diversisque Tubi quo utitur viribus Atque hæc sunt præcipua Phænomena Annuli quo Saturnus cingitur è Sole spectati; hic modus illa determinandi.

Scholium.

Ob easdem rationes Viæ Satellitum circa Primarium quemvis revolventium è Sole spectatæ, nunc rectæ apparent nunc Ellipticæ: rectæ quidem, cum linea Nodorum Satellitis producta in Solem incidit; quando etiam Satelles è Sole visus maxime elongatus à suo Primario maxime etiam declinat à Via Primarii è Sole visa, quo casu Eclipsis istius Satellitis, in Primarii umbram incurrentis, centralis erit & proinde (cæteris paribus) maxime diuturna, & Umbra Satellitis, inferiorem Orbitæ suæ semicirculum percurrentis, in Primarium incidens per Disci centrum è Sole visum transit. Unde Solis & Satellitis Phænomena, è Primario visa, ad superiorum normam definientur. Extra hunc situm Satellitis Via è Sole visa Ellipsis apparebit, (circulus nimirum oblique spectatus,) cujus major axis est in Primarii Via visa. Hæc breviorem obtinebit axem minorem quo propior est Primarius istis punctis ubi prior Phasis contingit, longiorem quo ab illis remotior; adeoque omnium longissimum (hoc est, ipsa hæc Ellipsis, quam Satellitis Orbita circularis induit, erit latissima) dum Primarius in locis versatur inter prædicta loca mediis; nempe cum recta Solem Primariumque conjungens est ad Satellitis Orbitæ planum minime obliqua, in quo casu Satelles in maxima Elongatione à suo Primario videbitur in Primarii Via è Sole visa; in conjunctione vero cum Primario à dicta Via maxime in hanc vel illam partem declinat, prout in superiore vel inferiore Orbitæ suæ semicirculo versatur. Unde Satelles in superiore Orbitæ suæ parte ab Umbræ Primarii axe longissime aberit, & in inferiore Satellitis Umbra à centro Disci Primarii sui è Sole visi quam maxime etiam distabit; ideoque pro inclinatione plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ Primarii, proque Orbitæ Satellitis magnitudine, Eclipses illinc ortæ erunt (cæteris paribus) vel brevissimæ, vel forsan nullæ. In locis intermediis Satellitis

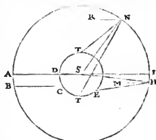
Via circa Primarium è Sole visa erit Ellipsis minus lata, prædictaque omnia miscebuntur. Atque Phases hæ omnes contingent bis in una revolutione Primarii circa Solem, si Nodorum Linea sibi semper parallela maneat; sin hæc moveatur, continget Phasium varietas omnis, ex quo ista Nodorum Linea producta in Solem incidit, donec rursus versus eundem dirigatur. Et è converso, ex istis Eclipsium vel longissimarum vel brevissimarum observationibus, lineæ Nodorum Satellitis positio & plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ Primarii inclinatio definientur.

PROPOSITIO LXX.

Annuli Saturnii Phases è Terra spectatas describere & definire.

Licet Annuli Saturnii Phases è Sole spectatæ sint fere eædem cum ejus Phasibus è Tellure spectatis, (quia Saturni locus Geocentricus ab ejusdem loco Heliocentrico, etiam cum maxime, vix distat sex gradibus,) & proinde per Prop. præc. definiendæ; cum tamen in quibusdam differant, præcipue Saturno rotundo apparente, illarum differentias breviter ostendemus.

Sit ut prius S Sol, ABIN Orbita Saturni, DCT Orbita Telluris annua; (neque enim ejus inclinationem ad Orbem Saturni, quippe admodum parvam, hic consideramus;) sintque A & I loca Orbitæ Saturni, in quibus Saturnus existit cum Annuli sui planum productum per Solem transit, & Æquinoctium in Saturno fit, si Annulus sit in plano Æquatoris & Saturnus circa proprium axem rotetur. Patet quod, Saturno in A vel I posito, Annulus non cernetur ab Oculo in Terra in quacunque Orbitæ suæ parte Tellus consistat: Nam cum neutra Annuli facies à Sole in hoc casu illustretur, neutra ab Oculo videbitur, licet satis supra illius planum elevato. Sola Annuli acies illustratur, quæ tamen non videtur, quia radios (saltem ad Terram pertingentes) non repercutit: hæc tamen, qua lucidum Saturni Discum transit, nigricans sive obscura linea apparet ob rationes Prop. præc. explicatas.



Porro si, Saturno ad B progresso, Tellus sit in Orbitæ suæ puncto C, tali ut BC sit parallela ad AI, Saturnus etiamnum rotundus apparebit: Nam licet Annuli facies altera à Sole in hoc casu illustretur, Oculus Telluri affixus in Annuli plano producto etiamnum reperitur, ideoque illam non videt, sed solam Annuli aciem obscuram sibi obversam habet. Hoc accidit quando Saturnus ex Terra spectatus ad easdem Fixas refertur, ad quas referebatur per Oculum in Sole positum cum Sol in Annuli plano producto reperi-

reperiretur; hoc eſt, quando Saturni locus Geocentricus idem eſt cum ejus loco Heliocentrico, cum Sol eſt in Annuli plano producto, quod ex Tabulis Aſtronomicis facillime dignoſcitur.

Rurſus, ponatur Saturnus in ſitu H, Tellus in E, ita ut Annuli planum, ſive potius hujus communis ſectio cum plano Orbis Saturni recta HM, ipſi IA parallela, producta inter Solem S & Terram E cadat, quod fiet ubi Saturni Locus Geocentricus & ejuſdem Locus Heliocentricus ſunt ad diverſas partes Loci ſupra Prop LXVIII. deſcripti, ubi Annuli planum productum in Solem Terramve incidit, quod ex Tabulis Aſtronomicis, Ephemeridibus præſertim, ſtatim conſtat; nam SH recta Saturni Locum Heliocentricum oſtendens cadit ad unas rectæ HM partes, & EH oſtendens ejus Locum Geocentricum cadit ad alteras ejuſdem rectæ partes: In hoc, inquam, caſu Spectator Terreſtris Annulum non videbit, (præterquam quod linea nigricans lucidum Saturni Diſcum tranſit,) quia illam Annuli faciem, quæ Solis radiis exponitur, conſpicere nequit; quippe ab ipſo averſam. Obverſa etenim Terræ, in hoc caſu, eſt facies illa quæ nunc umbræ vices patitur.

Contra, cum rectæ TN, SN ad Saturnum ex Sole & Terra eductæ ad eaſdem prædictæ NR (communis ſectionis planorum Annuli Orbiſque Saturni) partes cadunt, ſicut fit cum Saturnus eſt in N; hoc eſt, cum Locus Saturni Geocentricus ejuſdemque Locus Heliocentricus ad eaſdem partes ſunt reſpectu Loci ſupra deſcripti, ubi Annuli planum productum in Solem incidit; tum eadem facies Annuli Soli & Terræ obvertitur, ac proinde (ſi per alias rationes Prop. præc. explicatas liceat) facies illuſtrata viſa Saturno Brachia Anſaſve præſtare videbitur: Nempe ſi Sol Annuli faciem ſatis illuſtret, ut ejus lumen Oculum afficiat; hoc eſt, ſi tribus gradibus aut amplius ſupra Annuli planum attollatur, ſive Saturnus octo gradus aut amplius à puncto A vel I abſit, & Terra etiam uno circiter gradu aut amplius ſupra eandem faciem elevetur, (nam etiam ſenſibili aliquâ opus eſt Oculi elevatione ſupra planum Annuli, ne Ellipſis, quam Annulus refert, tenuiſſimæ lineæ ſimilitudinem præferat, adeoque exiliorem emittat lucem quam quæ Oculum movere poſſit;) hoc eſt, ſi Saturni Locus Geocentricus tribus gradibus aut amplius diſtet à loco, ubi Annuli ejus planum productum in Terram incidit, videbitur Annulus, ſicuti Prop. præc. oſtenſum eſt.

Ad definiendam ſpeciem Ellipſis quam Annulus quovis tempore refert, advertendum eſt quod, cum illius planum inclinatum ſit ad planum Orbitæ Terræ 23^{gr} circiter ubi Annuli circulus maxime directe videtur, Linea Terram dictumque circulum conjungens ad circuli planum in dicto angulo inclinabitur; & proinde in iſto caſu circulus apparebit Ellipſis, cujus major axis eſt duplus ſeſquialter minoris. Porro, in alia quavis inclinatione rectæ Terram & Saturnum conjungentis ad circuli planum, (invenienda ex diſtantia Loci Saturni Geocentrici ab ejus Loco Geocentrico ubi Annuli planum productum in Terram incidit, ope Tabulæ Declinationis puncto-

rum Eclipticæ, ut supra) major ejus axis erit ad minorem sicut radius ad sinum rectum anguli modo inventi, quo Oculus supra planum Annuli elevatur. Atque hæ sunt præcipuæ Annuli Phases è Tellure visæ, & hi modi illas definiendi. Q. E. F.

Ejusdem etiam speciei est Ellipsis quæ interiorem Annuli circulum refert, quippe in eodem plano cum exteriore: Verum Ellipsis hæc non est eadem cum perforata figura; Annuli enim crassities huic obstat. Perforatæ hujus figuræ citerior semissis eadem est cum prædictæ Ellipseos parte; ulterior vero est æqualis similisque Ellipsis pars axi paulo propius admota, ut ex figura Prop. LXVIII. patet.

SCHOLIUM.

Ad eundem modum ex figura viæ sive semitæ Satellitis circa suum Primarium è Sole visæ, per Prop. præc. determinata, determinabitur ejusdem figura è Tellure ad Tempus propositum visa. Patet enim Satellitem Telluris incolæ videri Rectam descripsisse, cum Tellus in Orbitæ Satellitis plano reperitur, licet Sol tum temporis in eadem non versetur; & Ellipsin (quam in omni alio casu refert) ad circulum maxime accedere, cum recta Terram & Primarium conjungens minime obliqua est ad planum Orbitæ Satellitis, licet recta à Sole ad Primarium ad idem planum tum temporis non sit minime obliqua. Et è converso, ex dictarum Phasium observatione definietur situs Lineæ Nodorum, & Inclinatio plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ quam Primarius circa Solem describit.

Porro, eadem vera sunt de apparente semita Maculæ sive alterius cujusvis visibilis notæ in Planetæ primarii ipsiusve Solis superficie & circa ejus Axem rotatæ, vel de talium notarum serie circulari: apparebit enim, ex Optices legibus, circulus hic nunc Recta nunc Ellipsis, prout Tellus in ejus plano producto versatur vel extra illud.

ASTRO-

ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ & GEOMETRICÆ
ELEMENTA.

LIBER QUINTUS
De Cometis.

EXplicatis Planetarum tum primariorum cum ſecundariorum motibus, & Phænomenis inde ortis, ad alterius generis corporum nempe Cometarum motus explicandos progredimur, quorum plures ſpecies ab Auctoribus numerantur: illos quippe dividunt ſecundum colores varios quibus fulgere cernuntur, Planetaſque quos ita æmulantur, & Caudarum quas emittunt figuras. Nos qui Aſtronomica non Aſtrologica tractamus, horum unicum tantum genus agnoſcimus, qui pro diverſitate vaporis Caudam conſtituentis, ipſiuſque Cometæ ſitûs reſpectu Solis, diverſas iſtas facies oſtendunt.

In his tractandis primo Phyſica quædam expediemus, ut ad Geometrica, ipſam nempe Orbitam determinandam, accedamus poſtea. In Phyſicis tractandis opiniones quaſdam & Philoſophorum placita poſtea rejicienda recenſere neceſſe erit, ut amplectenda melius intelligantur. Quod autem iſtud, in Libris præcedentibus conſulto omiſſum, in hoc fiat, ignoſcet Lector: neque enim Cometarum Theoria Geometrarum curas hactenus adeo exercuit atque Fixarum Planetarumque.

SECTIO I.
Generalia de Cometis.

PROPOSITIO I.

PHiloſophorum placita de Cometarum Duratione & Loco breviter exponere.

Philoſophi vetuſtiſſimi iidemque Aſtronomi Cometas eſſe æterna Mundi Corpora credidere, Planetarum inſtar, gyros ſuos ſtatis temporibus complentia: Nam *Ariſtoteles Lib.* 1. *Meteor. Cap.* 6. de Cometa verba faciens ait, Τῶν δὲ Ἰταλικῶν τινὲς ϗ καλουμένων Πυθαγορείων, ἕνα λέγουσιν αὐτὸν εἶναι τῶν πλανητῶν ἀστέρων, ἀλλὰ διὰ πολλοῦ τε χρόνου τὴν φαντασίαν αὐτοῦ εἶναι ϗ τὴν ὑπερβολὴν ἐπὶ μικρόν, ὅπερ συμβαίνει ϗ περὶ τὸν τοῦ Ἑρμοῦ ἀστέρα. *Italicorum autem quidam vocatorumque Pythagoreorum dicunt Cometam eſſe unum errantium ſyderum, ſed non apparere niſi poſt multum tempus, nec*

nisi parvo tempore exstare, quod accidit etiam Mercurio. Et *Plutarchus Lib.* III. *De Placit. Philos. Cap.* 2. ait, Τῶν ἀπὸ Πυθαγόρου τινὲς μὲν ἀστέρα φασὶν εἶναι τὸν κομήτην τῶν οὐκ ἀεὶ φαινομένων, διὰ τινος δὲ ὡρισμένου χρόνου περιοδικῶς ἀνατελλόντων. *Pythagoreorum quidam Cometam dixerunt esse stellam ex earum numero quæ in cœlo non assidue quidem comparent, sed quæ statis temporibus peracto certo circuitu rursus solent exoriri.* Et *Seneca* in *Natural. Quæst. Lib.* VII. *Cap.* 3. sic inquit, *Democritus subtilissimus antiquorum omnium, suspicari ait se, plures stellas esse quæ currant* (hoc est, Cometas) *sed nec numerum illarum posuit, nec nomina, nondum comprehensis quinque syderum* (hoc est, Planetarum præter Solem & Lunam) *cursibus.* Et rursus, *Seneca* ibid. dicit *Apollonium Myndium peritissimum inspiciendorum naturalium* asserere *Cometas in numero stellarum errantium poni à Chaldæis, tenerique cursus eorum. Apollonius* hic (teste *Senecâ* ibid. *Cap.* 17.) aiebat quod *proprium sydus Cometes est, sicut Solis aut Lunæ. Cæterum non est illi palam cursus: altiora Mundi secat; & tum demum apparet, cum in imum cursûs sui venit;* id ipsum nempe quod Prop. X. Lib. I. ostensum est. Cui sententiæ & ipse subscribit *Seneca Cap.* 22. his verbis: *Non existimo Cometen subitaneum esse ignem, sed inter æterna opera naturæ.* Solam ille & unicam methodum tradit *Cap.* 2. quâ Quæstio hæc solvi queat, *necessarium esse* dicens *veteres ortus Cometarum habere collectos; deprehendi enim propter raritatem eorum cursus adhuc non potest, nec explorari an vices servent, & illos ad suum diem certus ordo producat.* Tandemque sic vaticinatur *Cap.* 25. *Veniet tempus, quo ipsa quæ nunc latent in lucem dies extrahat & longioris ævi diligentia. Ad inquisitionem tantorum ætas una non sufficit. Veniet tempus, quo posteri nostri tam aperta nos nescisse mirentur.* Et *Cap.* 26. *Erit qui demonstret aliquando, in quibus Cometæ partibus errent, cur tam seducti à ceteris eant, quanti qualesque sint.*

Postea vero *Peripateticorum* Schola omnis Cometas non corpora Mundi æterna sed noviter producta & mox rursus interitura censens, ut Cœlorum ingenerabilitatem & incorruptibilitatem tueretur, illos ex exhalationibus compactos Terrestribus in regiones sublunares detrusit; quæ opinio invaluit magis post invectos in Cœlum solidos orbes, per quos Cometæ trajicere nequeunt.

Tandem vero *Tycho Brahe* & *Keplerus* ex Observationibus invenientes nullam esse Cometarum parallaxin diurnam, illos in sedes supralunares reposuere. Modus parallaxin Cometæ diurnam, si qua est, investigandi maxime commodus & facillimus est sequens: Per observationes plurium dierum ante & post factas definiatur semita inter Fixas quam teneret Cometa, si nulli parallaxi diurnæ subjiceretur. Si ergo ab Ortu ad Meridianum, vel inde ad Occasum usque, eum inter vicinas Fixas teneat Locum respective, quem ex supra determinata semita teneret, indicio est illum nulli parallaxi diurnæ esse obnoxium: Nam dum Horizonti propinquus est, si

dictâ

dictâ parallaxi afficeretur, inferior appareret inter vicinas Fixas quæ nullam patiuntur; adeoque ad Ortum vergens Cometa orientalior, ad Occasum occidentalior quam pro Loco ex prioribus Observationibus isti temporis puncto congruo cerneretur. Neque modus hic refractionis Syderum incertitudini subjacet; nam proximarum Stellarum eadem quamproxime est refractio quæ Cometæ. Omnium vero commodissime Observatio hæc instituitur, si inveniatur Locus verus Cometæ in recta inter binas Fixas ducta, ita ut Fixæ hæ tum temporis ad parvam supra Horizontem altitudinem in eodem Almicantarath aut prope reperiantur, quod in tanta Fixarum multitudine facile erit, saltem si adhibeantur quæ Oculo Telescopio adjuto videntur: Nam si Cometa parallaxi diurnæ subjiciatur, extra rectam hanc & Horizonti propior videbitur; sin aliter, in recta cum Fixis etiamnum apparebit.

Cometarum sedes supralunaris ulterius confirmatur exinde quod Cometa Anni 1680 observatus fuerit à *D. Cassini* 22 aut 23 tantum gradibus à Sole distans, & interim pleno Orbe fulgens, quod prius de Cometa qui apparuit Mense *Aprilis* Anno 1665 etiam notaverat; unde certo concluditur, vel Cometas istos tum temporis non tantum Lunâ sed & Sole fuisse superiores, (cum Mercurius & Venus in ea à Sole distantia apparente pleno Orbe non fulgeant nisi tales fuerint;) vel illos esse corpora lucida ipsius Solis aut Fixarum instar, aut saltem pellucida & Solis radios transmittentia, quod de tam magnis corporibus vix dicetur, cum Maculæ Solares utut raræ texturæ opacæ satis sint. Cometas vero esse corpora opaca ex Umbris quas projiciunt ostendetur inferius.

PROPOSITIO II.

Philosophorum Opiniones de Cometarum Ortu & Orbitis breviter recensere.

De Cometarum Orbitis inter Philosophos nondum plene constat: *Keplerus* siquidem & post hunc *Cartesius, Hevelius*, aliique Cometas in rectis trajicere statuunt. *Keplero* enim *Circuli* aliæve recurrentes Curvæ *in Cometarum vero motu nunquam placuerunt, ideo quod non sit verisimile eorum quæ nunquam redeunt motus esse circulares.* Jam vero credidit *Keplerus* in *Cometar. Physiolog. liquidi Ætheris immensam profunditatem ejus esse naturæ, ut Cometas ex seipso producat ne regio illa vacua sit, atque hoc fieri per facultatem animali vel vitali similem ad auræ ætheriæ defæcationem & purgationem, cum hæc certis regionibus crassescit. Coactá igitur illa crassâ pinguedine ætheris, quasi quodam excremento, velut in quoddam Apostema; fit ex natura loci, ut lumen illi accedat (cum Solis lumen ubique adsit) motusque ei instar Stellæ alicujus concilietur: Exemplum genuinum, quomodo Cometarum huic pingui & cœlesti materiæ & motus & lumen conciliatur, videre est in trajectionibus aeriis.* *Hevelius* vero Cometas oriri statuit ex Planetarum exhalationibus subtilioribus sibi mutuo in æthere

casu

casu junctis & Disci formam retinentibus, cujus altera facies Soli obversa manet, postquam Cometa in linea spirali motus egressus est Planetæ Atmosphæram, ex qua prima sui rudimenta traxit.

Cartesius Cometæ cujusvis corpus posuit perenne Planetæ instar, quippe effictum, ut Planeta, ex Fixa aliqua (sive Sole) Maculis obducta & à vicino crescente vortice abrepta. At Cometam vult de vortice in verticem perpetuo rectà fere progredi.

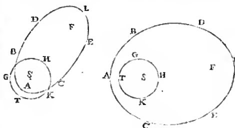
Qui vero Cometam perenne corpus statuunt, & semitam eandem denuo Planetarum ritu percurrere, ejus Orbitam talem esse volunt, ut Tellus vel intra circulum hunc licet summe excentricum contineatur (ut D. *Cassini* de Cometa An. 1577, quem eundem esse suspicatur cum eo Ann. 1680 & 1681) & Cometa hujus peripheriam æquabiliter percurrat, quod ipsis Planetis non conceditur; vel extra, ita ut Orbitæ convexitas Terram respiciat, cui propendere videtur idem D. *Cassini* in Theoria motûs Cometæ Anni 1664. Verum quidem est Orbitas hasce à D. *Cassini* ad Cometæ motum calculo subjiciendum præcipue adhiberi, nec physicum quid à cautissimo Viro super hac re definiri.

Ex plurium Cometarum Observatione quendam quasi Cometarum Tractum inter Fixas statuit D. *Cassini*, intra cujus limites plurimi (licet non omnes) Cometæ continentur, sicut Planetæ intra limites Zodiaci. Zonam hanc Cometicam Zodiaco æque latam, & illius instar Animalium figuris insignitam transire comperit per Antinoum, Pegasum, Andromedam, Taurum, Orionem, Canem minorem, Hydram, Centaurum, Scorpionem & Sagittarii arcum, & Zodiacum Cometicum appellavit.

Huc etiam spectat *Cometarum Systema* à Cl. D. *Jac. Bernoulli* An. 1682 editum, in quo ponit Planetam primarium quendam circa Solem rotatum ad *distantiam à Sole* 2583 *Semidiametrorum Orbis magni, spatio Annorum* 4 *& Dierum* 157, *etiamsi Saturnus ducenties quinquagies octies propior id non nisi* 30 *Annorum spatio præstet*. Circa Primarium hunc (*qui tum ob corporis exiguitatem, tum ob immensam distantiam conspectum nostrum perpetuo fugit*) ad diversas distantias diversi rotantur Cometæ, quorum tamen nullus ad usque Saturni Orbitam descendit; *itaque Cometæ*, ex mente *D. Bernoulli, nil aliud sunt quam prædicti invisibilis Planetæ primarii Satellites, qui tum demum videri incipiunt, cum ad Perigæum se demittunt nobisque proximi evadunt.*

Sententia de Cometarum Orbitis, quæ nobis verisimillima videtur, superius Prop. XXXV. Lib. I. explicata, præterquam quod simplicitati naturæ maxime est congrua, prædictarum opinionum facies fere omnes induere potest. Sit enim (fig. I.) Sol, per S repræsentatus, communis focus Orbitæ Telluris fere circularis TGHK & Orbitæ Cometicæ admodum excentricæ ABDIEC; patet quod Cometæ Orbitæ suæ portionem EC vel BD percurrentis Phænomena satis belle explicabuntur per motum in Recta æquabilem, siquidem BD vel CE à Recta non sit multum diversa, & præterea Cometa in illa æquabi-

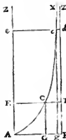
æquabiliter moveatur; cum trilinea æqualia ſuper illam conſtituta, quorum communis vertex eſt s, habeant baſes etiam proxime æquales. Vix tamen primo obtutu apparebit eundem eſſe Cometam qui prius EC deſcripſit, poſteaque BD, interpoſito Tempore notabili inter has duas apparitiones, quo ſc. arcum CAB deſcribens ſub radiis Solaribus delituit. Terrâ autem ut ad T conſtitutâ, Cometæ portionem Orbitæ ad A deſcribentis phænomenis Curva verſus Terram convexa melius conveniet; talis enim revera eſt in fig. 1. Verum convexa verſus Terram Curva Cometæ in Solis oppoſito conveniet nunquam in hac Theoria; concava tamen optime, ſi (ut in fig. 2.) SA Cometæ perihelia à Sole diſtantia Orbis magni Semidiametrum ST ſuperet: Cometæ enim ad A trajicientis phænomenis ex Tellure in T viſis optime reſpondebit Curva verſus T cava, quippe ſua.



PROPOSITIO III. LEMMA.

SI Aer ſeſe expandat ſecundum legem hanc experimentis confirmatam, nempe quod ſpatia in quæ comprimitur ſunt ponderibus comprimentibus reciproce proportionalia; globus Aeris noſtri unciam unam latus, ea cum raritate quam haberet in Altitudine Semidiametri Terreſtris, impleret omnes Planetarum regiones ad uſque ſphæram Saturni, & longe ultra.

Legem expanſionis Aeris eam eſſe quæ hic ponitur, ſc. quod ſpatia in quæ comprimitur Aer datæ quantitatis ſunt reciproce proportionalia ponderibus comprimentibus, liquet ab Experimentis *Tranſact. Philoſ. Menſ. Julii An.* 1671. N°. 73. conſignatis. Hâc poſitâ referat ABZZ tubum erectum infinitum Aere plenum, cujus latera AZ, BZ ſunt invicem parallela & Horizonti perpendicularia, & fundus AB ſuperficiei Terræ inſiſtens: Patet Aerem ad AB comprimi per pondus totius incumbentis Aeris ABZZ, & Aerem ad ED (ad libitum ductam ipſi AB parallelam) comprimi per pondus incumbentis Aeris EDZZ. Concipiatur Aerem per totam rectam ED expanſum comprimi in ejus partem, puta CD, ut ejuſdem ſit denſitatis cum Aere AB, & hoc etiam ad aliam quamvis rectam ſimiliter ductam ut *ed* fieri, hoc eſt, Aerem omnem, qui prius per tubum ABZZ expandebatur, comprimi in ſpatium ABZX ita ut ejuſdem ſit ubique denſitatis. Curvæ ACcX, ſpatium ACcXZ*d*DBA ab una parte terminanti,



recta BZ erit asymptotos, quia in quantacunque supra Terram altitudine aliquis est Aer, qui proinde compressus, donec æquidensus sit atque Aer ad AB, aliquis etiamnum manet.

Cum igitur eadem quantitas Aeris compressi quantum AB comprimitur (hoc est, ab incumbente Aere AZZB) occupet spatium CD, compressi vero sicut ED, occupet spatium CD; patet per compressionis Aeris legem supra memoratam CD esse ad ED, hoc est, ad AB, ut pondus Aeris incumbentis EDZZ ad pondus Aeris incumbentis ABZZ; hoc est (propter eandem quam supponimus gravitatem in omni distantia à centro) ut ipse Aer incumbens CDZX ad Aerem incumbentem ABZX, sive ut figura interminata CDZX ad interminatam figuram ABZX: Sed hæc est Curvæ Logarithmicæ proprietas Geometris notissima; Curva igitur ACX est Curva Logarithmica, cujus asymptotos est BZ recta. Unde per *Probl.* III. *Appendic.* 3. *Lect. Geom.* XII. *Barrovii*, (ductis CG, *cg* ad BZ parallelis cum AB concurrentibus in G & *g*,) BG sive CD est eodem ordine inter BA & B*g* sive *dc* media Geometrice proportionalis, quo BD inter B*d* & nihilum est media arithmetice; adeoque o (seu nihil) BD & B*d*, sunt sicut Logarithmi rectarum BA, DC & *dc* respective. Datis ergo BD, B*d*, BA & DC, facillime invenietur *cd*, quæ ut hactenus ostensum repræsentat quantitatem Aeris compressi, quantum ad Terræ superficiem fit, quæ in Altitudine B*d* supra Terram se expandet in spatium ipsi BA æquale; nempe faciendo ut sit DB ad *d*B ut differentia Logarithmorum ipsarum AB & CD ad aliam, erit hæc differentia Logarithmorum ipsarum AB & *cd*: & proinde dato Logarithmo ipsius AB, non latebit Logarithmus ipsius *cd*, nec ipsa proinde *cd*.

Sit AB pedum 33, quanta nempe est Altitudo columnæ aqueæ, cujus idem est pondus cum æque crassa columna Aeris ad Atmosphæræ summitatem protensa: Cumque Aer juxta superficiem Terræ spatium occupet quasi 850 vicibus majus quam Aqua ejusdem ponderis, ut experimentis innumeris constat; columna Aeris pedes 850 alta ejusdem est ponderis cum æque crassa columna Aquæ pedem unum alta. Et propterea si ascendatur ad altitudinem 850 pedum supra Terræ superficiem, columna Aeris loco isti incumbens ejusdem est ponderis cum æque crassa columna Aquæ 32 pedes alta. Si ergo BD assumatur pedum 850, erit DC pedum 32: nam AB, CD, *cd* &c. exponent altitudines Baroscopii (quocunque fluido impleatur) in locis B, D & *d*; hæ enim sunt proportionales ponderibus incumbentis Aeris respective. Ut igitur ex præmissis inveniatur *dc*, positâ B*d* Semidiametro Terræ æquali, nempe numero rotundo pedum 20000000, (nam secundum nuperam Gallorum mensuram est pedum 19615800,) instituatur operatio per regulam proportionis, inveniendo ipsis DB 850, *d*B 20000000, & differen-

differentiæ Logarithmorum ipſarum AB, CD ex Tabulis excerptorum, nempe 0, 0135639, quartam proportionalem 314, 0000000, nempe differentiam Logarithmorum ipſarum AB & *cd*, quâ ſubductâ ex 1, 5185139 Logarithmo ipſius AB prius ex Tabulis excerpto, manebit ipſius *cd* Logarithmus − 312, 0000000, cujus ſc. Characteriſtica (ut vulgo dicitur) eſt − 312. Porro, ex natura Logarithmorum Tabularium numeri, cujus primus locus eſt unitas, Logarithmi Characteriſtica eſt nihil; cujus vero primus locus eſt denarius, ſive ſecundus integrorum, Logarithmi Characteriſtica eſt unitas; cujus primus locus eſt tertius integrorum, Characteriſtica eſt binarius, & ſic aſcendendo; & ſimiliter numeri cujus primus locus eſt unitate proxime inferior in progreſſione decimali, ſive primus locus decimalium, Characteriſtica eſt − 1, & ita porro deſcendendo: unde è converſo, ex Characteriſtica Logarithmi innoteſcet locus quem occupat primus locus numeri; & hinc numeri, cujus Logarithmi Characteriſtica eſt − 312, locus primus eſt in 312mo loco decimalium; ergo recta *cd* exponitur per numerum cujus primus locus eſt 312^mum^ decimalium. Calculo igitur ſubducto, patet Aeris noſtri portionem, expoſitam per numerum cujus primus locus eſt 312^mum^ decimalium, in altitudine Semidiametri Terreſtris ſeſe expandere in magnitudinem quæ exponitur per 33; hoc eſt, ſpatium à noſtro Aere occupatum eſſe ad ſpatium quod impleret, ſi eâ eſſet raritate quam in altitudine Semidiametri Terreſtris obtineret, ut unitas ad numerum notatum duobus ternariis cum annexis 312 cyphris. Verum hæc ratio immane minor eſt eâ, quam ad Fixarum ſphæram (ex mente *Ariſtarchi*) Arenæ granulum habere demonſtravit *Archimedes* in *Arenario*; majorem nempe ratione quam unitas habet ad numerum notatum unitate cum 63 cyphris annexis: Nos autem modo oſtendemus prædictam rationem eſſe multo minorem eâ, quæ eſt inter globum digitum unum latum & Saturni Orbem propius æſtimatum, quam eſt Fixarum ſphæra ab *Ariſtarcho*.

Semidiameter Terræ eſt, ut prius, numero rotundo 20000000 pedum: Quod ſi parallaxis Solis ſit 10″ (quæ eſt minima illi adhuc ab Aſtronomis tributa) cujus ſinus rectus eſt 485 partium poſito radio partium 10000000; erit Semidiameter Orbis magni 500000000000 pedum, nempe ad Semidiametrum Terræ ut radius ad ſinum parallaxis Solis; & igitur Semidiameter Orbis Saturni (per Prop. XLI. Lib. III. vix decuplo major) erit pedum 5000000000000, & illius Diameter pedum 10000000000000, ſive digitorum 120000000000000. Quare ſphæra Saturni eſt ad globum digitum unum latum ut præcedentis numeri cubus, ſive 1728 cum annexis 39 cyphris ad unitatem, ſive rotunde & ad maximum, ut numerus notatus per binarium cum 42 cyphris annexis eſt ad unitatem. Igitur, cum globus digitum unum latus multo majorem habeat rationem ad Saturni ſphæram, quam ad ſpatium quod Aer noſtro ſimilis impleret, ſi tam rarus eſſet atque Aer in altitudine Semidiametri Terreſtris ſupra Terram; patet globum iſtum Aeris,

 cujus

cujus diameter est unius digiti, ea cum raritate quam haberet in altitudine Semidiametri Terrestris, impleturum omnes Planetarum regiones ad usque sphæram Saturni & longe ultra. Q. E. D.

Si gravitas versus Terram in recessu à centro minui supponatur, uti revera fit; patet dictum Aeris nostri globum digitum unum latum, in altitudine supra Terram Semidiametro Terræ æquali, adhuc majus spatium occupaturum.

PROPOSITIO IV.

P*Hilosophorum Opiniones de Cometarum Caudis exponere & veram confirmare.*

Cometæ Caudam à Sole dependere exinde patet, quod hæc à Sole sit perpetuo aversa, quod tamen expresse primum à *Petro Apiano* observatum est in Cometis qui inter Annos 1530 & 1540 apparuerunt, illud licet 60 prius Annis à *Regiomontano* tantum non animadversum fuerit. Cæterum quomodo Caudæ à Capitibus per Solis actionem oriantur, triplex est Opinio.

Primo censent *Apianus, Cardanus, Tycho, Snellius* aliique Solis radios per pellucidum Cometæ corpus sive Caput propagatos in illo velut in lente vitrea refringi, ac jubaris speciem post Cometam, sive in plaga à Sole aversa, præbere spectandam. Verum istud Dioptricæ legibus adversatur: Præterquam enim quod plerumque figura non respondeat, jubar hoc per Æthera purum propagatum Oculo ad latus posito non erit sensibile; requiritur materia aliqua reflectens in regione Caudæ quæ jubar hoc sensibile reddat, eodem modo quo opus est pulveris aut fumi particulis in cubiculo obscuro volitantibus ut jubar simile in eo contentum videatur ab Oculo extra radiorum viam posito; & quo densiores & crassiores sunt particulæ quibus medium inficitur, eo splendidius erit jubar, & è contra. Unde aliâ & crassiore opus erit materiâ in regione Caudæ quam alibi in Æthere Caudæ circumfuso, alias Cœlum totum à luce Solis illustratum æque ac Cauda splendesceret; & igitur à Solis radiis per caput translucidum propagatis non provenit Cometæ Cauda. Atque argumentum hoc æqualiter valet, sive radii ponantur in Cometæ Capite simul & huic circumfusa Atmosphæra refracti, sive in sola Atmosphæra, Capite opaco radiorum transmissionem prohibente, sicut *Hevelius* observavit in Cometa An. 1665 qui Umbram projiciebat, & in pluribus aliis observatum fuisse tradidit idem Auctor *Lib.* VIII. suæ *Cometographiæ*. Cel. D. *Hookius* tamen Umbram hanc negat, ac fortius lucere asserit in ea regione ubi Umbra (si qua esset) appareret.

Secunda Opinio est *Cartesii* ejusque sequacium, qui Cometæ Caudam ortam volunt à refractione lucis in ejus progressu à Capite ad videntis Oculum. Si istud verum esset, Fixarum Planetarumque radii per eadem media propagati non tam à refractione immunes ad oculos nostros appellerent quam observatione constat, nec Cometarum Caudæ tam liberæ à coloribus Iridis, refractionis

fractionis perpetuis comitibus. Neque difficultates has tollit *Cartesius* dicendo *Paragr.* 139. *Lib.* III. *Princip.* quod Fixarum ſcintillatio huc referatur, quodque harum Caudæ longiores eſſent ſi lux foret major; admotis enim Teleſcopiis, illarum ſcintillatio tollitur cum lux augetur. Porro, Planetarum Saturni, Jovis & Veneris, quorum Diametri apparentes plerorumque Cometarum ſatis longas Caudas emittentium Diametros adæquant vel etiam ſuperant, & lux lucem, nullæ ſunt Caudæ; & Cometarum caudatiſſimorum lux Capitum ſæpe tenuis admodum & obſcura eſt. Si vel Fixæ, (vel ipſi etiam Planetæ,) ut in Meteorologicis narrat *Ariſtoteles*, ab *Ægyptiis* comatæ nonnunquam ſint viſæ, hoc iis accidit non ut Cometis, ſed adſcribendum potius eſt nubium refractioni fortuitæ, quali *Carteſius* adſcribit Comam ab ipſo *Ariſtotele* circa Fixam in femore Canis viſam. Denique, ſi Cauda Cometæ ex refractione medii cœleſtis oriretur, hæc in iiſdem Cœli regionibus in eandem ſemper plagam pergeret, quod tamen non fit, ſed pro Solis ſitu in varias, ut dictum eſt.

Sunt & aliæ de Cometæ Cauda ſententiæ apud Auctores proprios inſpiciendæ, quarum confutationi non immorabimur, inter quas eſt hæc D. *Jac. Bernoulli* in ſupracitato *Syſtemate Cometarum. Solem nempe concipit in medio Vorticis ſui tanquam ignem in foco accenſum, cujus calore circumfuſi Planetæ coquuntur, unde perpetuo magna ſubtiliſſimarum exhalationum copia undique ex Planetis, ut & ex ipſo Sole egreditur, & à motu rapidiſſimo Vorticis Solaris ſurſum verſus circumferentiam propellitur*; *quo cum pervenerunt hæc effluvia, à renitentia vicinorum Vorticum repelluntur & impediuntur, quo minus ulterius ire queant. Hinc quia ſubinde nova materia affluit, paulatim condenſantur, & Planetis ſecundariis inviſi iſtius Primarii ſupra-Saturnii*, (de quo Prop. II. dictum eſt,) *dum circumferentiæ Vorticis Solaris proximi ſunt, adhærent*; *non ſecus ac cum ſuper igne focario ſuſpenſa eſt olla carnibus repleta, fumus è ligno carnibuſque aſcendens camino, trabibus & quicquid ſolidi & compacti offendit agglutinatur, unde fuligo gignitur*: *ſic inquit in modum fuliginis exhalationes viſcoſæ Planetis accreſcunt, illoſque undique ſatis denſiuſcule ambiunt ac cingunt*; *unde fit ut nuclei Cometæ extremitas ſeu limbus plerumque male terminatus & quaſi diffluens aut criſpus videatur fuliginis inſtar. Tum vero in progreſſu dum Satelles hic circa primarium ſuum volvitur, ſubinde novæ exhalationes (verum longe tenuiores, quam quæ ipſum immediate ambiunt, quod ob defectum ſolidi fundamenti nequeant tam arcte conſtipari) ei adhæreſcunt, longe lateque omni ex parte circa illum ſeſe extendentes, non quidem in modum globi, ſed lati diſci, cujus alterutra planities Soli obverſa maneat, radiique Solares cum diſco perpendiculares angulos efforment, unde manifeſta*, ut ait, *redditur ratio cur Cauda perpetuo in plagam Soli oppoſitam vergat*; *nam quamvis totus ſimul à Sole illuminetur diſcus, non tamen niſi pars illa diſci, quæ noſtri reſpectu cis nucleum, & qui-*

quidem in eodem nobiſcum & cum Sole plano exiſtit, radios ad oculum noſtrum reflectit, reliquis ex adverſo & à latere Cometæ aliò repercuſſis.

Cometam ſpectanti opinio primum occurrens eſt Caudam à Capite oriri. Atque hæc eſt Opinio vetuſtiſſimorum Philoſophorum ipſiuſque *Ariſtotelis*, qui Caudam dixit vaporem longe tenuiſſimum ex Capite ortum, ſed accenſum hunc voluit. Sagaciſſimus D. *Hookius* ex Cometæ inſpectione ſequentem excogitavit Cometam ejuſque Caudam explicandi rationem, in *Cometa* An. 1678 *Londini* edito. Vult Cometam oriri à Planeta, cujus gravitas verſus centrum circa quod prius rotabatur deſtructa eſt per motum quendam inteſtinum partium, (quo corpus ardet flammamque æmulatur,) & qui proinde ſuis ſedibus exceſſit in recta tangente Orbitam in puncto in quo verſabatur, cum dicta mutatio perfecta fuit. Unde trans æthera vectus in Recta (niſi quod propter materiam verſus centrum poſitam, ſive intimam, quæ mutationem hanc nondum plene ſubiit, aliquantulum verſus Solem incurvetur) ſic mutatus Planeta, ejus partes ab æthere (ut ſal ab aqua, aliudve quodvis à proprio menſtruo) diſſolvuntur & in illum abeunt. Porro, partes hæ extimæ ſic mutatæ non tantum gravitatem amiſerunt, ſed & porro leves factæ ſunt Solis reſpectu; hoc eſt, Solem fugiunt. Unde cum in æthere abſorbeantur & in altum tollantur, & ſimul Solem fugiant ,particulæ hæ igneæ ſpeciem præ ſe ferent innumerorum projectorum undique rectà ex Cometæ nucleo exeuntium, & verſus punctum longinquum Soli oppoſitum gravium; ideoque (per demonſtrata à *Torricellio Prop.* XXX. *Lib.* II. *de Mot. Projector.*) ſpeciem præbent Conoidis Parabolici, cujus axis eſt in recta Solem & Cometam jungente, & cujus umbilicus Parabolæ genitricis eſt in Nuclei centro: talem igitur figuram induet Cometæ Cauda. Verum cum gravium, ad quæ nobis licet accedere, gravitatem intendere aut remittere non detur, ſed gravitas maneat materiæ proportionalis quemcunque motum inteſtinum iſta accipiat, gravitatis amiſſio & levitatis à Sole acquiſitio in aliis non ſunt admittendæ.

Qui Caudam accendi negant, & ſatis eſſe ad eius phænomena credunt, quod vapor è Cometa exiens à Sole illuſtretur radioſque Solis à ſui particulis reflectendo, tractum quem occupant lucidiorem efficiat reliquo æthere, qui licet radios Solis patiatur materiâ reflectente caret, cauſam comminiſci neceſſe habent quare vapor ſeu exhalatio reflectens in partes Soli averſas ſolum abeat. *Keplerus* rem ſic explicat: *Coactâ Cometæ materiâ pingui & craſſâ in orbem, ex natura omnium rerum quæ uniuntur, & Sole rectis radiis pellucidum hunc globum feriente atque penetrante,* exiſtimat *ſequi aliquid de intima Cometæ materia, exireque viam eandem qua perrumpunt Solis radii, atque hoc pacto corpus Cometæ perlui, colari, atteri,* & materiam ſic congregari ad partes Cometæ à Sole averſas, quæ Solis radios reflectat Caudæque ſpeciem præbeat. *Jacobus Gregorius,* in Phyſicis quibuſdam *Matheſ. Part. Univerſ.* ſubnexis,

ſubnexis, *Cometam* vult eſſe *corpus quoddam humidum proprios ſuos vapores emittens, æthera ſemper pererrans, ad Solem eundem ſemper fere ſitum retinens*; quod & *Hevelius* tenet in ſua *Cometograph.* pag. 430. qui haud abſimiliter Caudam productam vult: nempe *Atmoſphæræ Cometicæ partes tenuiores vi caloris rareſieri, & à parte antica ac ab utroque latere propelli in partem à Sole averſam. Hiſce poſitis*, ex *Gregorii* ſententia *neceſſario ſequitur medietatem Cometæ à Sole averſam, & ab illo nunquam calefactam nec illuſtratam, craſſis & valde opacis infeſtari vaporibus, qui à vaporoſa illa Cometæ materia continuo nutriti, nullâ unquam (ob debilem & obliquam Solis lucem) factâ ipſorum reſolutione, in immenſam altitudinem excreſcunt, & Solis radios non ſatis validos ad exhalationes diſpellendas undique reflectunt.* Celeberrimus D. *Newtonus* cenſet etiam *quod Cometæ Cauda nihil aliud eſt quam vapor longe tenuiſſimus, quem Caput ſeu Nucleus Cometæ per calorem ſuum emittit.*

Dum Cometa ad Perihelium ſuum deſcendit, vapores copioſiſſimi, qui illum in regionibus à Sole remotiſſimis ideoque frigidiſſimis verſantem prius inſederunt, calore Solis rarefacti aſcendunt; hoc eſt, in partes à Sole averſas abeunt: nam particulæ omnes in medio longe ultra Saturnum protenſo (aura ſc. ætheria) graves ſunt in Solem. Aura hæc, calefacta à calidis vaporis particulis illi implicitis, rarior & inde levior fit reliquâ ambiente aurâ, & proinde ab hac propulſa ſurſum aſcendit, unaque reflectentes particulas ex quibus Cauda componitur ſecum vehit; non abſimiliter atque fumus aſcendit in camino per impulſum aeris illum implicantis per calorem rarefacti. Quoniam vero ultra Cometæ atmoſphæram aura ætheria eſt rara admodum & tantum non nulla, ideo actioni radiorum Solarium particulas atmoſphæræ Cometicæ ſecum rapientium à *Keplero* propugnatæ aliquid tribuam; licet præcipuam maximeque efficacem aſcensûs vaporis Caudam conſtituentis cauſam (præter impetum in primo aſcenſu acquiſitum) credam eſſe ſupradeſcriptam auræ ætheriæ raritatem à calore particularum jugiter à Cometa aſſurgentium in vicinia Solis, ubi aura Caudæ circumfuſa denſior eſt & gravior. Atque Cauda tunc in altum ſublata, ſicut ipſe Nucleus, in Solem gravis tanquam alterum projectile circa Solem in Coni ſectione revolvitur, ac Cometam comitatur in regiones longinquas, donec paulatim diſſipetur.

Quamvis Cometarum quorundam Caudæ in immenſum protenſæ magnam materiæ copiam requirere videantur, quæ illis producendis ſufficiat; experientiâ edocti novimus in quantam fumi molem ſatis parva ligni aut carbonis foſſilis portio abeat, & ex præmiſſo Lemmate patet quam parva noſtri Aeris portio in immenſa ſpatia vi ſuæ elaſticitatis diffundi queat. Et licet Caudæ non ſint uſque adeo raræ texturæ, rariſſimas tamen eſſe, reſpectu corporum nobis familiarium, exinde patet quod ſtellæ minimæ eas licet immenſæ profun-

profundas & Solis radiis illuſtratas tranſluceant, cum Atmoſphæra Terreſtris illuſtrata, profunditatis immane minoris, vel luciduſſimas inſenſibiles reddat: neque facilius videntur lucida trans denſius quidvis ab Oculo remotum quam illi proximum, ſed difficilius potius, ut quotidiana docet experientia.

COROLLARIUM I.

Cum Cometæ Cauda ab illius Capite & hinc circumfuſa Atmoſphæra per Solis calorem elevetur, ſequitur illam creſcere prout Cometa verſus Perihelium deſcendit, & viciſſim minui in ejus receſſu à Sole; eritque hæc maxima & fulgentiſſima ſtatim poſtquam Cometa in Perihelio ſuo maxime incaluit & ex vicinia Solis exiit. Sed & Cometæ Atmoſphæra (quæ Caudæ maximam materiæ copiam ſubminiſtrat) minuitur creſcente Caudâ, & eâ parte quâ Solem reſpicit anguſtior evadit; adeoque cæteris paribus minima (unaque ipſe Cometa, cujus magnam partem conſtituere nudo Oculo videtur) apparet ſtatim poſtquam Cometa Perihelium ſuperavit, ubi quandoque fumo craſſiore & nigriore (vehementioris caloris comite) inficitur.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam ſequitur quod, ſi Cauda Cometæ Telluris noſtræ Atmoſphæram attigerit, (aut etiam ſi iſtius materiæ per Cœlos tandem ſparſæ & diffuſæ pars gravitate ſuâ in hanc decidat,) exhalationes ex quibus illa conſtat huic præmiſtæ (fluidum fluido) poterunt Aeri noſtro mutationes Animalibus & Vegetalibus præcipue ſenſibiles inducere: Vapores enim dicti, à regionibus longinquis & peregrinis advecti & ingenti calore excitati, Terreſtrium craſi inimici forte erunt; quo pacto quæ omnium ſeculorum ſuffragio & communi conſenſu conſequi obſervantur Cometarum apparitionem (quæque ſtatim pro falſis & ridiculis habere Philoſophos minime decet) contingere poterunt.

COROLLARIUM 3.

Cauda à Cometa ejuſque Atmoſphæra jugiter, vaporis inſtar, in altum aſſurgens, hoc eſt, in partes à Sole averſas, in plano Orbis Cometæ (nempe per Solem Cometæque ſemitam traducto) manebit: quippe nulla eſt ratio cur in æthere quieto ad hanc potius quam ad illam partem deturbetur.

Porro, cum vapor à Capite exiens duos motus conjungat & poſtea continuet, alterum aſcenſûs recti à Sole non longinquo, alterum progreſsûs Capitis; fiet Cauda non directe à Sole averſa, ſed aliquantulum inde declinans ad partes à Cometa relictas; immo Cauda non erit recta ſed incurvata, verſus partem anteriorem convexa, verſus alteram cava. Et licet vapor aſſurgens motum Capitis participet, tamen propter aliqualem ætheris reſiſtentiam non tam velociter progredietur atque ipſum Caput. Atque quo altius aſſurgit vapor Caudam conſtituens indeque rarior fit, hoc eſt, quo longior eſt Cauda, eo majorem patietur ætheris reſiſtentiam; unde Caudæ præcedens latus, ſive verſus partes ad quas Cometa tendit,

convexum

convexum erit, sequens vero cavum, ipsaque proinde Cometæ Cauda non erit à Sole præcise aversa, immo nec directa sed incurvata. Et hæc à Solis opposito deviatio & curvatura tanto minor est quanto recta Solem & Cometam conjungens obliquior est ad Cometæ semitam: Nam si Cometa directe à Sole vel ad Solem tenderet, Cauda foret à Sole directe aversa & ipsa recta; unde in ipso Perihelio Cauda maxime ab opposito Solis deflectit, maxime etiam incurvatur, cum recta Solem & Cometam conjungens sit tunc ad ejus Orbitam perpendicularis. Sed & ob supradictam ætheris resistentiam, utut exiguam, convexa (hoc est, in ætherem incurrens) Caudæ facies spissior aliquanto & consequenter lucidior videbitur & melius terminata quam cava, à qua lucem reflectentes particulæ, relictæ quasi, in æthera diffunduntur. Porro, hæc Caudæ deviatio à Solis opposito & incurvatio (cæteris paribus) major est propter utramque causam prædictam ubi Cometæ Orbita curvior est: Nam ut Cauda sit à Sole perpetuo aversa in hoc casu, oporteret ejus extremum circumferentiam exteriorem & majorem describere quam ipsum Caput, quod ex motu à Capite participato facere nequiret, quamvis nulla foret ætheris resistentia quæ illum minueret. Caudæ igitur extremum à Cometa remotissimum, quia circumferentiam istam majorem tam brevi tempore non describit atque Caput minorem, idque ob duplicem quam explicuimus rationem, magis in hoc casu incurvabitur. Sed cum casus hic incidat in Cometæ Perihelium, ubi Cauda prius in altum sublata evanuit fere, & qui recens rectà assurgit vapor Caudam præcipue constituit; ideo non tam sensibilis erit incurvatio.

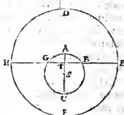
COROLLARIUM 4.

Figura Corol. præc. descripta refert Caudam quæ revera per Ætherem à Cometæ Capite porrigitur; quo non obstante, si Terra & simul Spectator in Orbis Cometæ plano reperiatur, Caudæ curvatura neutiquam percipietur, quia tota in plano isto jacet: Et vel tota disparebit cum ipsum Caput Caudam inter & Oculum versatur, vel si Caput minus fuerit & Cauda versus alterum extremum latior, Crinitus sive Comatus crinibus circumquaque cinctus videbitur, (atque horum alterutrum sub Oppositionem Solis & Cometæ contingct,) vel denique in Solis opposito præcise spectabitur Cauda. Si vero Spectator extra planum Orbitæ Cometicæ versetur, Caudæ curvatura sentietur; magisque sensibilis evadet, quo recta à Terra ad Caudam ducta Orbis Cometæ (ipsiusque adeo Caudæ) plano magis est normalis, & omnia curvæ Caudæ symptomata Coroll. præc. descripta sensibiliora fient. Atque hæ sunt statæ & solennes Caudæ Cometæ mutationes: nam quantum ad incertas istas & subitaneas, quas Auctores memorant, ortæ videntur à vaporum Atmosphæræ nostræ refractione fortuita Caudarum figuras detorquente; vel à motu nubium illas aliqua ex parte obscurantium; aut à vicinis Stellis harumve congerie, aut Via Lactea pro Caudæ parte perperam sumptis.

PROPOSITIO V.

Plures Cometæ videntur in Hemiſphærio verſus Solem quam in Hemiſphærio oppoſito.

Deſignet S Solem; T Terram; circulus DEFH centro T deſcriptus Fixarum ſphæram, ſive illam potius quâ viſus terminatur. Quoniam Cometæ ſplendent luce Solis à ſe reflexâ, non videbuntur antequam à Sole ita illuſtrantur, ut Oculos noſtros luce iſtâ movere poſſint: & præterea cum Cometæ per Caudas ſuas ſint maxime conſpicui, has autem non emittant priuſquam ad Solem incaluerint aliquantulum; patet ad utrumvis conſequendum, opus eſſe ut Cometa ad definitam à Sole diſtantiam accedat. Sit ABCG ſphæra Soli concentrica ad iſtam diſtantiam deſcripta; talis nempe ut nullus Cometa, propter illuſtrationis defectum, videatur, priuſquam intra ſphæræ hujus ſuperficiem verſetur: Juncta recta ST producatur utrinque, donec dictæ ſuperficiei occurrat in A & C: Per T ducatur planum HE cui AC eſt normalis; hoc dividet ſphæram DEFH in duo Hemiſphæria, quorum HFE eſt Solem verſus, HDE Soli oppoſitum. Cometæ omnes in ſphæræ ſegmento BCG exiſtentes videbuntur in Hemiſphærio verſus Solem; omnes autem qui verſantur in ſegmento BAG videbuntur in Hemiſphærio Soli oppoſito. Patet vero quod ſegmentum BCG majus eſt quam BAG, quia ſphæræ centrum eſt in illo: Plures igitur Cometæ videbuntur in Hemiſphærio verſus Solem quam in oppoſito. Q. E. D.



Sed & plures primo videbuntur ſive detegentur in illo quam in hoc, cum ſuperficiei ſphæræ pars BCG major ſit reliquâ BAG: detegi autem ſupponuntur quamprimum ſuperficiem hanc attingunt.

SCHOLIUM.

Quo minor ponitur ſphæra ABCG, hoc eſt, quo propius à Sole abeſſe oportet Cometam antequam videatur, eo Cometarum in Hemiſphærio Solem verſus viſorum numerus magis excedit numerum apparentium in oppoſito; quoniam tanto magis ſegmentum BCG excedit BAG ſegmentum. Et ob eandem rationem primo detectorum numerus in illo quam in hoc major eſt.

Si ponatur ABCG eſſe paulo minorem quam ſphæra Jovis, ſive quod Cometæ ſe prius videndos non præbeant quam ſint Soli paulo propiores quam Jupiter, hoc eſt, ſi ponatur SA ipſius ST quintupla; (nam Jovis diſtantia à Sole excedit quintuplum diſtantiæ Telluris ab eodem;) ſegmentum BCG erit propemodum duplum ſegmenti BAG, & ideo fere duplo plures Cometæ in Hemiſphærio Solem verſus videbuntur quam in Hemiſphærio oppoſito: At ſuperficies BCG eſt tantum ſeſquialtera ſuperficiei BAG, ideoque dimidio plures illic quam hic primo detegentur. Si ABCG ſphæra minor fuerit,

v. g.

v.g. si s a sit sesquialtera distantiæ Martis à Sole, quadruplo plures Cometæ (& amplius) videbuntur in Hemisphærio Solem versus, quam in opposito; sed primum in illo detectorum numerus erit duplus sesquialter detectorum in hoc. Advertendum ex hoc numero tollendos esse qui ob nimiam Solis viciniam videri nequeunt; & ex altera parte, qui non sunt Soli nimis vicini melius in Hemisphærio versus Solem videntur, quam qui in opposito versantur; quippe quorum plures fortius illustrantur.

PROPOSITIO VI.

Cometæ Distantiam à Sole ex comparatione Lucis Cometæ cum Luce Planetæ æstimare.

Cum Cometa parallaxi diurnæ non sit obnoxius, neque ullæ observationes illinc pendentes ejus Distantiam patefacere possint; libet hujus æstimationem facere ex comparatione Lucis Cometæ cum Luce Planetæ. Et quoniam (per Prop. LVII. Lib. III.) illustrationes in diversis à Sole distantiis factæ sunt in reciproca duplicata ratione dictarum distantiarum, & porro (propter rationes in dicta Prop. allatas) quo remotius est lucidum eo pauciores radii ab illo provenientes Oculi pupillam subeunt, idque in duplicata ratione Distantiæ auctæ, sive in duplicata ratione diametri ejus apparentis diminutæ; hoc est, lucidorum æqualium splendores sunt in ratione duplicata diametrorum apparentium eorundem; igitur (in æstimatione hac minus accurata, abstrahendo à diversa magnitudine vera Planetæ & Cometæ) Lux Cometæ est ad Lucem Planetæ in ratione composita ex duplicata ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione duplicata Distantiæ Planetæ à Sole ad Distantiam Cometæ ab eodem: Et ideo quadratum Distantiæ Cometæ à Sole est ad quadratum Distantiæ Planetæ ab eodem in ratione composita ex duplicata ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione Lucis sive splendoris Planetæ ad Lucem Cometæ. Unde Distantia Cometæ à Sole est ad Distantiam Planetæ ab eodem in ratione composita ex ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione subduplicata Lucis Planetæ ad Lucem Cometæ. Sed ex observatione datur utraque ratio componens: Datur igitur composita ratio, nempe inter Distantias Cometæ & dati Planetæ à Sole. Et ex Prop. XLV. Lib. III. datur Distantia Planetæ à Sole; & igitur Distantia Cometæ à Sole non latebit.

Propter fumum crassum ipsamque Atmosphæram Cometicam Nucleum obscurantem, Nucleus (ipsumve Cometæ corpus solidum, de quo hic agitur) non tam lucidus apparet; & ideo ejus Distantia à Sole prius inventa minuenda est ut evadat vera.

SECTIO II.

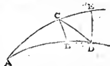
De determinandis Cometæ Via & Loco apparente prope veris.

Præmiſſis Phyſicis de Cometis eorumque Caudis, ad illorum Orbitas ex Obſervatione determinandas, quod Lib. v. præcipuum eſt inſtitutum, progredimur. Ac primo oſtendemus, quomodo per methodum ſagaciſſimi Aſtronomi D. *Caſſini*, ex Obſervationibus aliquot initio apparitionis Cometæ alicujus factis, Via quam porro inter Fixas ingredietur & Loca quæ quotidie tenebit determinentur proxime: non quod hæc pro accuratis haberi velimus, ſed quod hinc prædici queat quo in Loco ad Tempus datum inveſtigandus ſit Cometa; num ſub Radiis Solis brevi ſit abſcondendus, quando Terræ proximus & velociſſimus ſit futurus; aliaque huc attinentia.

PROPOSITIO VII.

EX Obſervatione cognitis duobus Cometæ Locis è Tellure viſis, illius Viam inter Fixas, hoc eſt, ejus Nodum & Inclinationem ad Eclipticam definire.

Referat CE Eclipticam, ſintque B & D bina Cometæ Loca obſervata. Per B & D traductus concipiatur circulus maximus Eclipticam ad A interſecans, qui per oſtenſa ad Prop. x. Lib. I. erit Cometæ Via, cujus ſitus reſpectu Eclipticæ ſic determinatur: Ducantur per B & D circuli Latitudinis BC & DE, item circulus maximus DC. In triangulo ſphærico DCE rectangulo ad E dantur latera CE & ED, hoc nempe Cometæ in B Latitudo, illud differentia Longitudinum Locorum Cometæ B & D; invenietur ergo



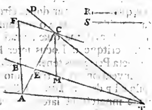
latus DC. Rurſus, in triangulo DBC dantur omnia latera, nempe DC modo inventum, BC Latitudo Loci obſervati B & BD Locorum diſtantia obſervata; & ideo innoteſcet angulus CBD, hujuſque proinde complementum CBA. In triangulo denique BAC dantur præter rectum ad C latus BC & angulus ABC; non latebunt igitur latus CA & angulus ad A, quorum hic eſt Inclinatio Viæ Cometæ ad Eclipticam, illud eſt intervallum Nodi & puncti C in Ecliptica noti.

PROPOSITIO VIII. LEMMA.

DAtis poſitione tribus rectis TA, TB, TD *ex eodem puncto ductis & in eodem plano jacentibus, è dato in illarum qualibet (ut* TA*) puncto* A *ducere rectam* AC, *cujus partes* AE, EC *inter dictas rectas interceptæ habeant rationem datam, nempe quam* R *habet ad* S.

Ex A ducatur utcunque recta AB ipſi TB in B occurrens; in hac (cave producta) ad partes verſus quas jacet TD, ſumatur (per *Prop.* XII.

XII. *El. 6.*) BF quæ sit ad AB sicut s ad R; per F agatur FC ad BT parallela ipsi TD occurrens in C: erit juncta AC ea quæ quæritur. Est enim per *Prop.* II. *El. 6.* AE ad EC sicut AB ad BF, id est (per construct.) ut R ad S.



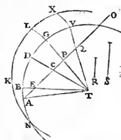
SCHOLIUM.

Rectæ AC positio & magnitudo per trigonometricum calculum facillime definiuntur: In triangulo enim ATB dantur latus AT, angulus ATB & angulus TAB ex ductu lineæ AB cognitus; unde innotescunt ABT angulus & latus AB: Datur igitur BF ad ipsam AB datam habens rationem, adeoque & huic parallela & proinde æqualis CM. Rursus, in triangulo TMC cognitis angulo CTM (ab initio dato) & CMT ipsi FBM (hoc est, prius inventi ABT complemento ad duos rectos) æquali & latere CM, non latebit CT. In triangulo denique ACT datis lateribus TA, CA & angulo interjecto ATC, invenientur latus tertium CA angulique TAC & TCA; hoc est, magnitudo & positio rectæ AC.

PROPOSITIO IX.

EX tribus Observationibus sub initium apparitionis Cometæ factis Locum Perigæi, Tempusque quo Cometa illud tenebit, determinare; & ad datum Tempus Cometæ Locum invenire.

Referat T Terram, (quam hic in re minus accurata, ab illius motu abstrahentes, ut quietam consideramus,) ABDG circulum inter Fixas, per quem Cometa incedere videtur, ex Prop. VII. determinatum, in quo sint tria Cometæ Loca observata A, B & D. Exponatur Tempus inter Observationes in A & B per R, & Tempus inter Observationes in B & D per S: Ductæ intelligantur rectæ TA, TB, TD, & per Lem. præc. per A agatur recta AO, cujus partes AE, EC inter binas rectas TA, TB, binasque TB, TD interceptæ sint ut R ad S: Erit hæc quamproxime Cometæ Trajectoria, præsertim in aliqua notabili Cometæ à Perihelio distantia. Nam in hoc casu Via Cometæ est proxime recta, & Cometa per hanc æquabiliter incedit; ideoque spatia percursa sunt Temporibus proportionalia: Sed AE est ad EC sicut Tempus quo Cometa visus est moveri ab A ad B inter Fixas ad Tempus quo à B ad D progressus est; & hoc nulli rectæ ex A ad easdem partes ipsius T ductæ congruit præterquam ipsi AO: Hæc igitur est Cometæ Trajectoria proxime.



Dantur (per præc. Lem.) situs rectæ AO & magnitudo ipsius AC

respectu AT; hoc est, in triangulo ACT dantur omnes anguli omniaque latera. Ex T in Trajectoriam rectam AO demittatur normalis TP, quæ producatur donec circulo ABD in G occurrat. Patet Cometam, in Trajectoria AO motum, in Perigæo versari ad P; recta enim TP est brevissima, quæ à T ad AO duci potest: eritque G Locus inter Fixas, quem Cometa Perigæus tenere videbitur. Ad cujus inventionem, in triangulo APT rectangulo ad P dantur latus AT & angulus PAT; unde innotescent latera AP, TP & angulus ATP ipsius PAT complementum ad rectum hujusque mensura arcus AG, adeoque Locus Perigæi in magno circulo inter Fixas quem Cometa describit, cum observatione cognitum sit punctum A. Hic Perigæi locus G ad Eclipticam NKL sic facile reducitur: Per G ducatur circulus Latitudinis GL Eclipticæ in L occurrens: & in triangulo NLG dantur præter rectum ad L angulus N (per Prop. VII. inventus) & NG summa (vel differentia) notorum arcuum NA, AG; unde innotescent NL Longitudo Perigæi à Nodo & GL Cometæ Perigæum tenentis Latitudo. Porro, notis rationibus rectarum AC & AP ad eandem AT, nota erit ratio inter ipsas AC & AP: Sed quia Cometa æquabiliter movetur, ratio inter Tempora quibus per AC, AP movetur eadem est cum ratione AC ad AP; & ex Observatione notum est Tempus quo ex A ad C motus est, idem nempe quod elapsum est inter Observationem primam in A & tertiam in D; & igitur notum erit Tempus quo Cometa revera ab A ad P, apparenter ab A ad G, movetur; hoc est, inter notum Temporis punctum & illud quo Perigæum attinget. Innotescet igitur Tempus quo Cometa in Perigæo versatur.

Præterea, quæratur intervallum inter datum Tempus ad quod Locus quæritur & Tempus alicujus Observationis, *v. g.* primæ in A. Capiatur in recta AO linea AQ, quæ sit ad AC sicut modo inventum Temporis intervallum ad notum intervallum Observationum Cometæ in A & D: Jungatur TQ, & producatur donec cum circulo NAD concurrat in puncto V, per quod traductus intelligatur circulus Latitudinis VX: Patet ex prædictis punctum Q in Trajectoria AO occupari à Cometa ad datum Tempus. In triangulo QAT ex datis lateribus AT, AQ & angulo intercepto TAQ invenietur ATQ angulus, ac proinde illius mensura (nempe arcus AV) innotescet: Sed notum est A punctum; ergo & V sive quæsitus Cometæ Locus in Via apparente ad Tempus datum. Loci autem hujus situs respectu Eclipticæ invenitur, ex datis in triangulo NXV rectangulo ad X angulo VNX & latere NV, inveniendo NX Longitudinem Cometæ à Nodo, & XV ejusdem Latitudinem dato Tempori competentem.

Loco Observationis primæ & secundæ poterunt Observationes quælibet duæ, aut earum aliqua cum Loco & Tempore Perigæi superius

perius inventis in hac praxi assumi. Atque hoc modo Cometæ Ephemerides fabricari poterunt.

Scholium.

In re tam parum accurata sufficiet forsan Viam Cometæ primo apparentis in superficie Globi Cœlestis describere, ejusque Loca ad singulas medias Noctes habitationis propriæ per protractionem notare. Si enim initio apparitionis Cometæ situs inter Fixas vicinas observetur, collimando nempe per filum tensum atque sic dignoscendo quando in recta cum duabus notis Fixis jaceat, & eodem tempore inveniendo alias duas Fixas quibuscum in recta etiam jacet, quod in tanta Fixarum multitudine facile fiet; per duo (plurave) Loca observata in Globo notata (quæ quo à se invicem remotiora fuerint, eo accuratior erit praxis) transiens circulus maximus erit Cometæ futura semita. Circulus vero maximus per illa transiens commode invenietur attollendo deprimendove Polorum alterum & simul volvendo Globum, donec Loca omnia notata in Horizonte simul reperiantur; erit nempe quem Horizon tum in Globi superficie designat circulus quæsitus. Hujus ergo intersectiones cum Ecliptica erunt Orbis Cometici Nodi, & angulus quem Ecliptica cum Horizonte facit (mensuratus nempe per altitudinem gradûs nonagesimi) erit Inclinatio Orbis Cometici ad Eclipticam. Describatur circulus diametro æquali diametro Globi, *ex. gr.* ABD cujus centrum T, in cujus circumferentia assumptum punctum A referat Locum inter Fixas, in quo Cometa primo observatus est: Sumantur arcus AB, AD æquales distantiis notatorum in superficie Globi Locorum Cometæ à Loco primum observato, & jungantur TB, TD: Et per Prop. VIII. per A ducatur recta AO talis ut AE sit ad EC ut R ad S, hoc est (per constructionem) ut Tempus inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam. Demissâ ex T rectâ TP normali ad AO & productâ (si opus est) ad circumferentiam usque ad G; arcû ipsi AG æquali ex Loco primum observato in Viam Cometæ superius in superficie Globi designatam transposito, punctum G ostendet Locum inter Fixas quem Cometa perigæus tenebit.

Si porro recta AC dividatur (vel actu, vel ope circini proportionis *Galileani*) in tot partes æquales, quot Horæ (vel etiam Horæ scrupula, si schema sit satis capax) elapsæ sunt inter Observationem primam in A & tertiam in C; erit harum partium quælibet Cometæ æquabiliter moti Via Horæ spatio in AO percursa, harumque 24 Via spatio Diei naturalis, & sic porro. Locus igitur Cometæ inter Fixas, ad datum quodvis Tempus, in Globo determinatur, si tot prædictarum partium sumantur ab A versus O in recta AO, quot Horæ intercesserunt inter Tempus primæ Observationis & Tempus datum, *v. g.* AQ, & recta TQ centrum T finemque Q sumptarum partium jungens producatur in V, & arcui AV æqualis à Globi puncto quod respondet ipsi A in Cometæ Viam statuatur; ostendet hujus altera extremitas Cometæ Locum inter Fixas dicto Tempori

pori

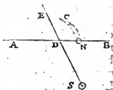
pori congruum. Similiter ad singulas medias Noctes Loca Cometæ in superficie Globi protractione designabuntur: Unde Cometæ Longitudo, Latitudo, reliquaque (per praxes Lib. II. indicatas) facillime definientur. Quæ in Globo facta sunt in Planisphærio quovis cui Fixæ inscribuntur similiter fient.

Cometæ Via primo designata Locaque diversis Temporibus congrua per Observationes subsequentes corrigentur: Neque enim in hac praxi calculove hoc nullus error exspectandus est.

PROPOSITIO X.

Definire Tempus quo vapor è Cometa exiens à Capite ad Caudæ extremum ascendit.

Designet S Solem; AB Trajectoriæ Cometicæ portionem, in qua sit N Cometæ Nucleus ab A versus B motus; C Caudæ extremum. Cumque per Corol. 3. Prop. IV. Cauda NFC non sit à Sole exacte aversa, hoc est, NC non in directum cum SN, sed vergens versus partes A quas Cometa reliquit, cujusque inclinatio observatione innotescit; ducatur SE ad NC parallela Trajectoriam intersecans ad punctum D post Cometam. Vapor, qui nunc Caudæ extremum C constituit, à Nucleo ascendere cœpit cum Cometa punctum D tenebat; quoniam vapor cum motu ascensûs, sive rectà à Sole, componit motum Cometæ progressivum ipsi ante separationem à Capite impressum. Per Prop. præc. vero definietur (satis exacte ad hanc præ manibus inquisitionem minus accuratam) Tempus quo Cometa punctum D tenuit, prius Tempore Observationis proposito, quanto opus est ut Cometa rectam DN longitudine datam percurrat. Inventum igitur est Tempus quo vapor à Capite ad Caudæ extremum ascendit.



Similiter definietur Tempus quo vapor ad datum Caudæ punctum ascendit.

PROPOSITIO XI. LEMMA.

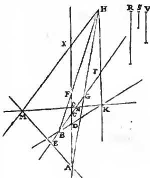
Datis positione quatuor rectis in eodem plano jacentibus, quintam ducere, quæ à quatuor istis secetur in tres partes datam rationem datumque ordinem inter se servantes.

Sint quatuor rectæ positione datæ AE, AC, BC & BD in infinitum productæ, & tres quantitates datæ R, S & V: Ducenda est recta secans quatuor primo datas in M, O, N & K, ita ut MO sit ad ON ut R ad S, & ON ad NK ut S ad V.

Capiatur CG quæ sit ad CE sicut S & V simul ad R; capiatur etiam FC quæ sit ad CD ut R & S simul ad V: junctæ rectæ AG, BF producantur donec concurrant; per illarum concursum H ducantur HK ad DC & HM ad BC parallelæ, cum respectivis rectis concurrentes ut in schemate: ducta MK est ea quæ quæritur.

Nam

Nam propter parallelas HM & TN, est KN ad NM ut KT ad TH Sed quia HK parallela est ad FD, KT est ad TH ficut DC ad CF, hoc eft, per conftructionem ut V ad R & S fimul; & igitur KN eft ad NM ficut V ad R & S fimul. Rurfus, propter parallelas HK & OX, MO eft ad OK ut MX ad XH: Sed quia HM eft parallela ad EG, eft MX ad XH ut EC ad CG, hoc eft, per conftructionem ut R ad S & V fimul; & igitur MO eft ad OK ut R ad S & V fimul. Sed hactenus eft oftenfum effe NK ad MN ut V ad R & S fimul: Divifim igitur tres rectæ MO, ON & NK candem habent inter fe rationem cum tribus quantitatibus R, S & V. Q. E. F.



De Problematis hujus limitationibus cafibufque diverfis nihil hic dicimus, quippe quæ rem hanc tractanti fatis per fe funt manifefta.

Conftructio hæc eft illuftris Viri D. *Chriftophori Wren* Equitis, Geometræ Celeberrimi.

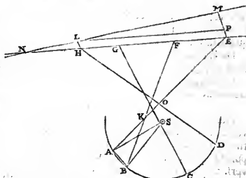
Scholium.

Rectæ MK pofitio & punctorum M, O, N & K diftantiæ ab A, B, C, D vel E fic commode per calculum determinantur. Rectarum quatuor AE, AC, BC & BD primitus datarum interfectiones omnes, ut puncta A, B, C, D & E, dantur per 25. *Dat.* & anguli ad illa per converf. 29. *Dat*; quare rectæ AC, DC, CB, CE & BD (per 26. *Dat.*) funt magnitudine datæ. Sed CF & CG per 2. *Dat.* etiam dantur, cum datam habeant rationem ad CD & CE refpective. In triangulo BCF datis lateribus CB, CF cum angulo interjecto BCF, dantur latus BF & angulus BFC, & huic proinde deinceps AFH. Similiter, in triangulo ACG ex datis lateribus AC & CG cum angulo ACG dabitur CAG angulus. In triangulo igitur AFH datis duobus angulis AFH & FAH fupra inventis cum latere adjacente AF (fumma vel differentia notarum rectarum AC & CF) notum erit latus AH. In triangulo demum AHM datis angulo HAM (fumma vel differentia notorum angulorum CAE, HAC) anguloque AMH dato AEC æquali, item latere AH, innotefcent latera HM & AM diftantia puncti M à puncto noto A. Similibus prorfus gradibus invenientur latera BK & HK in triangulo BKH. In triangulo ergo MHK notis lateribus HM, HK & angulo MHK intercepto (æquali ECA primitus noto) innotefcent anguli HMK, HKM & bafis MK: Datis autem angulis HMA, HMK, dabitur horum fumma vel differentia AMK; hoc eft, pofitio rectæ MK, cum recta AM fit pofitione data. Simili modo AO vel BN vel BK, & anguli quos MK cum his efficit, per Trigonometriam inveniuntur.

PROPOSITIO XII.

Datis quatuor Cometæ Locis observatis, ejus Trajectoriam, si rectilinea fuerit, determinare.

Referat S Solem; ABCD Orbem magnum: Suntque puncta A, B, C & D Loca Terræ ad Tempora Observationum nota; AE, BF, CG & DH quatuor observatæ Cometæ Longitudines. Per Prop. XI. ducatur recta EH talis ut ejus pars EF inter AE, BF intercepta sit ad FG ipsius partem interceptam inter BF & CG, ut Tempus inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam, & ut dicta FG sit ad GH ejusdem partem inter CG & DH, ut Tempus inter Observationem secundam & tertiam ad Tempus inter Observationem tertiam & quartam; eritque ducta EH vestigium Orbitæ Cometicæ in plano Eclipticæ; hoc est, si per rectam Cometæ Trajectoriam traductum concipiatur planum ad planum Eclipticæ normale, erit recta hæc EH istorum planorum communis sectio. Cum enim in hypothesi in qua nunc versamur, Cometa æquabiliter moveatur in Recta; si à Rectæ istius punctis, in quibus Cometa versabatur Temporibus quatuor Observationum, ad planum Eclipticæ demittantur normales, incident hæ in Rectas AE, BF, CG & DH respective, quoniam hæ denotant Loca Cometæ in Ecliptica; eruntque hæc quatuor puncta in eadem recta, communi nempe sectione plani per Trajectoriam traducti ad planum Eclipticæ normalis cum dicto Eclipticæ plano; eruntque porro (per *Prop.* II. *El.* VI.) distantiæ inter hæc puncta ut distantiæ punctorum in quibus Cometa inveniebatur in propria Trajectoria, adeoque ut Tempora inter Observationes: Sed EH est unica Recta, cujus partes inter rectas AB, BF, CG & DH interjectæ sunt ut Tempora inter Observationes quatuor respective; & igitur EH Recta est vestigium Orbitæ Cometicæ in plano Eclipticæ.



Ut autem dati puncti hujus Rectæ distantia à Tellure cum Distantia mediocri Telluris à Sole ad datum Tempus conferatur, sic procedendum: In triangulo ASB dantur (per Prop. XVIII. Lib. III.) latera SA, SB Distantiæ Terræ à Sole ad data Tempora, & angulus interceptus ASB differentia Locorum Terræ è Sole visorum; quare non latebunt anguli SAB, SBA & recta AB chorda arcûs à Tellure interim

terim percursi, hoc est, chordæ illius ratio ad Semidiametrum Orbis magni. Rursus, in triangulo KAB dantur omnes anguli, quia dantur duo KAB, KBA, (hic nimirum summa vel differentia notorum angulorum SBA, SBK, ille similiter summa vel differentia notorum SAB, SAK;) quare datur ratio laterum AK & AB: Sed prius data erat ratio ipsarum SA & AB; ideoque non latebit ratio SA ad KA. Similiter prorsus ex duobus Terræ Locis A & D invenietur ratio inter SA & AO; quare nota erit ratio inter SA & KO, ipsarum AO & KO differentiam: Sed Propositione præcedente ostensum est, quomodo investigare liceat rationem inter KO & KE; quare innotescet ratio inter SA & KE, ideoque ratio inter SA & AE etiam nota erit. Porro, in Prop. præc. angulus AEH etiam inventus est; inventa igitur est AE, distantia in recta positione data vestigii Trajectoriæ Cometicæ à Terra, in partibus Semidiametri Orbis magni expressâ, hujusque inclinatio ad dictam rectam. Similiter BF vel CG vel DH cum Semidiametro Orbis magni conferetur, angulique ad F, G & H invenientur.

Ad ipsam Trajectoriam determinandam ex E ad planum Eclipticæ (quod idem est cum plano hujus schematis) erecta intelligatur EM tangens anguli Latitudinis Cometæ in Observatione prima, posito AE radio; eritque M Locus Cometæ in spatio Mundano ad Observationem primam, quoniam positio rectæ AE est ejus Longitudo, & angulus MAE ejusdem Latitudo. Similiter ad H erigatur ad idem Eclipticæ planum normalis recta HL æqualis tangenti Latitudinis quarto observatæ ad radium DH; eritque L Locus Cometæ in spatio Mundano ad datum Tempus istud quartum: & ideo juncta recta ML est ipsa Cometæ Trajectoria rectilinea quæsita, in quam demissa normalis ab S ostendet Cometæ Perihelium. Patet Distantiam puncti M ab A, sive rectam AM, esse ad AE rectam ut secans Latitudinis in Observatione prima ad radium, & DL esse ad DH ut secans Latitudinis quarto observatæ ad radium: Ipsa vero LM invenitur in triangulo LPM, per L ductâ LP ipsi HE parallelâ cum ME concurrente in P: Nam præter rectum ad P dantur latera LP, PM, illud æquale prius notæ HE, hoc æquale differentiæ cognitarum ME, HL; quare non latebit LM, recta à Cometa æquabiliter percursa Tempore noto, dum sc. Tellus ab A ad D moveretur.

Porro, ad inveniendum Nodum, Tempus quando Cometa Nodum tenebit, Viæ Cometicæ Inclinationem ad Eclipticam, & hujusmodi alia, producatur ML donec cum EH concurrat, puta in N; erit NH ad HL ut HE ad PM, adeoque cognita; item LN ad LH ut LM ad MP, ideoque etiam data: Capiatur Tempus quod sit ad Tempus inter Observationem primam & quartam ut NL ad LM; erit hoc Tempus inter Observationem quartam & momentum quando Cometa Nodum tenebit; nam in motu æquabili (qualem hunc Cometæ supponimus) Tempora sunt sicut spatia percursa. Sed & Locus Cometæ Nodum tenentis dabitur: Cum enim detur punctum N, & propter Tempus cognitum inter Observationem quartam &

momentum quando Cometa est in Nodo detur etiam Locus Terræ ad istud momentum; dabitur (per 26. *Dat.*) positio rectæ puncta hæcce conjungentis, hoc est, Longitudo Cometæ in Nodo versantis. Porro, quoniam dantur Distantia Nodi à puncto H (Loco Cometæ quarto observato) & Latitudo Cometæ ad dictum H punctum, (sc. in triangulo sphærico rectangulo duo latera circa angulum rectum;) dabitur Inclinatio hypothenusæ sive Viæ Cometicæ ad Eclipticam.

PROPOSITIO XIII.

Iisdem positis, ad datum Tempus Locum Cometæ è Terra visum invenire.

Per Prop. præc. determinetur vestigium Orbitæ Cometæ in plano Eclipticæ, nempe EHNR, ipsaque in spatio Mundano Orbita MLN, punctis N, H, E, M & L eadem quæ prius denotantibus: Capiatur ER ad EH ut spatium inter Observationem primam Tempusque datum, ad quod Cometæ Locus quæritur, ad Tempus inter Observationem primam & quartam: Inveniatur porro (per Prop. XVIII. Lib. III.) Terræ Locus ad Tempus propositum, sc. Q punctum. Rectæ QR, cujus utrumque extremum punctum Q & R notum est, positio (per 26. *Dat.* data) dat Cometæ Longitudinem quæsitam. Porro, capiatur RV ad RN sicut ME ad EN, eritque Latitudo Cometæ ad Tempus datum angulus cujus radius est QR & tangens recta RV.

Atque Motûs Cometæ Ephemerides hoc modo construentur vel graphice vel per calculum.

SCHOLIUM.

Similiter invenietur Distantia Cometæ à Terra, vel in Perigæo vel ad Tempus datum, tam curtata quam in sua Trajectoria, in partibus Diametri Orbis magni expressa; angulus item quem Cometæ Trajectoria continet cum recta Cometam & Terram jungente; vel quem Orbitæ vestigium in plano Eclipticæ continet cum recta à Terra ducta ad Locum Cometæ in Ecliptica.

COROLLARIUM.

Hinc Magnitudo vera tam ipsius Cometæ Nuclei, quam huic circum-

circumfusæ Comæ Atmosphæram referentis determinabitur: Notis enim Cometæ Distantiâ, & Diametro apparente Nuclei & circumfusæ Nucleo Atmosphæræ per Observationem, horum Magnitudo innotescet eodem modo quo Planetarum Magnitudo ex similibus datis eruta est Prop. XLVI. Lib. III. Porro, Caudæ Magnitudo similiter innotescit: Ex cognitis enim Solis & Cometæ Locis notus erit angulus quem Cauda efficit cum recta Terram & Cometam jungente, & Observatione innotescit angulus ad Terram quem Cauda subtendit; ex quibus & data Cometæ Distantia à Terra (latere sc. ad dictos angulos adjacente) nota fiet Caudæ longitudo: Ejus crassities similiter invenietur atque ipsius Cometæ.

SECTIO III.

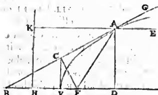
De vera Cometæ Trajectoria determinanda.

Propositionibus aliquot præcedentibus quomodo Cometæ Trajectoria à Phænomenis non nimium abludens investigetur ostendimus, non solum quod hujusmodi Trajectoria plurium Cometarum Locis proxime determinandis sufficiat, quodque Cometam in Recta revera ferri censuerint Philosophi principes aliquammulti, sed etiam quod hæc viam sternant ad veram Trajectoriam Parabolicam vel Ellipticam ex Observationibus describendam, quod in sequentibus faciemus, præmissis prius Propositionibus aliquot de Cometæ Motu in Coni sectione ad ejus pleniorem notitiam facientibus, Lemmatibusque necessariis.

PROPOSITIO XIV. LEMMA.

SI Parabolam VA, *cujus vertex* V, *axis* VD, *tangat recta* GAB *in puncto* A, *ad quam ex Parabolæ foco* F *demittatur normalis* FC; *erit hæc media proportionalis inter rectas* FA *&* FV.

Recta contingens & Parabolæ axis producantur donec concurrant, puta in B: per A ducatur AE parallela, & AD perpendicularis ad axem; eritque (per Prop. XXXV. *Lib.* I. *Elem. Conic.*) BV æqualis VD, & (per bene notam Parabolæ proprietatem Catoptricam) GAE angulus æqualis FAB angulo: Sed GAE æqualis est ABF; unde FAB æqualis est FBA, & ideo FB æqualis FA, & AC æqualis CB: ergo (per *Prop.* II. *El.* VI.) juncta VC parallela est ad AD, hoc est, normalis ad BF. Unde (per *Prop.* VIII. *El.* VI.) CF est media proportionalis inter BF & VF: Sed ostensa est AF æqualis BF; & igitur CF est media proportionalis inter FA & FV. Q. E. D.



COROLLARIUM I.

Hinc sequitur in eadem Parabola esse FC in ratione subduplicata ipsius FA, sive esse hanc FC ad aliam quamvis FC in subduplicata ratione hujus FA ad alteram FA dictæ alteri FC congruam: Nam cum VF constans sit & invariata, erit FC*q* ut ipsa FA, ideoque ipsa FC recta in subduplicata ratione rectæ FA.

COROLLARIUM 2.

Si in FV producta capiatur VH æqualis VF, & agatur infinita HK ad VC parallela, in quam ex quovis Parabolæ puncto A demittatur normalis AK; erit hæc æqualis FA distantiæ puncti A à foco. Et è converso si AK, normalis ab A in HK rectam, æqualis fuerit rectæ AF; erit punctum A ad Parabolam supra descriptam, cujus focus F & vertex V.

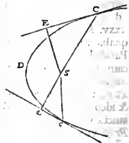
Primum hinc patet quod BV æqualis sit VD (per *Prop.* XXXIII. *Lib.* I. *Conic.*) & HV per constructionem æqualis VF, & ideo BF æqualis HD: sed prius ostensa est AF æqualis BF, & per (*Prop.* XXXIV. *El.* I.) KA ipsi HD æqualis; unde KA & FA æquantur.

Secundum vero hinc: ex hypothesi AK æqualis est AF, quare punctum A est in recta perpendiculari ad junctam FK ex puncto ejus medio excitata. Si jam Parabola vertice V & foco F descripta non transeat per A, transeat per aliud quodvis rectæ KA (ejusve productæ) punctum, puta α: quare (per supra ostensa) Fα æqualis est Kα; unde punctum α est in prædicta perpendiculari ad FK ex ejus puncto medio excitata. Dicta igitur perpendicularis occurret rectæ KA in duobus punctis A & α, quod est absurdum; Parabola igitur foco F & vertice V descripta transibit per A, si fuerit AK æqualis AF.

PROPOSITIO XV.

SI corpus moveatur in Parabola, (dum urgetur à viribus ad Parabolæ focum tendentibus, quæ sunt quadrato distantiæ à foco reciproce proportionales,) ejus velocitas in quovis Parabolæ puncto est reciproce in subduplicata ratione distantiæ à Parabolæ foco.

Sit DC Trajectoria corporis Parabolica, cujus focus est S: Patet (ex Corol. 2. Prop. XLI. Lib. I.) ejus velocitatem in puncto C esse reciproce ut SE perpendiculum à foco S in rectam CE tangentem Parabolam in C, sive velocitatem corporis in C esse ad ejusdem velocitatem in *c* ut S*e* ad SE: Sed (ex Corol. I. Prop. præc.) S*e* est ad SE in subduplicata ratione rectæ S*c* ad rectam SC; & igitur velocitas corporis in C est ad ejus velocitatem in *c* in subduplicata ratione rectæ S*c* ad rectam SC; hoc est, corporis velocitas est inverse in subduplicata ratione ejus distantiæ à foco. Q. E. D.



PROPOSITIO XVI.

Iisdem positis, velocitas corporis in quovis Parabolæ puncto est ad velocitatem corporis revolventis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem distantiam descripto, ut diameter quadrati ad ejusdem latus.

Nam (per Corol. 1. Prop. XLI. Lib. I.) velocitas corporis in Parabola moti in minima à foco distantia (hoc est, in vertice Parabolæ) est ad velocitatem corporis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem distantiam gyrantis, in subduplicata ratione principalis lateris recti Parabolæ ad duplam distantiam verticis à foco: Sed Parabolæ latus rectum principale æquale est quadruplo distantiæ inter Parabolæ focum & verticem; & igitur velocitas corporis in Parabola ut dictum est moti, dum in vertice ejus versatur, est ad velocitatem corporis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem distantiam gyrantis, in subduplicata ratione quaternarii ad binarium, sive binarii ad unitatem; hoc est, in ipsa ratione quam diameter quadrati habet ad ejusdem latus. Rursus (per Prop. præc.) velocitas corporis, in alio quovis ad libitum assumpto puncto versantis, est ad ejus velocitatem in vertice in subduplicata ratione distantiæ verticis à foco ad distantiam alterius istius assumpti puncti ab eodem: Et (per Prop. XXVII. Lib. I.) si corpora, quæ urgentur à viribus quadrato distantiæ à centro reciproce proportionalibus, describant circa datum centrum circulos ad easdem distantias cum prædictis punctis in Parabola, erit corporis in circulo per assumptum istud punctum transeunte gyrantis velocitas ad velocitatem corporis gyrantis in circulo per verticem Parabolæ traducto in subduplicata ratione distantiæ verticis à foco ad distantiam alterius istius assumpti puncti ab eodem; hoc est, in eadem ratione in qua mox ostensæ sunt velocitates corporis in Parabola lati ad easdem distantias. Et igitur permutando velocitas corporis in Parabola moti ad punctum pro lubitu assumptum est ad velocitatem gyrantis in circulo ad eandem distantiam ut velocitas corporis in Parabola moti ad verticem ad velocitatem revolventis in circulo ad distantiam dicti verticis; hoc est, ut supra ostensum, in ratione diametri quadrati ad ejusdem latus. Q. E. D.

PROPOSITIO XVII.

Velocitas cujusvis Cometæ est ad velocitatem Planetæ cujuslibet primarii in subduplicata ratione duplæ distantiæ Planetæ à Sole ad distantiam Cometæ ab eodem.

Ex Libro primo constat Cometæ semitam circa Solem, etiamsi Elliptica sit, propter magnam Ellipseos istius excentricitatem esse fere Parabolam in cujus foco est Sol; eâ saltem ejus parte, quâ in regionem Planetariam immersa Observationi nostræ subjicitur, à Parabola sensibiliter non differre: Et ex Libro tertio palam est Planetarum primariorum Orbitas propter parvam excentricitatem à

Circulis Soli concentricis parum abludere. Unde ex Prop. præc. patet velocitatem Cometæ esse ad velocitatem Planetæ primarii ad eandem cum Cometa distantiam revoluti in subduplicata ratione binarii ad unitatem. Et velocitas hujus fictitii Planetæ ad velocitatem alterius cujusvis Primarii ad distantiam quamvis gyrantis (per Prop. XXVII. Lib. I.) est in subduplicata ratione distantiæ dicti ultimi hujus Primarii veri à Sole ad distantiam ficti illius, hoc est, distantiam ipsius Cometæ ab eodem: Et igitur ratio velocitatis Cometæ ad velocitatem Planetæ cujusvis primarii, ex binis prædictis composita, æqualis est subduplicatæ rationi duplæ distantiæ Planetæ à Sole ad distantiam Cometæ ab eodem. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Hinc velocitas Cometæ comparari poterit cum velocitate cujuslibet Primarii (*v. g.* Telluris) circa Solem delati, si nota sit ratio inter distantiam Cometæ à Sole & mediocrem dicti Planetæ distantiam ab eodem.

PROPOSITIO XVIII.

Sit Parabola quælibet PAB *cujus focus* S, *hujusque arcus quivis* ACB *cujus chorda* AB *bisecta in* M *puncto, per quod ducatur recta* MV *ad axem Parabolæ* SX *parallela Parabolæ occurrens in* V, *& producatur ad* G, *ita ut* MV *dupla sit ipsius* VG; *jungatur* GS *secans* AB *in* Q, *& producatur ad* E, *ita ut* SE *dupla sit ipsius* SG: *si Cometa describat arcum Parabolicum* ACB *circa Solem* S (*ut in Prop.* XXXV. *Lib.* I.) *recta* EC, *conjungens Cometam ubivis in dicto arcu repertum* (*ut ad* C) *& punctum* E *superius determinatum, secabit chordam* AB *in* D, *ita ut* AD *sit quamproxime ad* DB *ut Tempus quo Cometa describit arcum* AC *ad Tempus quo arcum* CB *describit.*

Jungantur rectæ SB, SD, SC, GA & AV; ducatur etiam GD Parabolæ in K occurrens. Quoniam MV est ipsi SX parallela, secabit hæc (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *El. Conic.*) omnes rectas ipsi AB parallelas à Parabola terminatas in duas partes æquales, adeoque segmentum Parabolicum sub curva AVB & recta AB comprehensum in duas portiones æquales sive semisegmenta AHVM & BCVM dividet. Per V ducatur VF ad AB parallela, (quæ per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *El. Conic.* Parabolam in V continget,) rectæ GD occurrens in F, & ductæ concipiantur rectæ SF, CF.

Quoniam ex constructione est MV ipsius VG dupla, & ES ipsius SG etiam dupla, erit MV ad VG sicut ES ad SG: Sed propter parallelas VF & MD, est (per *Prop.* II. *El.* VI.) DF ad FG ut MV ad VG; & igitur DF est ad FG sicut ES ad SG. Recta igitur SF rectæ EC parallela erit per *Prop.* II. *El.* VI; & ideo triangula DSC, DFC (per *Prop.* XXXVII. *El.* I.) æqualia: Sed triangulum DFC est proxime æquale trilineo DKC propter viciniam punctorum F & K; triangulum igitur DSC trilineo DKC proxime æquale erit. Porro, triangulum MAG est (per *Prop.* I. *El.* VI.) trianguli MAV sesquialterum, cum eundem habeant verticem A & basis GM sit sesquialtera basis VM: Triangulum

gulum vero AVM (per *Prop.* XXIV. *Archimed.* de *Quadrat. Parab.*) subsesquitertium est semisegmenti AHVM; ideoque AGM triangulum semisegmenti AHVM est sesquioctavum, in ratione nimirum composita ex rationibus sesquialtera & subsesquitertia. Rursus, triangulum MGD similis trianguli VGF noncuplum est, cum latus MG lateris homologi VG sit triplum; adeoque triangulum MGD trapezii MVFD sesquioctavum: Triangulum igitur AGM est ad semisegmentum AHVM sicut triangulum MGD ad trapezium MVFD; & vicissim semisegmentum AHVM est ad trapezium MVFD ut triangulum AGM ad triangulum MGD, hoc est (per *Prop.* I. *El.* VI.) ut AM recta ad rectam MD. Sed trapezium MVFD est proxime æquale portioni segmenti Parabolici MVKD sub rectis KD, DM, MV & curvæ Parabolicæ particula VK comprehensæ: Et igitur semisegmentum AHVM est proxime ad portionem MVKD ut AM recta ad MD rectam. Quare semisegmentum AHVM auctum portione MVKD (hoc est, area Parabolica AHVKDA) est ad semisegmentum eâdem portione multatum (hoc est, portionem BCKDB) sicut AM & MD simul ad MB minutam ipsâ MD, sive ut AD ad DB; & triangulum ASD est ad triangulum BSD (per *Prop.* I. *El.* VI.) etiam ut AD ad DB; ergo spatium SAHVKDS est ad spatium SBCKDS sicut AD ad DB. Si jam priori spatio addatur trilineum DKC, & à summa auferatur triangulum DSC, dicto trilineo per jam ostensa æquale, conficietur spatium SAHKCS dicto priori æquale. Similiter, si posteriori spatio addatur triangulum DSC, & à summa auferatur illi æquale trilineum DKC, conficietur spatium SBCS dicto posteriori æquale. Recta igitur AD est ad DB rectam proxime ut spatium SAHVCS ad spatium SCBS. Sed spatium SAHVCS est area quam Cometa radio ad Solem ducto verrit dum arcum Parabolicum AC describit, & spatium SBCS est area quam idem Cometa similiter verrit dum arcum CB describit; & areæ hæ (per Prop. XI. Lib. I.) sunt ut tempora quibus Cometa arcus AC & CB describit: Recta igitur AD est ad DB rectam proxime ut tempus quo Cometa describit arcum Parabolicum AC ad tempus quo arcum CB describit. Sed punctum C (Cometæ locus) sumptum est ad libitum: universaliter igitur recta EC rectam AB ita dividit in D, ut AD sit proxime ad DB ut tempus quo Cometa describit arcum AC ad tempus quo arcum CB describit. Q. E. D.

Scholium.

Si punctum C coincidit cum arcûs Parabolici vertice V, tum erit accurate AD ad DB ut tempus quo Cometa describit arcum AC

ad tempus quo arcum CB deſcribit. Nam (in ſchemate annexo caſui huic accommodato) eſt (ut prius) triangulum ASD ad triangulum BSD ut AD ad DB, & etiam ſemiſegmentum AHVM minutum trapezio MVFD eſt ad ſemiſegmentum BVM auctum eodem trapezio MVFM ut AD ad DB: Sed trapezium MVFD conflatur ex binis triangulis DMV & DFV; & igitur triangulum ASD + ſemiſegment. AHVM − triang. DMV − triang. DFV eſt ad triangulum BSD + ſemiſegment. BVM + triang. DMV + triang. DFV ut AD ad DB. Loco trianguli DFV ponatur huic æquale triangulum DSC; eritque triangulum ASD + ſemiſegment. AHVM − triang. DMV − triang. DSC ad triangulum BSD + ſemiſegment. BVM + triang. DMV + triang. DSC ſicut AD ad DB; hoc eſt, area ASCHA eſt ad aream CSBC, ſive (per Prop. XI. Lib. I.) tempus quo Cometa deſcribit arcum AC ad tempus quo arcum CB deſcribit, ſicut AD recta ad rectam DB: idque accurate; nam non aſſumptum eſt ſpatium curvilineum rectilineo proxime æquale ut in Prop. factum, cum punctum C diverſum eſſet ab V.

COROLLARIUM I.

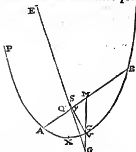
Hinc ſequitur quod quo propius fuerit punctum C ſegmenti vertici V, eo magis accurate dividitur chorda AB per rectam EC in duo ſegmenta AD, DB habentia rationem temporum quibus Cometa percurrit arcus AC, CB: nam ſi coincidit cum V, illud exacte fit; ſin ſecus, proxime. Advertendum tamen quod error minor erit ſi C diſtet ab V verſus B, quam ſi ab eodem verſus A tantundem diſtet; quoniam Parabolæ portio VA, vertici principali X propior, curvior eſt & à tangente recta VF citius declinat, quam portio VB ab X remotior. Atque hinc fit quod ſi quærantur tria temporis momenta quibus Cometa in Parabolæ punctis (qualia ſunt A, C & B) verſatur, talibus ut recta EC ſecet chordam AB in D, ita ut AD ſit ad DB accurate ut tempora bina inter terna momenta intercepta, oporteat dicta tempora eſſe fere inter ſe æqualia. Nam in Trajectoriæ Parabolicæ portionibus Obſervationi noſtræ ſubjectis, punctum D (ubi recta verticem V & punctum E conjungens ſecat chordam AB) non procul diſtat à chordæ medio puncto M. Oportet autem temporis intervallum illud, ubi Cometa tardius movetur, paulo majus eſſe altero: Patet enim Cometâ in V exiſtente, ubi accuratiſſime fit quæſitum, eſſe DB rectam majorem quam AD, hoc eſt, tempus quo Cometa (per Prop. XV. tum tardior) deſcribit arcum BC majus tempore quo idem Cometa velocior deſcribit arcum AC. Tutius autem aſſumentur tempora haud admodum inæqualia, ut punctum D declinet

Digitized by Google

clinet potius verſus B quam A, propter rationem ſupra allatam; nempe quod error minor erit ſi c diſtat ab V verſus B, quam ſi inde diſtat verſus A.

COROLLARIUM 2.

Si ſegmenti vertex V non multum diſtet à Parabolæ vertice principali X, nec punctum c ab V, recta S c, ex ipſo Parabolæ foco S educta, dividet chordam AB in γ fere in ratione Temporum quibus Cometa arcus AC & CB deſcribit. Quod ſi SV admodum fuerit magna reſpectu ipſius MV, erit MQ ipſius Qγ tripla: Nam in iſto caſu rectæ SQG, SγV ſunt pro parallelis habendæ; adeoque (per *Prop.* II. *El.* VI.) MQ eſt ad Qγ ſicut MG ad GV; hoc eſt, ex conſtructione, ut 3 ad 1.



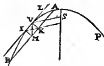
COROLLARIUM 3.

Iiſdem manentibus, erit QE æqualis 3QS + 3MV: Nam per conſtructionem SE = 2SG, adeoque GE = 3SG, hoc eſt, GE = 3SQ + 3QG; ſi ergo ab utraque parte auferatur QG, erit QE = 3SQ + 2QG: Sed ob QG, γV parallelas, QG eſt ad γV ſicut MG ad MV; hoc eſt, ſicut 3 ad 2; quare 2QG = 3γV: & γV æqualis MV, cum anguli γMV, MγV ſint æquales, quia rectæ SV & MV æquales angulos faciunt cum recta tangente Parabolam in V, quæ (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *Conic.*) eſt chordæ AB parallela, ideoque 3MV = 2QG; & igitur QE = 3QS + 3MV. Si poſitio rectæ AB paululum mutetur, erunt præcedentia omnia etiamnum proxime vera.

PROPOSITIO XIX. LEMMA.

SI in Parabola BAP, *cujus focus* S, *ductâ chordâ* AB *abſcindatur ſegmentum* AVB, *cujus vertex* V, *diameter* VM *chordæ occurrens in puncto medio* M, *&* *ex* M *ad* AB *excitetur normalis* MI *rectæ* LV *ad* AB *parallelæ occurrens in* I, *&* *compleatur parallelogrammum* VIMK; *coeuntibus punctis* V *&* M, *ſive naſcente ſegmento* AVB, *diagonalis* IK *producta in* S *incidit.*

Nam (per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *Elem. Conic.*) recta LI Parabolam in V contingit, unde angulus SVL æqualis eſt angulo MVI: Sed quia parallelogrammum MKVI eſt rectangulum, angulus KIV eſt æqualis angulo MVI; & igitur angulus KIV æqualis angulo SVL, ideoque (per *Prop.* XXVIII. *El.* I.) IK parallela eſt ad VS, atque hoc ſemper: coeuntibus igitur punctis I & V, hoc eſt, coeuntibus punctis M & V, recta IK producta per focum S tranſit. Q. E. D.



COROLLARIUM.

Hinc ſequitur, quod ſi ab aliquo Parabolæ puncto C, ſegmenti

ACB vertici propinquo, ducatur recta CI chordæ AB parallela, rectæ MI occurrens in I, & jungatur SI chordam in K interſecans, & compleatur parallelogrammum IMKV; erit punctum V ſegmenti vertex proxime, ſi diſtantia foci immenſe major fuerit quam rectarum CI, IM vel MK quævis. Geometris enim notum eſt immenſitatem rectæ SK, reſpectu rectarum CI, IM, MK, tantundem præſtare eodemque redire cum evaneſcentia ſegmenti AB, in quo caſu propoſitum ex hactenus dictis patet.

PROPOSITIO XX.

Sit Parabola quælibet PAB, *cujus focus* S; *Parabolæ arcus quivis* AVB, *cujus chorda* AB, *vertex* V, *diameter* MV; *jungatur recta* SV *& producatur ad* L *&* R, *ita ut* VL *ſit pars tertia ipſius* MV, *&* SR *tertia proportionalis ipſis* SV, SL; *Cometa, quo tempore deſcribit arcum Parabolicum* AVB *circa Solem* S, *ſi progrederetur æquabiliter ea cum velocitate quam habet in diſtantia à Sole æquali* SR, *deſcriberet lineam chordæ* AB *æqualem.*

Recta SV chordæ AB occurrat in Z: Cumque ſint anguli FVM, GVZ æquales, ideoque & hiſce alterni in duabus parallelis AB, GF, ſc. ZMV, MZV etiam æquales, & rectæ VZ, VM æquales ſunt. Porro (per Corol. 5. Prop. XLI. Lib. I.) ſi Cometa Parabolam PAB deſcribens, quo tempore deſcribit arcum AVB, velocitate quam habet in V progrederetur æquabiliter in recta tangente VF; area, quam radio ad Solem ducto deſcriberet, æqualis eſſet areæ Parabolicæ AVBSA: Cumque SV eodem angulo inclinetur ad tangentem VF quo SZ ad AB, ſpatium contentum ſub longitudine in tangente (ut dictum eſt) deſcripta & SV eſſet ad ſpatium contentum ſub recta AB & SZ ut area Parabolica AVBSA ad triangulum ASB; hoc eſt, ut triangulum ASB + ſegment. Parabolic. AVB ad triangulum ASB; id eſt, ut triang. ASB + $\frac{2}{3}$ parallelogrammi AGFB ad triangulum ASB; hoc eſt, ut AB × $\frac{1}{2}$ZS + AB × $\frac{2}{3}$MV ad AB × $\frac{1}{2}$ZS; hoc eſt (applicando ad AB) ut $\frac{1}{2}$ZS + $\frac{2}{3}$MV ad $\frac{1}{2}$ZS, ſive ut ZS + $\frac{4}{3}$MV ad ZS. Sed VL facta eſt æqualis $\frac{1}{3}$MV, & prius oſtenſa eſt ZV æqualis ipſi MV; adeoque ZL æqualis $\frac{4}{3}$MV. Et igitur ſpatium contentum ſub longitudine in tangente deſcripta & SV eſſet ad ſpatium contentum ſub AB & ZS ut SZ + ZL ad SZ; hoc eſt, SL ad SZ. Et applicando hujus analogiæ antecedentes ad SV, & conſequentes ad SZ, erit longitudo in tangente deſcripta ad chordam AB ſicut $\frac{SL}{SV}$ ad $\frac{SZ}{SZ}$ ſive unitatem; hoc eſt, ut SL ad SV. Porro (per Prop. XV.) velocitas Cometæ Parabolam

bolam describentis, in distantia à Sole sive altitudine SV, est ad ejusdem velocitatem in altitudine SR in subduplicata ratione SR ad SV; hoc est, ut SL ad SV: Et longitudines eodem tempore percursæ per mobilia æquabiliter lata sunt ut velocitates; longitudo igitur in tangente descripta est ad longitudinem æquali tempore (nempe quo Cometa arcum Parabolicum AVB percurrit) descriptam à Cometa æquabiliter lato, ea cum velocitate quam habet in altitudine SR, ut SL ad SV. Cum igitur longitudo dicta in tangente descripta eandem habeat rationem (nempe quam SL habet ad SV) ad chordam AB atque ad longitudinem quam percurreret Cometa, motus ea cum velocitate quam in altitudine SR habet, per tempus æquale illi quo idem Cometa arcum AVB describit; æquales erunt inter se istæ longitudines, nempe chorda AB & longitudo à Cometa percursa ea cum velocitate quam in altitudine SR habet, eoque tempore quo idem Cometa arcum AVB describit. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Si SV sit magna admodum respectu VL, tres geometrice proportionales SV, SL & SR erunt etiam arithmetice proportionales proxime; hoc est, LR erit æqualis VL sive trienti ipsius MV, adeoque VR bessi ipsius MV proxime æqualis. Et igitur Cometa æquabiliter motus, ea cum velocitate quam habet in altitudine sive distantia à Sole æquali $SV + \frac{1}{3}MV$ eoque tempore quo describat arcum Parabolicum AVB, percurreret longitudinem dicti arcûs chordæ AB æqualem.

PROPOSITIO XXI.

In eadem figura, si Cometa è quiete demitteretur ex altitudine LS *ut caderet versus Solem* S, *& eâ vi centripetâ nec auctâ nec minutâ deinde urgeretur quâ in* L *urgebatur; Cometa hic semisse temporis, quo arcum Parabolicum* AVB *describat, descendendo percurreret rectam rectæ* MV *æqualem.*

Per Prop. præc. quo tempore Cometa describit arcum Parabolicum AVB, si moveretur æquabiliter velocitate quam habet in Parabola ad altitudinem sive à Sole distantiam æqualem SR, describeret longitudinem chordæ AB æqualem: Sed velocitas Cometæ in Parabola ad altitudinem SR (per Prop. XVI.) est ad velocitatem corporis ad eandem à Sole distantiam gyrantis in circulo, in cujus circumferentia vi suæ gravitatis retinetur, in subduplicata ratione binarii ad unitatem; arcus igitur quem corpus in circulo, cujus semidiameter SR, latum percurrit tempore quo Cometa arcum Parabolicum AVB describit, est ad arcûs Parabolici chordam AB ut 1 ad $\surd 2$, ac proinde æqualis $\frac{AB}{\surd 2}$. Sed (per Corol. 1. Prop. XXV. Lib. I.) corpus quodvis è quiete demissum versus Solem, eâdem vi centripetâ perpetuo urgente, (ut hic supponitur,) semisse temporis quo percurrit arcum circuli distantiâ à Sole istâ unde deciderat tanquam radio descripti, cadit per spatium æquale quadrato semissis dicti arcûs

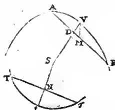
 circu-

circularis (hoc est, quadrato semissis $\frac{AB}{\sqrt{2}}$) ad circuli diametrum sive 2 SR applicato; hoc est, quadrato $\frac{AM}{\sqrt{2}}$ applicato ad 2 SR, sive $\frac{AMq}{4SR}$. Spatium igitur per quod corpus è quiete ex altitudine RS demissum cadendo percurrit, semisse temporis quo Cometa arcum Parabolicum AVB describat, æquale est $\frac{AMq}{4SR}$. Sed (per Prop. XLII. Lib. I.) vis centripeta sive gravitas acceleratrix versus Solem ad distantiam SL est ad gravitatem acceleratricem versus eundem ad distantiam SR ut SRq ad SLq; hoc est, ob proportionales SR, SL, SV, ut SR ad SV: Et igitur cum Cometa motu omni privatus & ex R demissus, semisse temporis quo arcum Parabolicum AVB describat, cadat versus Solem per spatium æquale $\frac{AMq}{4SR}$; idem pari tempore ex L similiter demissus cadendo versus Solem percurret spatium quod est ad $\frac{AMq}{4SR}$ ut SR ad SV; hoc est, spatium æquale $\frac{AMq}{4SV}$. Porro, ex Parabolæ natura 4SV est latus rectum diametri VM; hoc est, rectangulum sub 4SV & VM æquale est quadrato ipsius AM, ideoque $\frac{AMq}{4SV}$ ipsi VM rectæ est æqualis: Cometa igitur motu omni privatus & demissus de altitudine LS ut versus Solem S cadat, si Vi acceleratrice sive gravitate uniformi urgeatur æquali illi quâ in dicta altitudine SL urgebatur, semisse temporis quo arcum Parabolicum AVB describat, cadet per rectam rectæ VM æqualem. Q. E. D.

PROPOSITIO XXII. LEMMA.

Si ex puncto S, *Parabolæ* AVB *foco & Circuli* T*t*τ *centro, ducantur æquales rectæ* SV *&* S*t*, *ducantur item rectæ* AB, Tτ, *chordæ arcuum quorum vertices* V *&* t, *secantes rectas* SV, S*t* *in punctis* D *&* N, *ita ut* VD *&* *t*N *sint æquales & admodum parvæ respectu rectarum* SV *&* S*t*; *erit chorda* AB *ad diametrum quadrati, cujus latus est chorda* Tτ, *in subduplicata ratione rectæ* S*t* *ad* SD *rectam.*

Per V ducatur VM Parabolæ axi parallela, chordæ occurrens in M, quæque (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *Conic.*) erit segmenti AVB diameter, cujus parameter est quadrupla rectæ SV, adeoque AMq = 4SV×VM. Cumque sit (per *Prop.* XXXV. *El.* III.) TNq = $\overline{tS+SN}$×tN = (quia St = SN) 2St×tN; erit AMq : 4SV×VM :: TNq : 2St×tN, ideoque (sumendo antecedentium quadrupla & permutando) erit ABq : Tτq :: 4SV×VM : 2St×tN. Sed (per ostensa in demonstratione Prop. XX.) VM = VD, & ex hypoth. VD = tN; applicando igitur præcedentis analogiæ tertium terminum ad VM & quartum ad tN, erit ABq : Tτq :: 4SV : 2St; hoc est (propter SV & St ex hypothesi æquales) ABq : Tτq :: 2St : SV; id est, ut 2St ad SV sive SD: & duplicando consequentes, ABq : 2×Tτq :: 2St : 2SD; hoc

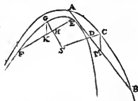


hoc eſt, ut S*t* ad SD: Ideoque AB ad $\sqrt{2 \times TT}$ in ſubduplicata ratione S*t* ad SD. Q. E. D.

PROPOSITIO XXIII. LEMMA.

SI communi foco S *deſcribantur duæ quævis Parabolæ* ACB, EGF, *in quibus ductæ chordæ* AB *&* EF *abſcindant ſegmenta quorum vertices* C *&* G, *eâ lege ut ductis rectis* SC *&* SG *prædictas chordas in* D *&* H *ſecantibus, ſit* CD *æqualis* GH; *dico* AB *eſſe ad* EF *in ſubduplicata ratione rectæ* SC *ad rectam* SG.

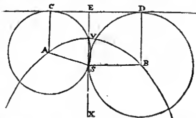
Per C ducatur CM ſegmenti ACB diameter, & per G recta GK ſegmenti EGF diameter, chordis reſpectivis in M & K occurrentes. Harum diametrorum parametri æquantur quadruplis SC, SG, ut ſuperius oſtenſum; eritque (per *Prop.* XLIX. *Lib.* I. *Conic.*) $AMq = 4SC \times CD$, & $EKq = 4SG \times GH$: Unde AMq eſt ad EKq ſicut $4SC \times CD$ ad $4SG \times GH$, hoc eſt (ob æquales CD & GH) ſicut SC ad SG; & igitur AM eſt ad EK in ſubduplicata ratione SC ad SG. Unde eſt AB (ipſius AM dupla) ad EF (ipſius EK duplam) in ſubduplicata ratione SC ad SG.



PROPOSITIO XXIV.

CIrca datum focum Parabolam deſcribere, quæ per data duo puncta tranſeat.

Sit datus focus S, puncta duo data per quæ Parabola incedere debet A & B. Centris A & B, diſtantiis AS & BS ducantur duo circuli, & ducatur (per *Conſtr. Prop.* CXVIII. *Lib.* VII. *Pappi Collect. Math.*) recta CD utrumque contingens, in quam ex S puncto demittatur perpendicularis SE, quæ biſecetur in V. Vertice V, axe VSX rectâ & latere recto æquali quadruplæ rectæ VS (per *Prop.* LII. *Lib.* I. *Conic.*) deſcribatur Parabola: Erit hæc quæſita.



Quod S ſit deſcriptæ Parabolæ focus conſtat exinde, quod in axe Parabolæ diſtat ab illius vertice quartâ parte lateris recti, quæ eſt notiſſima foci Parabolæ proprietas. Quod vero hæc per puncta A & B tranſeat, ſic patet: Parabolæ axis VX ultra verticem productus eſt ad E, ita ut VE ſit æqualis VS diſtantiæ foci à vertice; & per E ducta eſt CED recta ad axem Parabolæ perpendicularis, & punctum A tale eſt ut AS ejus diſtantia à foco æqualis ſit AC, quæ (per *Prop.* XVIII. *El.* III.) perpendicularis eſt ex A ad CD rectam: Unde (per Corol. 2. Prop. XIV.) Parabola ſupradeſcripta per A tranſit, & propter ſimiles rationes tranſit etiam per B. Q. E. F.

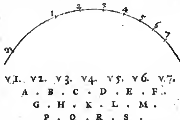
Potuiſſet

Potuisset hoc Problema solutum censeri per Prop. xxv. Lib. III. ut ibidem notatum; verum propter insignem ejus usum, hunc locum illi concedimus. Duo data puncta in Parabola idem hic præstant atque tria illic in Ellipsi, quoniam uni puncto æquivalet data in omni Parabola ratio inter latus rectum & transversum. Non opus est apponere calculum trigonometricum, quo Parabolæ vertex, parameter &c. determinantur: hæc enim ex subnexis Prop. XXVI. Lib. III. satis sunt manifesta.

PROPOSITIO XXV.

EX observatis aliquot Cometæ Locis invenire Locum ejus ad Tempus quodvis intermedium datum; & Tempus, quo Locum intermedium datum occupabit, determinare.

Sit linea ♈123 Via Cometæ apparens, sintque Loca observata 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ita ut æquale Tempus labatur inter momentum quo Cometa in punctis 1 & 2 observatus erat, ei quod elapsum est dum à 2 ad 3 pervenit, vel à 3 ad 4, vel à 4 ad 5, & ita denuo. Vocetur illud T. Sumantur horum Locorum à puncto fixo ♈ computatorum ♈1, ♈2, ♈3, ♈4, ♈5 &c. (ut Astronomis solenne est) differentiæ primæ, ipsi sc. arcus 12, 23, 34, 45, &c. quas vocabimus A, B, C, D, E, F: Sumantur rursus eorum differentiæ secundæ sive differentiarum primarum differentiæ G, H, K, L, M; tum harum differentiarum secundarum differentiæ sive



arcuum ♈1, ♈2, ♈3 &c. differentiæ tertiæ P, Q, R, S; & ita denuo, donec ad differentias perveniatur nihilo æquales, nempe immediate præcedentium æqualium differentiarum differentias. Temporum æqualium in percurrendis arcubus A, B, C &c. insumptorum unumquodque (sc. T) divisum intelligatur in partes æquales quotvis, (quo plures eo accuratius omnia fient,) atque arcus quolibet Tempore T à Cometa percursus dispertiatur in tot partes in quot T dividitur, tales ut harum partium ab ♈ computatarum similes differentiæ sint nihilo æquales atque ipsarum ♈1, ♈2, ♈3, ♈4 &c; & eodem ordine progrediantur versus easdem partes auctæ vel minutæ, utque harum una in medio sita toties contineatur in integro arcu, quoties Tempus cui hic contingit in integro tempore continetur, quod in Calculo Astronomico versanti perfacile erit: *ex. gr.* si datorum arcuum ♈1, ♈2, ♈3, ♈4 &c. differentiæ tertiæ deprehensæ fuerint nihilo æquales, tum ab ♈ ad divisiones ipsorum A, B, C &c. computatorum arcuum differentiæ tertiæ sint etiam nihilo æquales; si illic differentiæ tantum quartæ æquentur nihilo, hic differentiæ quartæ etiam evanescant, & ita in cæteris; & puncta divisionis

arcuum

arcuum erunt Loca Cometæ ad momenta Temporis analoga: Intermedii vero arcus poterunt tuto censeri à Cometa æquabiliter percurri.

Etenim hoc modo fiet ut arcus quilibet 12, 23, 34 vel 45 percurratur à Cometa secundum eandem legem moto atque arcus totus 17: ex constructione enim prædictorum arcuum quilibet ejusque pars quævis tot partes continens quot 17 arcus continet 12, 23, 34 &c. similiter dividitur atque ipse arcus in punctis 2, 3, 4, 5, 6; & cum Tempora inter momenta, quibus Cometa ad puncta hæc appellit, sint æqualia, sicut & illa quibus arcus 12, 23, 34, 45 &c. describuntur; patet Cometam ad inventa puncta appellere Temporibus notis congruis, siquidem Cometa eodem tenore movetur dum arcuum horum quemlibet describit, quo movebatur dum arcus præcedentes & subsequentes describeret, quod in motu quovis naturali obtinere patet. Notis vero Temporis momentis, quibus Cometa ad puncta cognita appellit, & supposito præterea Cometam intermedios parvos arcus æquabiliter percurrere, quod tuto fiet si hi arcus (ipsorum sc. 12, 23, 34, 45 &c. partes) satis sint parvi, hoc est, si T in satis multas partes divisum supponatur; dato quolibet Tempore intermedio inter momenta quibus Cometa tenebat puncta 1 & 7, innotescet Locus quem Cometa tenet: Et vicissim Tempus innotescet quando ad datum inter 1 & 7 Locum appellit.

SCHOLIUM.

Artifices communiter prædictum Tempus T constituunt Diem naturalem. Quod si Cometam observare non detur præcise post 24 Horas elapsas, ejus Locum unâ alterâve Horâ ante vel post observatum reducunt ad finem Diei naturalis, supponendo motum interea factum esse æquabilem, quod in tantillo Temporis spatio errorem sensibilem inducere nequit. Diem naturalem, sive Tempus per T in Prop. designatum, in hac praxi dividunt in partes quatuor sive senas Horas, quod satis esse ducunt, nisi Cometæ motus sit valde acceleratus vel retardatus, & exactissime sit procedendum; in quo casu illud (saltem senas istas Horas, in quibus invenitur datum Tempus ad quod Cometæ Locus est inveniendus) in Horas singulas dispertiunt, tutoque tandem supponunt Cometæ motum Horâ unicâ factum esse æquabilem.

Accidit plerumque quod, in exactissimis Cometæ Observationibus, Locorum à fixo initio computatorum differentiæ tertiæ, quæ in schemate per P, Q, R, S designantur, sint nihilo æquales, sive quod illorum differentiæ secundæ G, H, K, L, M, hoc est, ipsorum arcuum A, B, C, D, E, F differentiæ primæ sint invicem æquales: Ideoque arcum à Cometa spatio 24 Horarum percursum dividunt Artifices in 24, tales ut qui Horæ duodecimæ contingit arcus sit pars vigesima quarta arcûs spatio Diei naturalis à Cometa ex observatione percursi; sive potius (cum arcus hic non sit præcise in medio, sed una cum arcu Horæ sequenti congruo locum medium inter se partiantur) ut arcus bini Horis hisce binis contingentes simul sumpti partem

 efficiant

efficiant duodecimam arcûs ſpatio diurno deſcripti, utque harum partium differentiæ primæ ſint etiam invicem æquales, ſive differentiæ ſecundæ nullæ, tandemque ut earum majores ſint ad eandem plagam, reſpectu minorum, ad quam ſunt in arcubus A, B, C, D, E, F, & cuique Horæ tribuunt eodem ordine unam ex dictis partibus. Sic enim fiet ut Cometa eodem tenore, ſimiliterque acceleratus vel retardatus, deſcribat arcum quemvis ſpatio unius Diei quo deſcripſit arcum 15 ſpatio quatuor Dierum: Nam quatuor tantum requiruntur Dierum invicem proximorum Obſervationes ut innoteſcat num arcuum 12, 23, 34, 45 differentiæ primæ ſint invicem æquales. Et ſi Tempus propoſitum intra alios quaternos Dies cadat, rurſus inveſtigant quænam differentiæ invicem æquentur, & ſimiliter procedunt atque prius.

Non ſolum modus hic adhibetur ut Cometæ Locus in Via ſua apparente ad datum Tempus intermedium determinetur, ſed etiam (diviſo motu Cometæ ut communiter fit in Longitudinem & Latitudinem, Aſcenſionem rectam & Declinationem, vel ejuſmodi alias) ut ex obſervatis aliquot ejus Locis ſecundum harum utramvis inveniatur illius Locus ſecundum eandem, ad Tempus intermedium datum: etenim hic ſupponitur tantum quod Cometæ motus, ſecundum quamvis directionem conſideratus, eodem tenore progreditur quovis Die uno, quo in pluribus ante & poſt illum Diebus.

Hæc Methodus per differentias procedendi etiam in aliis pluribus (*ex. gr.* Tabulis ad minores diviſiones ſupputandis) uſus habet inſignes, de quibus fuſe actum à R. P. *Gabriele Mouton Lugdunenſi*, qui hujuſmodi interpolationes perficere docet in Libro *De Obſervationibus Diametrorum Solis & Lunæ apparentium.*

PROPOSITIO XXVI.

Cometæ in Parabola moti Trajectoriam ex obſervationibus determinare.

Deſignet S Solem, T*t*τ Orbitam Telluris: ſeligantur tres Cometæ Obſervationes æqualibus fere temporum intervallis ab invicem diſtantes, ita tamen ut tempus iſtud ſit paulo majus ubi Cometa tardius movetur: ſintque puncta T, *t* & τ Loca Terræ ad dicta tempora; hoc eſt, T Locus Terræ in Obſervatione prima, *t* ejus Locus in Obſervatione ſecunda, & τ in tertia. Quod ſi tales Obſervationes non dentur, inveniendus eſt (per Prop. XXV.) Cometæ Locus ad tempus in dictis conditionibus cum aliis duobus temporibus quibus Loca congrua ſunt obſervata. Jungatur Tτ, ad quam ex *t* demittatur normalis *t*N: Sint rectæ TA, *t*C, τB tres obſervatæ Longitudines; dantur igitur poſitione tres hæ rectæ. In harum media *t*C capiatur utcunque punctum C pro veſtigio Cometæ in plano Eclipticæ: Ex C ad Eclipticæ planum erigatur normalis recta Cγ æqualis tangenti notæ Latitudinis Cometæ in Obſervatione ſecunda, poſito *t*C radio: Jungantur γS, CS, in quarum ultima verſus S ſumatur CD quæ ſit ad *t*N notam (quippe noti arcûs T*t* ſinum verſum) ut

ſolidum

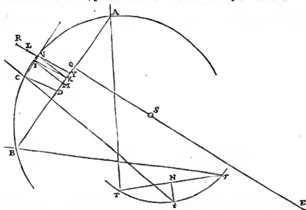
folidum, cujus bafis eft quadratum ipfius s*t* & altitudo sc recta, ad cubum rectæ sγ: Per punctum D agatur (per Prop. VIII.) recta ADB ipfis TA, τB occurrens in A & B, ita ut AD fit ad DB ut tempus inter Obfervationem primam & fecundam ad tempus inter fecundam & tertiam; & erunt A & B quamproxime veftigia Cometæ in plano Eclipticæ in Obfervatione prima & tertia, fi modo punctum c recte affumptum fit ejus Locus in Obfervatione fecunda. Quoniam ex hypothefi c eft veftigium Cometæ in plano Eclipticæ in Obfervatione fecunda, & cγ tangens Latitudinis obfervatæ ex *t* ad radium *t* c; patet punctum γ effe Cometæ Locum in fpatio Mundano, & γs diftantiam Cometæ à Sole in Obfervatione fecunda. Per D ducatur Dδ ad cγ parallela, quæ (per *Prop.* VIII. *El.* XI.) normalis eft ad Eclipticæ planum & in plano trianguli scγ invenitur: occurrat hæc ipfi sγ in δ. Ratio rectæ $\gamma\delta$ ad rectam *t*N componitur ex ratione $\gamma\delta$ ad CD & ratione CD ad *t*N: Sed (per *Prop.* II. *El.* VI.) $\gamma\delta$ eft ad CD ut γs ad cs, & CD eft ad *t*N ut s*tq* × sc ad cubum rectæ sγ; unde $\gamma\delta$ eft ad *t*N in ratione compofita ex ratione sγ ad cs & ratione s*tq* × sc ad cubum rectæ sγ: & ratio ex binis iftis compofita eadem eft cum ratione s*tq* ad sγq; & igitur $\gamma\delta$ eft ad *t*N ut s*tq* ad sγq. Sed (per Corol. I. Prop. XXV. Lib. I.) *t*N eft proxime fpatium per quod Terra è quiete demiffa vi fuæ gravitatis decideret verfus Solem dum dimidium arcûs Tτ defcribit, fi eâdem ubique gravitate acceleratrice uniformiter continuatâ urgeretur quâ in loco *t* urgetur; quippe *t*N eft proxime æqualis quadrato arcûs T*t* ad Orbis magni Diametrum applicato: Et ex Lib. I. gravitas acceleratrix verfus Solem in loco *t* eft ad gravitatem acceleratricem verfus eundem in loco γ ut sγq ad s*tq*, nempe in reciproca duplicata ratione diftantiarum à Sole; fpatiaque eodem tempore, urgentibus illis viribus, deorfum verfus Solem percurfa funt in eadem ratione cum viribus; & igitur recta $\gamma\delta$ eft fpatium per quod Cometa è quiete ex γ demiffus verfus Solem decideret, femiffe temporis quo Terra defcribit arcum Tτ, fi eâdem ubique gravitate acceleratrice uniformiter continuatâ urgeretur quâ urgetur in loco γ; ideoque $\gamma\delta$ erit proxime fpatium

quod Cometa caſu verſus Solem revera deſcriberet, ſemiſſe temporis quo Terra deſcribit Orbitæ ſuæ arcum Tτ, hoc eſt, ſemiſſe temporis quo Cometa deſcribit Trajectoriæ ſuæ arcum interceptum inter duas Longitudines TA & τB; & igitur punctum δ eſt in arcûs iſtius chorda. Et ideo ſi tam arcûs Trajectoriæ prædicti αγβ, inter binas extremas obſervatas Longitudines TA & τB intercepti, quam puncti δ concipiantur veſtigia in plano demiſſione normalium ad Eclipticæ planum ſignata, nempe ACB & D; erit punctum D in chorda arcûs ACB. Sed chorda arcûs ACB talis eſt (per Corol. 2. Prop. XVIII.) ut hæc ab SC dividatur fere in ratione temporum quibus Cometa ad Eclipticam reductus deſcribit arcus AC, CB; & per conſtructionem in hac eadem ratione dividitur ducta ADB recta, eſtque hæc unica quæ in hiſce conditionibus duci poterit. Cum igitur oporteat chordam arcûs, qui eſt veſtigium portionis Trajectoriæ Cometicæ inter extremas Longitudines TA, τB interceptæ, à rectis TA, τB terminari, & per D tranſire, & in D dividi in ratione temporum binorum inter tres Obſervationes; cumque recta ADB habeat omnes haſce tres conditiones, ſolaque ſit & unica quæ illis fruitur; conſtat rectam ADB (ductam ut ſuperius) eſſe chordam dicti arcûs, adeoque puncta A & B eſſe proxime veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervationibus prima & tertia, ſi C ſit verum ejus veſtigium in Obſervatione ſecunda.

Quoniam vero aſſumptum eſt punctum C vero non ſatis propinquum, & licet verum fuiſſet, tamen puncta A & B inde deducta non ſunt accurate ſatis definita; libet ex hiſce præterpropter determinatis omnia demum corrigere. In quem finem in ſchemate ſequenti (ubi eadem conſtructio manere intelligitur, omiſſis tantum iis quæ ad demonſtranda ſuperius poſita fuere neceſſaria, in poſterum vero confuſionem parerent) ad M medium punctum rectæ AB ipſi AB erigatur normalis MI, cui occurrat in I recta CI, acta per C ipſi BA parallela; jungatur SI ſecans AB in K, & compleatur parallelogrammum MIVK, & ſumatur MQ tripla ipſius MK: Jungatur QS & producatur ad E donec QE ſit æqualis 3QS + 3IK. Puncto E determinato, deleta intelligantur ſigna (ſive literæ) A, M, D & B; jungatur CE, in qua verſus E ſumatur nova CD in duplicata ratione rectæ SC ad rectam æqualem ipſi SV + ½IK, & per punctum D noviter inventum (ope Prop. VIII.) ducatur nova AB ad TA & τB terminata, talis ut AD ſit ad DB ut tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam: Erunt puncta A & B magis accurate quam prius veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervationibus prima & tertia, ſi punctum C recte aſſumptum ſit ejus veſtigium in Obſervatione ſecunda. Concipiantur demiſſa à ſingulis Trajectoriæ Cometicæ punctis perpendicula ad planum Eclipticæ, ſive (quod eodem redit) intelligatur ſuper planum Eclipticæ normaliter erecta ſuperficies cylindrica per Cometæ Trajectoriam tranſiens; punctis à dictis perpendiculis ſignatis in Eclipticæ plano conficietur (ſive communis

ſectio

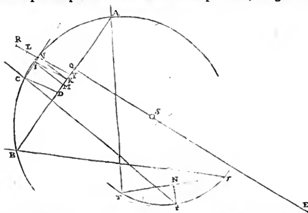
sectio dictæ superficiei cylindricæ cum plano Eclipticæ erit) Curva Parabolica ACB cujus focus S, vel ab hac parum abludens; hujus arcûs ACB inter rectas TA, TB comprehensi chorda (ex supra ostensis) est quamproxime recta AB prius ducta, cujus medium punctum M. Cumque in dicto arcu sumptum sit punctum C non procul à segmenti ACB vertice, (nam in hunc finem capta sunt tria Observationum tempora, æqualibus fere intervallis ab invicem distantia, ita tamen ut tempus istud sit paulo majus ubi Cometa tardius movetur,) ductaque sit recta ad BA parallela cum normali ad AB ex M excitata concurrens in I, & juncta sit SI secans AB in K, completumque parallelogrammum IMKV; cumque porro, ob immensam Solis distantiam, punctorum M & V distantia præ illa evanescat,



hoc est, coeant dicta puncta; (per Corol. Prop. XIX.) V est vertex segmenti ACB. Si jungatur VS secans chordam in Y, erit (ob immensam puncti S distantiam) VY fere parallela ad IK, adeoque KY æqualis IV, & ideo ipsi MK: Sed ex constructione est MQ tripla ipsius MK, unde & ipsius KY tripla est, adeoque & reliquæ YQ etiam tripla; & igitur (per Corol. 2. Prop. XVIII.) juncta QS talis est qualis QS in Prop. XVIII. ejusque Corollariis, hoc est, in QS producta ad partes S reperitur punctum E, à quo ducta quævis recta chordam AB arcumque ACB secans, chordam secat in segmenta eandem habentia rationem cum temporibus, quibus adjacentes arcus à Cometa describuntur. Porro, ex constructione est QE æqualis 3 QS + 3 IK, & IK æqualis MV, (sunt utique diametri ejusdem parallelogrammi rectanguli;) unde QE æqualis est 3 QS + 3 MV. Et igitur (per Corol. 3. Prop. XVIII.) punctum E supra determinatum illud ipsum est, ex quo ducta utcunque recta chordam AB dividit in segmenta eandem habentia rationem, quam tempora quibus arcûs AB binæ partes ab eadem recta producta notatæ à Cometa describuntur, quod prius perperam (licet non nimis erronee) de ipso foco S supposuimus.

 Deletâ

Deletâ igitur (ad vitandam confusionem) priore CD versus S ductâ, acta est nova versus E, quæ est ad priorem ut quadratum ipsius SC ad quadratum ipsius SV + ⅓IK, hoc est (propter æquales IK & MV) ad quadratum ipsius SV + ⅓MV, & SC est quamproxime æqualis SV: Quare nova CD est ad priorem CD ut quadratum ab SV ad quadratum descriptum ab SL, positâ VL triente ipsius MV sive IK, ut in constructione Prop. XX & XXI. Sed (ex Prop. XLII. Lib. I.) gravitas acceleratrix versus Solem in loco L est ad gravitatem acceleratricem versus eundem in loco C (vel V) ut quadratum ab SC (vel SV) ad quadratum ab SL: Et ut gravitates acceleratrices versus Solem in distantiis diversis, ita sunt (manentibus dictis viribus) spatia eodem quocunque tempore cadendo versus Solem percursa; & igitur nova

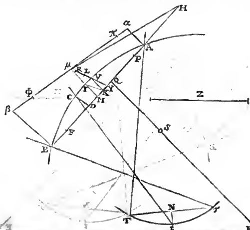


CD est ad priorem CD ut spatium cadendo percursum versus Solem, urgente vi acceleratrice quæ in loco L urget, semisse temporis quo Cometa describit arcum inter longitudines TA & TB interceptum, ad spatium eodem tempore cadendo percursum versus Solem, urgente vi acceleratrice quæ in loco C urget. Sed hujus analogiæ consequentes æquantur, æquantur igitur & antecedentes; hoc est, noviter ducta CD æquatur spatio à grave cadente versus Solem percurso, semisse temporis quo Cometa arcum ACB in Ecliptica describit, urgente gravitate acceleratrice, quæ in distantia SL à Sole obtinet, uniformiter continuatâ. Sed (per Prop. XXI.) spatium per quod corpus versus Solem decidit, semisse temporis quo Cometa arcum AVB describit (consideramus enim nunc motum Cometæ tanquam in Eclipticæ plano factum, loco Trajectoriæ Cometicæ ejus vestigium in plano Eclipticæ intuentes) cum urgetur ab uniformiter continuata gravitate acceleratrice versus Solem quæ in loco L obtinet, æquale est VX segmento rectæ VS inter verticem V & chordam AB intercepto; adeoque quamproxime æquale ipsius CE segmento CD inter punctum C (ipsi V proximum) & chordam AB intercepto. Unde

punctum

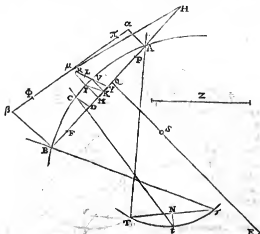
punctum D eſt in chorda AB multo accuratius quam antea; hoc eſt, chorda arcûs, qui eſt veſtigium in plano Eclipticæ portionis Trajectoriæ Cometicæ inter Longitudines TA & τB interceptæ, per punctum D ultimo determinatum quamproxime tranſit. Porro (per Prop. XVIII.) chorda prædicta per D traducta eum inter TA, τB ſitum obtinere debet, ut AD ſit ad DB ſicut tempus quo Cometa deſcribit Eclipticæ arcum inter Longitudines TA & tC ad tempus quo arcum inter tC & τB interjectum deſcribit: Sed AB ita (ope Prop. VIII.) acta eſt per D, ut AD ſit ad DB in eadem illa ratione, nempe ſicut tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam; rite igitur acta eſt AB & uti oportet, nimirum per D tranſiens, & diviſa in D uti dictum. Et ideo, poſito punctum C recte fuiſſe aſſumptum pro Cometæ veſtigio in Obſervatione ſecunda, puncta A & B ſunt ejuſdem veſtigia quamproxime in Obſervationibus prima & tertia.

Reſtat nunc ut dignoſcatur an punctum C in media Longitudine fuerit recte aſſumptum Cometæ veſtigium; quod ſi non fuerit, ut error hinc ortus corrigatur, reliquis quæ hactenus recte ſunt facta manentibus. Deleto priore parallelogrammo IMKV ad priorem minuſque accuratam chordam AB conſtituto, conſtituatur alterum ad poſteriorem & accuratiorem AB, eâdem adhibitâ conſtructione atque prius. Ad A, M & B erigantur ad AB normales Aα, Mμ & Bβ,



quarum Aα ſit tangens notæ Latitudinis in Obſervatione prima ad radium TA, & Bβ tangens Latitudinis in Obſervatione tertia ad radium τB: Jungatur αβ, cui occurrat Mμ in μ. Si erigatur trapezium ABβα normaliter ad planum Eclipticæ, manente rectâ AB, ſunt (ut prius oſtenſum) puncta α & β Loca Cometæ in ſpatio Mundano; ſi punctum C ſit ejus veſtigium in plano Eclipticæ in Obſervatione ſecunda, & planum tranſiens per tria puncta E, α & β eſt planum Trajectoriæ

Trajectoriæ Cometicæ: Ideoque recta $\alpha\beta$ est chorda arcûs Trajectoriæ Parabolicæ à Cometa percursæ inter Observationem primam & tertiam, & $S\alpha$, $S\beta$ sunt distantiæ Cometæ à Sole in Observatione prima & tertia respective; hoc est, distantia vera cujusvis puncti Trajectoriæ Cometicæ à Sole est hypothenusa trianguli rectanguli, cujus alterum latus est distantia à Sole vestigii illius puncti in plano Eclipticæ, alterum vero perpendiculum ex isto vestigio normaliter ad planum Eclipticæ excitatum & ad punctum Trajectoriæ terminatum. Cum quædam ex istis perpendiculis sint longiora ut $B\beta$, quædam breviora ut $A\alpha$, sumatur medium inter hæcce, sc. hic $M\mu$; & universaliter loquendo distantia cujusvis puncti Trajectoriæ Cometicæ à Sole erit proxime hypothenusa trianguli rectanguli, cujus alterum latus est distantia analogi puncti in vestigio Trajectoriæ descripto, & alterum ipsa recta $M\mu$. Quo posito, in MA (eave producta) sumatur MH æqualis $SV + \frac{1}{3}IK$, hoc est, æqualis SR, positâ LR æquali LV, & jungatur $H\mu$; erit hæc quamproxime æqualis puncti Trajectoriæ (cujus V est vestigium) distantiæ à Sole auctæ besse rectæ interjectæ inter punctum istud & chordam arcûs Trajectoriæ, ipsam sc. $\alpha\beta$ in erecto trapezio $AB\beta\alpha$; id est, recta $H\mu$ æqualis est rectæ in plano Trajectoriæ Cometæ, analogæ ipsi SR in ejus vestigio in plano Eclipticæ; hoc est, $H\mu$ æqualis est rectæ SR in Parabola Prop. XX. Per Corol. Prop. XVII. conferatur velocitas Cometæ, dum in Parabolica sua

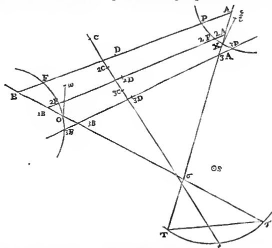


Trajectoria movetur ad distantiam à Sole æqualem rectæ $H\mu$, cum velocitate Telluris circa Solem, & definiatur linea quam Cometa dicta cum velocitate æquabiliter motus percurreret toto tempore quo Tellus arcum $T t \tau$ describit, sive toto tempore quo Cometa arcum ACB in Ecliptica percurrit, in partibus arcûs $T t \tau$ à Tellure interim percursi; quod facillime fit modo sequenti: Calculo subducatur longitudo arcûs $T t \tau$ à Tellure descripti inter Observationem primam

&

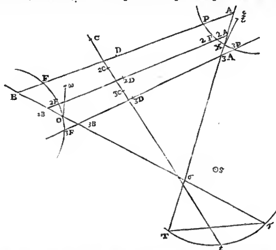
& tertiam, poſito quovis numero rotundo pro mediocri diſtantia Terræ à Sole; longitudo (puta z) quæ eſt ad hunc arcum in ſubduplicata ratione Diametri Orbis magni ad rectam notam Hμ, quæque proinde datur, eſt ipſa longitudo quæſita, nempe quam Cometa æquabiliter latus ea cum velocitate quam Trajectoriam ſuam Parabolicam deſcribens habet ad diſtantiam à Sole æqualem ipſi Hμ percurreret tempore, quo Cometa arcum cujus chorda αβ revera percurrit: Nam (per Prop. xvii.) velocitas Cometæ ad dictam diſtantiam Hμ eſt ad velocitatem Telluris in ratione ſupradicta. Sed (per Prop. xx.) dicta longitudo z æqualis eſt chordæ arcûs quem Cometa revera iſto tempore deſcribit; igitur ſi deprehendatur z æqualis chordæ αβ, certiſſimum eſt indicium punctum c in Longitudine ſecundo obſervata recte fuiſſe aſſumptum pro veſtigio Cometæ; adeoque A, C & B eſſe tria Loca ſive veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ.

Quod ſi z non deprehenſa fuerit æqualis rectæ αβ, hoc eſt, ſi punctum c non ſit recte aſſumptum in *t*c Longitudine ſecundo obſervata; capiantur in αβ (eave producta ſi opus ſit) αφ, Bπ æquales ipſi z, capiantur etiam AF, BP æquales αφ, Bπ, ita ut F & φ ad eaſdem partes rectæ Aα, item P & π ad eaſdem partes rectæ Bβ jaceant. Præterea eâdem methodo, quâ ex aſſumpto puncto c inventa ſunt



puncta A, B, D, F, P, ex aſſumptis aliis punctis 2C & 3C inveniantur nova 2A, 2B, 2D, 2F, 2P & 3A, 3B, 3D, 3F, 3P, ut in ſchemate annexo, ubi iiſdem manentibus iiſdemque literis notatis atque ſupra, ea tantum omittuntur de quibus poſtea non eſt ſermo. Quod ſi z minor fuerit quam αβ, aut AF vel BP minor quam AB (ut in annexo ſchemate accidit) punctum 2C ſumendum erit ipſi σ puncto (in quo TA & τB concurrunt) propius; & ita porro, ita ut ſaltem

3 A 3 F major fiat quam 3 A 3 B: Si vero è contra A F major fuerit quam A B, ſumenda erit *t* 2 C major quam *t* C; atque ita porro, ita ut ſaltem 3 A 3 F minor fiat quam 3 A 3 B. Per puncta F, 2 F & 3 F deſcribatur circulus, qui rectam τ B ſecabit inter B & 3 B, puta in O, ſi puncta nova 2 C, 3 C ſumpta fuerint ſecundum prius tradita. Similiter, per puncta P, 2 P & 3 P deſcribatur circulus rectam T A in X interſecans; erunt puncta O & X Loca Cometæ ad Eclipticam reducta ſive Cometæ veſtigia in Obſervatione prima & tertia. Nam ſupra fuit demonſtratum puncta A & B eſſe veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervatione prima & tertia, ſi C ſit ejuſdem veſtigium in Obſervatione ſecunda: idemque ſimiliter obtinet in 2 A, 2 B & 2 C; item in 3 A, 3 B & 3 C. Demonſtratum quoque eſt C eſſe revera veſtigium Cometæ in Obſervatione ſecunda, ſi Z æqualis ſit αβ; hoc eſt, ſi rectarum A F & B P quælibet ſit æqualis ipſi A B; hoc eſt demum, ſi puncta B & F coincidant, item A & P. Et igitur ſi, reliquis manentibus, puncta B & F coincidant, tale B erit veſtigium Cometæ in Obſervatione tertia: Similiter coincidentibus A & P, erit tale A ejuſdem veſtigium in Obſervatione prima. Ad quam coincidentiam conciliandam per tria puncta legitime reperta F, 2 F & 3 F traductus eſt circulus, hoc eſt, linea ſimpliciſſima per tria puncta tranſiens, re-



ctam τ B in O interſecans. Cum igitur punctum O ſit tam in loco punctorum B, nempe recta τ B, quam in loco punctorum F, nempe circulo; quando punctum B reperitur in O, punctum F in illo etiam reperietur, hoc eſt, in iſto caſu puncta B & F coincident; & ideo punctum O eſt verum Cometæ veſtigium in plano Eclipticæ in Obſervatione tertia, quippe cui conveniunt omnes conditiones requiſitæ. Similiter & ob eaſdem rationes, punctum X eſt verum Cometæ

metæ

metæ vestigium in Observatione prima. Igitur si ex puncto o ad planum hujus schematis, Eclipticæ planum referens, erigatur perpendicularis recta o ω, æqualis tangenti notæ Latitudinis in Observatione tertia ad radium τ o; erit ω Cometæ Locus verus in sua Trajectoria. Similiter, x ξ perpendicularis ad planum Eclipticæ ad punctum x excitata, æqualis tangenti Latitudinis in Observatione prima ad radium T x, ostendet punctum ξ alterum Cometæ Locum in propria Trajectoria. Foco s per puncta ω & ξ (per Prop. xxiv.) describatur Parabola; erit hæc Cometæ Trajectoria quæsita. Quoniam vero duæ sunt Parabolæ foco s descriptæ, per puncta bina ω & ξ transeuntes, utra ex hisce sit nostri Cometæ Trajectoria, patebit ex alia quavis Cometæ Observatione: Locus enim ejus ex altera harum Parabolarum deductus Loco observato conveniet, ex altera vero nequaquam. Ex Observationibus igitur determinavimus Trajectoriam Cometæ in Parabola moti. Q. E. F.

Licebit etiam in τ A vel in τ B puncta ad libitum eligere sicut in *t* c hic factum, & puncta in reliquis duabus hinc resultantia similiter tractare atque puncta in τ A, τ B superius tractata sunt.

In præcedente investigatione, sive Arithmetica sive Graphica sive ex utraque composita, nulla habita est ratio Parallaxis menstruæ Solis exinde oriundæ quod non Terræ centrum sed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ in Orbe magno feratur; hæc namque menstrua Solis parallaxis, triplo major quam diurna, sensibilis est in quorundam Cometarum Orbitis definiendis: Observata igitur Cometæ Loca per hanc corrigantur.

Si Elliptica Orbita Cometæ melius congruere deprehendatur, illa sic describetur: Reperiatur vestigium Cometæ in plano Eclipticæ in Observatione secunda; erit utique illud eodem ordine situque inter puncta c, 2 c, 3 c quo punctum o inter B, 2 B, 3 B, vel quo x inter A, 2 A, 3 A: ex vestigio sic invento excitetur perpendicularis ad planum Eclipticæ, quæ est tangens Latitudinis in Observatione secunda ad radium æqualem distantiæ inter *t* dictumque vestigium; erit dicti perpendiculi extremum punctum in sublimi Locus Cometæ in propria Trajectoria secundo observatus. Foco s, per puncta ω, ξ & punctum mox inventum descripta (per Prop. xxix. Lib. iii.) Ellipsis erit Cometæ Orbita quæsita.

Scholium.

Methodus supra adhibita ad punctum o vel x determinandum universalis est, & insignis usûs in plerisque Physicis approximandis. Convenit plerumque tria puncta, ut hic A, 2 A & 3 A, ex tribus assumptis c, 2 c & 3 c secundum artem reperta, ita esse posita ut punctum quæsitum inter illorum extrema A & 3 A jaceat, (quæ est ratio cur è tribus punctis P unum ex altera parte correspondentis puncti A collocatum volumus:) sic enim certius & proximius determinabitur quæsitum punctum per intersectionem circuli cum recta A 2 A in qua illud necessario versatur, quam si quæsito existente

 ultra

ultra A & 3 A illud determinandum veniat per interfectionem rectæ cum circulo ultra puncta A & 3 P; ob fimilem prorfus rationem atque ex obfervatis aliquot Cometæ (alteriufve cujufvis fecundum quamvis regulam moti) Locis ejufdem Locus & Tempus intermedium quodvis certius definitur, quam ad Tempus aliquod ante primam Obfervationem aut poft ultimam.

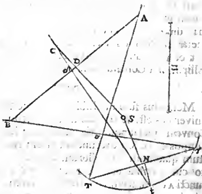
Aliquando fuffecerit, in hujufmodi inveftigationibus, duo puncta qualia funt P & 2 P determinare, (fi nimirum horum utrumque à vero non procul abfit,) & illa rectâ conjungere, cujus interfectio cum altera A 2 A verum punctum quæfitum determinabit. Atque hic rurfus puncta P & 2 P ad contrarias puncti quæfiti partes jacere commodum erit.

PROPOSITIO XXVII.

Punctum determinare quod primâ, fecundâ & tertiâ vice pro Cometæ veftigio in plano Eclipticæ affumere commodiffimum erit.

Problema præcedens univerfaliter conftructum eft: Verum in praxi non quælibet puncta c, 2 c pro veftigio Cometæ in Obfervatione fecunda commode affumuntur, fed veris proxima eligenda, fi illa præterpropter internofcere quovis modo conceffum fuerit. Hoc autem ope Prop. XII. fiet per quatuor Cometæ Obfervationes. Ducta etenim recta, cujus partes tres inter quatuor rectas pofitione datas interceptæ eam habeant rationem quam temporis intervalla tria inter quatuor Obfervationes interjecta, non multum diverfa erit à Trajectoriæ Parabolicæ portione à Cometa tum percurfa. Adeoque hujus interfectio cum recta, Longitudinem in Obfervatione fecunda referente, aptiffime pro veftigio Cometæ in ifta Obfervatione fecunda affumetur.

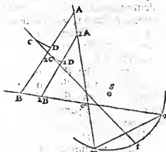
Quod fi angulus innotefcat præterpropter, quem veftigium Orbitæ Cometæ continet cum recta Terram & Cometam in Obfervatione fecunda conjungente, five huic (per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *Conic.*) æqualis A δ *t*, quem chorda A B continet cum *t* c recta, quod fiet vel ope Prop. IX. vel accuratius per Schol. Prop. XIII; tum punctum c primo affumendum hoc modo determinabitur: Ducatur recta A B ad rectas pofitione datas T A, τ B utrinque terminata, rectam *t* c etiam pofitione datam in angulo æquali dato ad δ interfecans, quæ



fit ad $\sqrt{2} \times T\tau$ chordam (hoc eft, proxime ad $\frac{1}{2} T\tau$) in fubduplicata ratione

one $S\,t$ ad $S\,\sigma$; & agatur per S recta SDC, cujus pars DC à cruribus anguli $A\,\sigma\,C$ interjecta æquetur rectæ $t\,N$, quod est Veterum Problema universale de *Inclinationibus*, conficiturque per eorum Methodum, vel per §. VII. *Lect. Optic.* V. aut §. III. *Lect. Geom.* VI. *Barrovii*: Punctum C sic determinatum est illud ipsum quod commode primâ vice usurpatur pro vestigio Cometæ in plano Eclipticæ. Ponatur C esse vestigium Cometæ in plano Eclipticæ, & arcum Parabolicum per A, B & C transeuntem esse vestigium arcûs Trajectoriæ inter Observationem primam & tertiam descripti: Quoniam igitur in hypothesi quod gravitas acceleratrix versus Solem eadem sit vel æqualis in distantia Telluris à Sole atque in distantia Cometæ ab eodem, (hoc est, in hypothesi gravitatis quam *Galilæus* fovit, quæque à vero non multum abest,) CD & $t\,N$ sunt æquales; quippe spatia cadendo versus Solem eodem tempore percursa à Cometa & à Tellure, erit (per Prop. XXII.) AB chorda Parabolæ ad $\sqrt{2 \times TT}$ chordam circuli, cujus centrum cum foco Parabolæ congruit, in subduplicata ratione rectæ $S\,t$ ad SD rectam. Sed facta est AB ad $\sqrt{2 \times TT}$ in subduplicata ratione $S\,t$ ad $S\,\sigma$, & etiam AB secat rectam $t\,C$ in angulo debito, & porro CD æqualis est ipsi $t\,N$: Recta igitur AB habet proxime omnes conditiones requisitas ut fiat chorda arcûs qui est vestigium Trajectoriæ Cometicæ interjectæ inter Longitudinem primam TA & tertiam τB; punctumque proinde C habet omnes conditiones ut fiat proxime vestigium Cometæ in Observatione secunda. Recte igitur assumitur punctum C vestigium Cometæ (postea quidem corrigendum) in dicta Observatione secunda.

Determinato puncto C primâ vice assumendo, quæ deinde assumuntur puncta (nempe 2C & 3C) non sunt absque consideratione assumenda; nec sufficit Prop. præc. data cautio, quod nempe punctum 2C sumendum sit propius puncto σ cum linea Z minor est quam AB, & è contra: Sed cum eo tandem deveniendum sit, ut AB rite ducta æqualis sit congruæ Longitudini Z; in $t\,C$ capiatur punctum 2C, eâ lege ut distantia σ2C sit ad distantiam σC in ratione composita ex ratione Z ad AB & ratione subduplicata SC ad S2C. Causa, cur prior ratio componens adhibetur, manifesta est ex prædictis: nam cum invenienda sit AB quæ sit congruæ Z æqualis, si illa hâc sit major aut minor, minuenda erit aut augenda donec æquales fiant; forent autem æquales per solam priorem rationem componentem, si Z esset constans & invariabilis: cum vero pro diversa AB diversa perpetuo proveniat longitudo Z, ideo secunda componentium necessaria est. Constat autem (ex Prop. XXIII.) quod in Parabolis, arcuum ACB, 2A 2C 2B, in quibus æ-



quantur CD, 2C2D ad focum tendentes inter verticem & chordam interceptæ, ipsæ chordæ sunt in subduplicata ratione rectarum SC, S2C; & superius est ostensum rectas CD, 2C2D esse fere æquales, (spatia nempe per quæ Cometa cadendo versus Solem in diversis ab illo distantiis eodem tempore percurreret,) & etiam vestigium Cometæ in Observatione secunda proximum esse vertici arcûs ACB, sc. vestigii portionis Trajectoriæ à Cometa inter Observationem primam & tertiam descriptæ. Sed & punctum 2C hoc modo inventum non pro accurato Cometæ vestigio in plano Eclipticæ venditatur, sed pro fere vero & ab accurato non nimis remoto.

Eâdem methodo determinabitur punctum 3C ex 2C quo 2C ex C, si tria puncta invenire libeat ut Prop. præc. factum; sed hoc modo operando vix ultra secundam operationem necesse erit procedere: Et recta conjungens bina puncta F & 2F, ex assumptis C & 2C per præc. determinata, secabit TB in puncto O (cui propinqua admodum sunt) accurato Cometæ vestigio in Observatione tertia, rectaque P2P similiter ipsam TA secabit in puncto X ejusdem Cometæ vestigio in Observatione prima, ut supra ostensum est oportere fieri cum C & 2C sunt punctis veris proxima. Determinatum igitur est punctum quod (in praxi Prop. præc.) primâ, secundâ & tertiâ vice commodissime assumitur pro vestigio Cometæ in plano Eclipticæ.

In punctis C & 2C modo prædicto præterpropter determinandis, non raro in Operationibus graphicis methodo tentativâ procedendum erit, ubi accuratior aut saltem plene Geometrica deficit; neque opus est Curvas minus parabiles, quibus in constructione opus esset, hic adhibere.

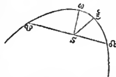
PROPOSITIO XXVIII.

Positionem Lineæ Nodorum Trajectoriæ Cometæ, Tempusque quando Cometa Nodos tenet, determinare.

Iisdem manentibus & per easdem literas designatis atque in præcedentibus, rectæ OX, $\omega\xi$ producantur donec concurrunt in ☊: jungatur SO, SX, S☊. Prius data erant omnia puncta S, O & X, adeoque trianguli SOX tam latera quam anguli; & proinde angulus SX☊ illorum uni deinceps. Porro, si per ξ ducatur ξo ad XO parallela, rectæ Oω occurrens in o, erunt triangula $\omega o \xi$ & ξX☊ æquiangula; adeoque cum ex notis lateribus $o\xi$ (æquali OX) & $o\omega$ (differentia notarum rectarum ωO & ξX) una cum angulo recto $\omega o \xi$ innotescunt reliqua latera & anguli, innotescent & anguli trianguli ξX☊: Sed datur in hoc triangulo latus unum Xξ; dabuntur

dabuntur igitur & reliqua, nempe x☊ & ξ☊. In triangulo deinde ☊xs dantur latera xs, x☊ cum angulo interjecto sx☊; non latebit igitur angulus xs☊. Sed, ut prius dictum, datur positio rectæ sx, sive angulus quem hæc facit cum Tx, cujus positio est Observatione nota, (nam in triangulo xTs dantur latera Ts & Tx, & angulus xTs distantia inter Locum Solis cognitum Locumque Cometæ primo observatum, unde Txs innotescit;) & igitur positio rectæ ☊s☋ nota erit, sive Nodorum Loca è Sole visa. Quod si rectæ oω, xξ fuerint æquales, Nodorum Linea parallela est ad ox, ideoque positione cognita.

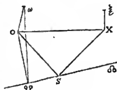
Ad determinandum Tempus quo Cometa Nodum tenet, sit ωξ Trajectoria Cometæ per Prop. XXVI. descripta per puncta ω & ξ, in cujus plano reperiuntur rectæ sω, sξ, sitque superius reperta Nodorum Linea ☊s☋ Trajectoriæ in ☊ & ☋ occurrens; erit (per Prop. XIV. Lib. I.) intervallum temporis inter Observationem primam & momentum quando Cometa ad Nodum ☊ appellit ad intervallum temporis inter Observationem primam & tertiam ut area ωξ☊s ad aream ωξs: Sed arearum ωξ☊s & ωξs ratio est nota; (quippe ipsæ areæ cognitæ sunt ex *Prop.* XXIV. *Archimed. de Quadrat. Parab.*) igitur & Tempus quo Cometa Nodum ☊ tenet. Pari modo innotescit Tempus quo Cometa ad Nodum alterum ☋ appellit. Q. E. F.



PROPOSITIO XXIX.

Inclinationem plani Trajectoriæ Cometæ ad planum Eclipticæ determinare.

Iisdem manentibus, ex puncto o ad ☋s☊ Nodorum Lineam ducatur perpendicularis o☋, & jungatur ω☋. In triangulo ωs☋ præter rectum ad ☋ datur (ex Prop. præc.) angulus os☋ & latus os; innotescit igitur o☋. In triangulo deinde rectangulo ωo☋ dantur latera circa rectum oω & o☋; & proinde notus erit angulus o☋ω, qui (per *Def. 6. El.* XI.) est Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ.



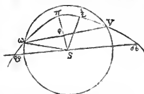
PROPOSITIO XXX.

Trajectoriæ Cometæ Latus rectum principale, Perihelium, Tempusque quo Cometa in Perihelio versatur, determinare.

Foco s per puncta ω & ξ describatur Trajectoria Cometæ per Prop. XXVI; centro s per horum alterutrum (puta ω) describatur circulus Trajectoriæ denuo in v occurrens; jungatur ωv, ad quam ex s puncto demittatur perpendicularis sφ, quæ producatur donec Parabolæ occurrat in ϖ; erit ϖ Trajectoriæ Perihelium, & proinde

proinde ipſius sϖ quadrupla eſt ejuſdem Latus rectum principale.

Primum patet; nam cum focus s in Parabolæ axe reperiatur, circulus centro s deſcriptus Parabolam (ſi omnino) in duobus punctis ſecabit ab axe æqualiter remotis, & proinde interſectiones conjungens recta ω v erit axi normalis: unde s φ eſt axis, & ϖ Parabolæ vertex ſive Trajectoriæ Perihelium, & quadrupla sϖ parameter diametri cujus ϖ eſt vertex, (hoc eſt, ipſius axis,) ſive Latus rectum principale.



Capiatur Tempus cujus intervallum ab Obſervatione prima, cum Cometa eſſet in ω, eſt ad intervallum Temporis inter Obſervationem primam & tertiam ut area ωϖs ad aream ωξs; eritque illud ipſum Tempus quo Cometa Perihelium tenet.

Caſuum varietatem, quando nimirum Tempus quo Cometa Perihelium tenet eſt ante Obſervationem primam & quando poſt illam, Artificis judicio permittimus, ſicut & innumera alia Problema hoc, de Cometæ Trajectoria ejuſque partibus definiendis, attinentia.

SCHOLIUM.

Hinc etiam Cometæ Perigæum ejuſque Tempus determinabitur: Nam cum detur Tempus (nempe quod interjicitur inter Obſervationem primam & tertiam) quo data area ξωs à Cometa radio ad Solem ducto deſcribitur, dabitur area uno Die ſimiliter deſcripta; cumque detur ξ Locus Cometæ in Obſervatione prima, dabuntur Loca Cometæ in propria Trajectoria ad Dies ſingulos. Sed & dantur Loca Telluris in Orbita ſua ad eoſdem, & (ex præcedentibus) ſitus mutuus inter Telluris Orbitam & Cometæ Trajectoriam; unde Locus ubi Cometa eſt Terræ proximus, hoc eſt, Cometæ Perigæum notabitur facile, & Tempus quo iſtud contingit.

PROPOSITIO XXXI.

Cometæ Trajectoriam per Prop. XXVI. *inventam corrigere.*

Aſſumatur poſitio plani Trajectoriæ Cometæ Prop. XXVI. determinata, & ſeligantur tria Loca Cometæ exactiſſime obſervata, diverſa ab illis tribus ex quibus Trajectoriam prius erat definita, & ab invicem quam maxime diſtantia: Commodum erit ut horum unum à Cometæ Perihelio non multum diſtet. Vocetur Tempus inter Obſervationum harum primam & tertiam interjectum s: Capiatur numerus c, qui ſit ad 1 ut Tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad Tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam: Ex his Locis apparentibus, calculo trigonometrico ad normam præcedentium, inveniantur Loca tria Cometæ in prædicto Trajectoriæ plano aſſumpto tanquam accuratiſſimo; hoc eſt, inveniantur tria prius definiti plani puncta in quibus Cometa eandem Longitudinem Latitudinemque haberet, quam revera habere

Digitized by Google

habere deprehenditur; & (per Prop. XXIX. Lib. III, vel forsan per Prop. XXIV. Lib. V.) calculo determinetur Sectio Conica transiens per ista tria puncta, cujus umbilicus congruit cum centro Solis, ejusque areæ rectis ad Solem ductis & curvæ portionibus terminatæ determinentur, harumque proinde ratio: sit nempe ejus area inter Observationem primam & secundam ad ejusdem aream inter Observationem secundam & tertiam ut G ad I; & eadem erit ratio inter Tempora quibus areæ hæ radio ad Solem ducto describerentur à Cometa. Porro, ex cognita semitæ hujus ejusque partium omnium magnitudine, respectu semitæ Telluris ejusque partium, cognoscitur (ex Prop. XLI. Lib. I) velocitas quâ Cometa illam describit; ideoque Tempus quo Cometa areas duas supra inventas describeret; vocetur illud T. Si T = S, & G = C, erit hactenus inventa plani Trajectoriæ positio vera & accurata, nullâ indigens correctione; sin secus, erit T − S Error in Tempore toto interjecto inter Observationem primam & tertiam, ortus ex minus accurata plani Trajectoriæ positione, & G − C erit exinde etiam oriundus Error in ratione Temporis inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam; quod patet, quia in utroque casu unitas assumitur pro consequente in terminis binis exprimentibus rationem inter Tempora bina.

Augeatur alterutrius Nodi Trajectoriæ Longitudo (per Prop. XXVIII. inventa) dicta K, 10 aut 30 scrupulis primis quæ dicantur P, servatâ priore Inclinatione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, & similiter atque prius inveniantur in hoc novo plano tria puncta quæ tribus prædictis Cometæ Observationibus accuratissimis respondeant, & Trajectoria per illa transiens cujus focus cum Solis centro conveniat, & hujus areæ duæ inter tres Observationes per rectam ad Solem ductam descriptæ quarum ratio exprimatur per g ad I, & etiam Tempus totum t quod Cometa in utraque simul ista area describenda insumeret. Si Tempus t deprehensum fuerit æquale S, & g ipsi C, assumpta hæc plani positio eadem erit cum vera; sin aliter, erit t − S Error in integro Tempore inter Observationem primam & tertiam, & g − C Error in ratione Temporis inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam, uterque oriundus ex minus accurata positione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ.

Augeatur per Prop. XXIX. inventa Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ dicta I, 10 aut 30 scrupulis primis quæ vocentur Q, manente interim Longitudine Nodi primitus per Prop. XXVIII. inventâ, & similiter atque superius inveniantur in hoc novo plano tria puncta quæ tribus prædictis Cometæ Observationibus respondeant, ut & Trajectoria per illa transiens cujus focus idem est cum Solis centro, ejusque areæ duæ inter tria Loca observata per rectam ad Solem ductam descriptæ quarum ratio eadem sit cum ea quam γ habet ad I: Inveniatur etiam Tempus totum τ, quod Cometa in utraque simul ista area per rectam ad Solem ductam describenda

 insu-

Digitized by Google

insumeret. Si τ deprehendatur ipsi s æquale, & γ ipsi c etiam æqualis, assumpta hæc plani Trajectoriæ positio est vera & ipsi rei congrua; sin secus, erit $\tau - S$ Error in Tempore toto inter Observationem primam & tertiam, & $\gamma - C$ similiter Error in ratione Temporis inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Oservationem secundam & tertiam.

Instituatur Operatio igitur per Regulam Falsæ Positionis, cujus Operationis schema hic adnectitur, ubi K est una Positio Longitudinis Nodi, & $T - S$ Error hinc ortus in Tempore toto inter Observationem primam & tertiam interjecto; $K + P$ altera Longitudinis Nodi Positio, & $t - S$ Error dicti Temporis totius inde ortus: Fiat juxta dictam Regulam, ut differentia Errorum ad differentiam

K — K + P; T − S — t − S

$T - t : T - S :: P : \frac{T-S}{T-t} \times P.$

K — K + P; G − C — g − C

$G - g : G - C :: P : \frac{G-C}{G-g} \times P.$

Positionum ita alteruter ex Erroribus ad quartam quantitatem; erit hæc ipsa correctio Positionis istius ex qua Error assumptus fluxit. Hoc modo Error positæ Longitudinis Nodi, sc. ipsius K, in toto Tempore inter Observationem primam & tertiam est $\frac{T-S}{T-t} \times P$; & ejusdem Longitudinis K Error in ratione inter bina Tempora inter ternas Observationes est $\frac{G-C}{G-g} \times P$; adeoque vera & correcta Longitudo Nodi est $K + \frac{T-S}{T-t} \times P$, sive $\frac{G-C}{G-g} \times P$.

Similiter, Error positæ Inclinationis plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, sc. I, ex primo capite est $\frac{T-S}{T-\tau} \times Q$; & ex secundo est $\frac{G-C}{G-\gamma} \times Q$; & ideo vera & correcta Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ est $I + \frac{T-S}{T-\tau} \times Q$, sive $I + \frac{G-C}{G-\gamma} \times Q$. Eædemque correctæ

I — I + Q; T − S — τ − S

$T - \tau : T - S :: Q : \frac{T-S}{T-\tau} \times Q.$

K — I + Q; G − C — γ − C

$G - \gamma : G - C :: Q : \frac{G-C}{G-\gamma} \times Q.$

Longitudo Nodi & Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ provenient, si in Operatione adhibeantur Errores ex Positione secunda oriundi.

Et

Et quoniam considerandus venit uterque Error, tam in toto Tempore quam in ratione inter duo Tempora inter ternas Observationes interjecta, ponamus tam $\frac{T-S}{T-t} \times P$ quam $\frac{G-C}{G-g} \times P$ separatim æquari $m \times P$; hoc est, $\frac{T-S}{T-t} = m$, & $\frac{G-C}{G-g} = m$: Similiterque ponamus tam $\frac{T-S}{T-\tau} \times Q$ quam $\frac{G-C}{G-\gamma} \times Q = n \times Q$; hoc est, $\frac{T-S}{T-\tau} = n$, & $\frac{G-C}{G-\gamma} = n$: Unde proveniet $mT - mt = T - S$, & $mG - mg = G - C$; item $nT - n\tau = T - S$, & $nG - n\gamma = G - C$: unde duplum ipsius $T - S = mT - mt + nT - n\tau$, duplumque $G - C = mG - mg + nG - n\gamma$; & igitur regrediendo, si tales capiantur m & n ut duplum $T - S = mT - mt + nT - n\tau$, duplumque $G - C = mG - mg + nG - n\gamma$, erit tam $\frac{T-S}{T-t} \times P$, quam $\frac{G-C}{G-g} \times P = m \times P$, & etiam tam $\frac{T-S}{T-\tau} \times Q$ quam $\frac{G-C}{G-\gamma} \times Q = n \times Q$; adeoque Error Longitudinis Nodi erit $m \times P$, Errorque Inclinationis plani Trajectoriæ erit $n \times Q$; Unde correcta Longitudo Nodi est $K + mP$, & correcta Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ est $I + nP$.

Correcto plano Trajectoriæ tam quoad ejus intersectionem cum plano Eclipticæ (hoc est, Longitudinem alterutrius Nodi) quam quoad ejus Inclinationem ad Eclipticæ planum, inveniantur (ut prius) in plano sic correcto & nunc accuratissime posito tria puncta, quæ tribus prædictis Observationibus accuratissimis satisfaciant, & (ut prius) Solis centro ceu umbilico per dicta tria puncta describatur Coni Sectio: erit hæc correcta Cometæ Trajectoria quæsita.

SCHOLIUM.

Inventâ Trajectoriâ correctâ & accuratâ, ejus Axis, Latus rectum Axi congruum, Tempus quo Cometa Perihelium tenet, reliquaque huc attinentia ad normam superiorum etiam accurate definientur. Si contingat Ellipsin Solis centro ceu foco descriptam (non Parabolam) per tria ista puncta transire; hoc est, si Cometæ Trajectoriæ pars illa, quæ Observationi nostræ est subjecta, clare evincat Cometam in Orbem redire, non in infinitum excurrere, tum ex cognito hujus Orbitæ Axe majore, Cometæ Periodicum Tempus innotescet: Est enim (per Propp. XL & XLII. Lib. I.) Quadratum Temporis Periodici Cometæ ad Quadratum Temporis Periodici Telluris circa Solem ut cubus majoris Axis Orbitæ Cometicæ ad cubum majoris Axis Orbitæ quam Tellus circa Solem describit, sive duplæ mediocris distantiæ Telluris à Sole.

Quod si ex cognitis principalibus Lateribus rectis, *v. g.* trium Trajectoriarum in tribus planis ante plenam correctionem assumptis descriptarum, sc. R primæ, r secundæ & ρ tertiæ, Trajectoriæ istius ultimæ in accurate posito plano descriptæ Latus rectum principale desideretur; poterit illud ex Regula Falsi ad normam superiorum inveniri: erit utique illud æquale $R + mr - mR + n\rho - nR$. In vera enim & accurata Longitudine Nodi alterutrius superadditur ejus Longitudini in plano primo (per Prop. XXVIII. determinatæ)

excessus assumptæ Longitudinis in plano secundo supra præcedentem ductus in m, & in Inclinatione plani Trajectoriæ accurata superadditur Inclinationi plani primi (per Prop. XXIX. determinatæ) excessus assumptæ in plano tertio supra Inclinationem præcedentem ductus in n. Cumque Trajectoria ejusque Latus rectum mutetur, cum ob mutatam Longitudinem Nodi tum ob mutatam Inclinationem plani ad planum Eclipticæ, Lateri recto Trajectoriæ in plano primo sive ipsi R superaddendus est $mr - m$R, sc. excessus Lateris recti in plano secundo supra Latus rectum in plano primo ductus in m; & etiam superaddendus est $n\rho - n$R, nempe excessus Lateris recti in plano tertio supra Latus rectum in primo ductus in n. Atque hoc modo conflabitur verum Latus rectum, sc. R $+ mr - m$R $+ n\rho - n$R. Nec absimiliter corrigetur Latus transversum, si illud sit magnitudine definitum.

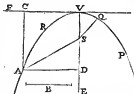
SECTIO IV.

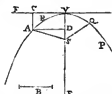
De Cometæ Loco tam Heliocentrico quam Geocentrico in Trajectoria superius determinata ad Tempus datum inveniendo; deque Tabulis ad Cometarum Motus expedite definiendos necessariis.

PROPOSITIO XXXII. LEMMA.

Ex datæ Parabolæ VP, *cujus vertex* V *& axis* VE, *foco* S *educere rectam* SA, *talem ut area Parabolica* VRAS *comprehensa sub rectis* VS, SA *& curva Parabolica* VRA *æqualis sit dato rectilineo, puta quadrato à recta* B *descripto; rectæque* SA *sic eductæ longitudinem & inclinationem ad axem* VE *calculo definire.*

Ponatur factum, & per V ducatur recta VF ad VE normalis, sitque C punctum in hac, per quod ducta CA ad VE parallela Parabolæ occurrit in puncto A, tali ut juncta SA Problemati satisfaciat. Per A ad VE ducatur normalis AD axi in D occurrens. Vocetur VS distantia foci à vertice, f; eritque (ut vulgo notum) Parabolæ latus rectum principale $4f$. Vocetur incognita VC, x; eritque AD etiam $= x$, ideoque (ex *Elem. Conic.*) VD vel huic æqualis CA erit $\frac{x^2}{4f}$: Unde rectangulum parallelogrammum VCAD æquale est $\frac{x^3}{4f}$, & spatium Parabolicum VRAD (quod, ex *Archimedis Dimensione Parabolæ*,





bolæ, eſt præcedentis ſubſeſquialterum) erit $\frac{x^3}{6f}$, nempe ⅔ ipſius $\frac{x^3}{4f}$. Porro, cum VD ſit $= \frac{x^2}{4f}$ & VS $= f$, erit SD $= \frac{x^2}{4f} - f$, ſi S ſit inter V & D, ut in fig. 1^{m}; vel ſi D ſit inter V & S, ut in 2da, erit SD $= f - \frac{x^2}{4f}$; hoc eſt, in 1mo caſu SD $= \frac{x^2 - 4f^2}{4f}$ & in 2do SD $= \frac{4f^2 - x^2}{4f}$: Unde rectangulum ſub AD & DS erit $= \frac{x^3 - 4f^2x}{4f}$ vel $\frac{4f^2x - x^3}{4f}$; & proinde hujus dimidium, nempe triangulum ASD, erit $\frac{x^3 - 4f^2x}{8f}$ vel $\frac{4f^2x - x^3}{8f}$. Et igitur ſpatium VRAS (nempe in 1mo caſu æquale VRAD dempto triangulo ASD, in 2do æquale VRAD aucto ABD) erit $\frac{x^3}{6f} - \frac{x^3 - 4f^2x}{8f}$ in 1mo caſu, & $\frac{x^3}{6f} + \frac{4f^2x - x^3}{8f}$ in 2do; & ideo in omni caſu VRAS æquale $\frac{x^3 + 12f^2x}{24f}$. Atque oportet hoc æquari ipſi b^2; ideoque $24fb^2 = x^3 + 12f^2x$. Et diſpoſitâ æquatione, ut moris eſt, erit $x^3 = -12f^2x + 24fb^2$. Per vulgatam igitur Regulam *Cardani* valor ipſius x ſive AD quantitatibus cognitis expreſſus erit $\sqrt{C:\, 12fb^2 + \sqrt{144f^2b^4 + 64f^6}} - \sqrt{C:\, 12fb^2 - \sqrt{144f^2b^4 + 64f^6}}$. Notâ vero AD non latebit VD; eſt nempe æqualis quadrato ipſius AD ad quadruplum cognitæ VS applicato. Data igitur eſt (per 3. *Dat.*) compoſita ex DV & VS, cui recta SA æqualis eſt per Corol. 2. Prop. XIV, & proinde dabitur & hæc magnitudine: Sed & data eſt DA; datur ergo (per 1. *Dat.*) ratio inter SA & AD, hoc eſt, inter radium & ſinum rectum anguli ASD, quem SA cum axe comprehendit. Innoteſcit igitur angulus iſte ASD vel VSA: & prius innotuit SA longitudine. Q. E. F.

E converſo etiam in data Parabola invenietur area VRAS, quæ faciat SA rectam æqualem datæ rectæ; hoc eſt, invenietur areæ VRAS ratio ad quadratum rectæ VS, quæ faciat SA in ratione data ad VS rectam.

Scholium I.

Superius exhibuimus methodum Calculi in Aſtronomicis uſitatam ad determinandam magnitudinem & poſitionem rectæ AS. Si conſtructio geometrica arrideat magis, illa facillime obtinebitur, æquationem Cubicam ſuperius inventam $x^3 + 12f^2x - 24fb^2 = 0$ methodo Geometrarum univerſali conſtruendo per Parabolam propoſitam RVP & circulum. Vocetur propoſitæ Parabolæ latus rectum (quod æquale eſt $4f$) L; $12f^2 = q$, & $24fb^2 = r$, ut æquatio propoſita ſit in forma Scriptoribus uſitata $x^3 + qx - r = 0$. Capiatur (ſecundum vulgo nota præcepta hujuſce conſtructionis) VG $= \frac{1}{2}$L in Parabolæ axe, & GH $= \frac{q}{2L}$ (& quidem retro verſus verticem, quia eſt $+q$) hoc eſt, in noſtra æqua-

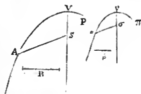
Digitized by Google

æquatione GH $= \frac{12f^2}{8f}$ five $\frac{3}{2}f$, quo pacto punctum H in medio puncto inter V & S cadet: Nam quia VG $= \frac{1}{2}$L, erit VG dupla ipsius VS; & ablatâ hinc GH $= \frac{3}{2}$ VS, erit VH $= \frac{1}{2}$VS. Porro, ponatur HK ad VS normalis $= \frac{r}{2L^2}$; hoc est, in casu nostro $= \frac{24fb^2}{32f^2} = \frac{3b^2}{4f}$; hoc est, æqualis $3m$, si ponatur $m = \frac{b^2}{4f}$, (sive rectæ ortæ si, per *Prop.* XLV. *El.* I. rectilineum propositum applicetur ad Parabolæ latus rectum,) & ad illas rectæ VS partes ad quas ducenda est SA. Et circulus centro K per V descriptus Parabolam RVP secabit in puncto quæsito A, eritque AD, ad VS normalis, ipsa x sive radix præcedentis æquationis. Hæc constructio demonstratione non indiget, quippe constructio vulgata æquationis $x^3 + 12f^2x - 24fb^2 = 0$ ex Problematis natura oriundæ: Illam vero facillime instituere licet præmissæ analyseos vestigia relegendo.

Pari modo definietur magnitudo & positio rectæ AS ex foco S eductæ, talis ut spatium Parabolicum QRASQ, comprehensum inter hanc & aliam rectam SQ positione datam ab SV diversam & curvam Parabolæ interjectam QRA, sit dato rectilineo Bq æquale: Ducto enim SV axe ducenda erit recta SA, ita ut spatium VRAS sit æquale spatiorum Bq & QVS summæ vel differentiæ, prout SQ jacet ad easdem partes ipsius SV ad quas ducere oportet SA, vel ad contrarias.

SCHOLIUM 2.

Positis duabus Parabolis quibuscunque VP & $\upsilon\pi$, quarum foci S & σ verticesque V & υ, positisque areis VAS, $\upsilon\alpha\sigma$ quadratis à B & β descriptis respective æqualibus; si B fuerit ad VS sicut β ad $\upsilon\sigma$ erunt AS, $\alpha\sigma$, VS, $\upsilon\sigma$ proportionales, & anguli VSA, $\upsilon\sigma\alpha$ æquales. Quoniam enim Parabolæ omnes sunt figuræ similes, & foci verticesque puncta in illis similiter posita; cumque præterea figuræ VAS, $\upsilon\alpha\sigma$ sint in duplicata ratione laterum homologorum VS & $\upsilon\sigma$, (nam hisce æquales Bq & βq sunt in duplicata ratione B ad β, hoc est (ex hypothesi) in duplicata ratione VS ad $\upsilon\sigma$;) patet & hasce esse inter se similes, adeoque angulos VSA, $\upsilon\sigma\alpha$ æquales, & AS esse ad $\alpha\sigma$ sicut VS ad $\upsilon\sigma$. Atque hinc positâ SV distantiâ verticis Parabolæ ab ejusdem foco, numero quovis rotundo expressâ, invenientur angulus VSA & longitudo rectæ SA, pro diversa ratione inter rectilineum Bq cui VSA ponitur æquale & quadratum ipsius VS. Et magnitudines rectarum AS angulorumque VAS in Tabulas dispositæ cuivis Parabolæ inserviunt, cum (ut superius ostensum est) AS recta eandem retineat in omni Parabola rationem & positionem ad VS, eâdem manente ratione inter B & VS.



PRO-

PROPOSITIO XXXIII.

Ad datum Tempus Cometæ propositi Locum Heliocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Sole Distantiam invenire.

Sit ☋ V Cometæ Trajectoria, per Prop. XXVI. descripta & per Prop. XXXI. correcta, in cujus foco S collocatur Sol; sitque α punctum in ea quod Cometa occupat in aliqua earum Observationum ex quibus Trajectoria definita fuit. Trajectoriæ hujus sit axis V X, cujus positio nota est per Prop. XXX: Per eandem innotescat etiam Tempus quo Cometa Perihelium V tenet; sitque ☊☋ Linea Nodorum per Prop. XXVIII. positione cognita. Si correcta Cometæ Trajectoria α V R deprehensa fuerit Parabolica, capiatur spatium quod sit ad spatium α V S (ex *Archimedis Quadratura Parabolæ* cognitum) ut intervallum inter Tempus datum & supra inventum momentum, quo Cometa Perihelium tenet, ad intervallum inter dictum momentum & Observationem Cometæ in α; vocetur spatium hoc B q. Per Prop. præc. ipsi B q ponatur spatium Parabolicum V R A S æquale, & inveniatur tam positio quam magnitudo rectæ S A respectu S V, cujus positio & magnitudo respectu Distantiæ Aphelii Terræ à Sole ex præcedentibus innotuit. Sin Cometæ Trajectoria inventa fuerit Elliptica, ducatur (per Prop. III, VI vel VII. Lib. III. ut in Planetarum Orbibus factum) recta S A, talis ut area V R A S sit ad integram Orbitæ Cometicæ aream ut intervallum inter Tempus datum & momentum, quo Perihelium tenet, ad integrum Cometæ Tempus Periodicum, ex noto Orbis ejus axe majore cognitum; habebiturque recta S A tam positione quam magnitudine. In utroque casu, ex A ad Lineam Nodorum ☊☋ ducatur normalis A N ipsi ☊☋ occurrens in N; ex eodem A ad Eclipticæ planum demittatur perpendiculum huic in α occurrens; jungantur α N, α S; erit angulus A N α Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, & proinde per Prop. XXIX. cognitus. Quoniam noti sunt anguli V S A & V S N, notus erit horum summa vel differentia N S A angulus: In triangulo igitur S N A rectangulo ad N datis (ex Prop. præc.) latere S A in partibus mediocris Distantiæ Telluris à Sole expresso, & angulo N S A, nota erunt latera S N & N A. In triangulo N α A rectangulo ad α notis latere N A & angulo A N α, (nempe per Prop. XXIX. inventa & per Prop. XXXI. correcta Inclinatio plani Trajectoriæ Cometæ ad planum Eclipticæ,) innotescent reliqua latera N α & A α. Rursus, in triangulo S N α (in plano Eclipticæ) præter rectum ad N nota sunt latera S N & N α; quare dantur latus S α & angulus N S α: Sed (per Prop. XXIX.) datur positio rectæ

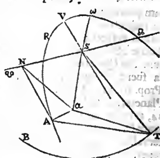
rectæ SN; quare & rectæ Sα positio dabitur, hoc est, locus Cometæ Heliocentricus ad Eclipticam reductus, sive Cometæ Longitudo Heliocentrica. Denique, in triangulo SαA rectangulo ad α dantur omnia latera, superius nempe inventa; innotescet igitur ASα Cometæ Latitudo Heliocentrica, si ulla fuerit ratio Phænomeni Locum ex Sole spectatum reducendi ad Eclipticæ planum potius quam ad aliud quodvis.

Vicissim Tempus invenietur quo Cometa datum in Trajectoria sua Locum tenet.

PROPOSITIO XXXIV.

Ad datum Tempus Cometæ propositi Locum Geocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Tellure Distantiam invenire.

Iisdem positis quæ in Propositione præcedente, sit porro BT Orbis magnus, sitque in eo T Locus Terræ ad Tempus datum per Prop. XVIII. Lib. III. inventus; jungantur TA, Tα: erit (per *Prop.* XVIII. *El.* XI.) planum trianguli TAα ad planum Eclipticæ normale. In triangulo TSα (in plano Eclipticæ) dantur latera Sα, ST, illud in præc. inventum, hoc ex Theoria Terræ, (utrumque in partibus mediocris Distantiæ Telluris à Sole expressum,) & angulus TSα ab illis comprehensus, (est enim utrumque positione datum;) innotescent igitur latus Tα & angulus STα: Sed datur TS positione, nempe locus Solis ad Tempus datum; datur igitur positio rectæ Tα, hoc est, Cometæ in A locus è Terra visus ad Eclipticam reductus, sive Cometæ Longitudo Geocentrica quæsita. Porro, in triangulo AαT præter rectum AαT dantur bina latera Aα, Tα, hoc quidem modo inventum in partibus mediocris distantiæ Telluris à Sole, illud vero in iisdem Prop. præc. inventum; innotescit igitur angulus ATα quæsita Cometæ Latitudo è Tellure visa sive Geocentrica; item hypothenusa TA Distantia Cometæ à Terra. Q. E. F.



Hoc modo patebit quando Cometæ Motus retrogradus fit, respectu ejus qui prius fuerat, propter Telluris simulque Oculi motum interea factum, prorsus ut in Planetis, cum interim Cometa è Sole spectatus in eandem semper plagam tendere videatur. Et è converso Phænomenon hoc Retrogressûs Cometæ è Terra observati demonstrat Cometas à Terra non longissime distare, sed in Planetarum regionem descendere cum à nobis videntur. Porro, cum Oculus & Cometa in diversis planis circa Solem ferantur, hic ex illo visus & ad Fixas relatus ex Opticæ legibus circulum inter illas

illas maximum describere non videbitur, sed varie ab illo deviare; cum interim è Sole, in Trajectoriæ plano collocato, spectatus circulum inter Fixas maximum accurate percurrere videretur. Deviatio hæc à circulo maximo, (Planetis etiam competens, sicut prius Retrogradatio,) Cometas in Planetarum regione citra dubium collocat.

PROPOSITIO XXXV.

Tabulas describere ad Cometarum Loca prompte & expedite invenienda necessarias.

Definitâ Cometæ cujusvis Trajectoriâ, si hæc inventa fuerit Elliptica, (qualem deprehensum iri credimus, quippe solam inter Conicas Sectiones quæ Cometæ Phænomenis satisfaciat, si illa fuerint corpora Mundo coæva in Orbem redeuntia Planetarum instar,) Tabulæ, quarum ope Cometæ cujusvis Locus ad datum Tempus expedite invenitur, ejusdem erunt artificii (similiterque prorsus conditæ) cum Tabulis pro Planetis primariis, earumque usus idem qui istarum, de quibus dictum est Propp. XXXIX & XL. Lib. III.

Si Cometarum istorum omnium, de quibus Observationes accuratæ satis exstant, determinatæ fuerint præterpropter Orbitæ, illorum Periodi simul innotescunt (ut Schol. Prop. XXXI. ostensum est) & Tempora quibus denuo visui nostro subjicientur, & ex Observationibus tum instituendis corrigentur; tandemque Cometæ omnes ad normam reducentur, breviore forsan tempore quam illud factum est de ipsis Planetis, postquam eorum numerus & in Orbem reditus innotuerunt. Hoc in 24 Cometis (quorum sc. habentur loca ab Astronomis observata) hactenus à D. *Halleio* factum esse audio; & Cometarum numerum non esse enormiter magnum non desunt rationes ut credam: Sed quorundam Periodos tam magnas esse satis est verisimile ex immenso intervallo Saturnum inter proximasque Fixas, ut in regionem Planetarum, ubi tantum nobis sunt conspicui, non descenderint, ex quo Astronomi cœperunt Cometas pro Cœlestibus habere, illorumque Loca accuratius observare; ideoque Orbitarum, in quibus isti moventur, determinatio posteris relinquenda est. Sed & aliquando continget Cometam aliquem integram Periodum absolvere, nec tamen Astronomis sui copiam facere, propter Solis viciniam; quod ipsi Mercurio, ex eadem causa, etiam quandoque accidit. Cæterum Orbitarum Cometicarum Axes majores, propter perturbationem ex attractione vel ab aliis Cometis vel à Jove aut Saturno, poterunt situm suum paululum mutare, adeoque idem Cometa pro diversis haberi: Verum istud post plures revolutiones satis patebit; neque enim perturbatio ista ingentes admodum edet effectus, & Orbita Lunæ, indies licet mutata, Astronomico calculo subjicitur & pro eadem agnoscitur.

Verum, licet nondum determinatæ sint Cometarum Orbitæ, quædam construi poterunt Tabulæ illorum Motibus facilius definiendis, & Trajectoriis promptius describendis, apprime utiles: *ex. gr.* Tabula

Digitized by Google

bula quâ, ex data Perihelii Cometæ Distantia à Sole in partibus mediocris Distantiæ Telluris à Sole numero rotundo expressæ, prompte definiatur Tempus quo Cometa, post appulsum ad Perihelium, ex Oculis nostris sese subducet recessu suo à Sole. Posito enim Semiaxe majore Orbitæ Telluris partium 100000000, erit (ex circuli dimensione) arcus 59′ ⅓ (qualem Tellus motu diurno mediocri describit) earundem partium 1720212, hujusque pars vigesima quarta, sive arcus à Terra motu horario mediocri descriptus, partium 71675: Diversis igitur Distantiis Perihelii Cometæ à Sole, in partibus iisdem expressis, respective adscribantur partes, Diei vel Horæ spatio, à Cometa in Perihelio versante percursæ; quippe quæ sunt ad priores partes ut velocitas Cometæ in Perihelio ad velocitatem Terræ mediocrem, hoc est (per Prop. XVII.) in subduplicata ratione 200000000 Axis majoris Orbitæ Telluris ad Distantiam Perihelii Cometæ à Sole; vel adscribantur partes exprimentes aream quam Cometa, radio ad Solem ducto, dictis Temporibus verrit, (quippe factæ ex ductu priorum in semissem Distantiæ Perihelii à Sole,) vel utræque. Porro, cum per Observationem constet præterpropter in quanam Distantia à Sole (respectu Distantiæ Telluris ab eodem) oportet Cometam collocari, ut nudo Oculo videri desinat; hoc est, cum detur ratio hujus Distantiæ ad Distantiam Perihelii Cometæ à Sole, dabitur (per convers. Prop. XXXIII.) area quam oportet Cometam, radio ad Solem ducto, describere postquam Perihelium attigit, ut ad istam à Sole Distantiam pertingat, hoc est, ut videri desinat; & consequenter Tempus post Perihelium, utpote (per Prop. XI. Lib. I.) ad Diem unum ut area mox inventa ad supra inventam aream Die uno à Cometa, radio ad Solem ducto, descriptam. Adscribatur igitur cuique Distantiæ Perihelii congruum Tempus, quo Cometa post Perihelium superatum, recedendo à Sole, è visu nostro se subducit.

Similiter prorsus, & ex iisdem principiis, supputabitur Tabula prompte ostendens Tempus quo Cometa, postquam à Perihelio discessit, ad Distantiam à Sole pertingit æqualem Distantiæ Telluris à Sole, si Perihelium Cometæ minus distet à Sole quam ipsa Tellus. Et Tabula hæc priori Tabulæ jungetur, unamque quasi constituet; nempe cuique Distantiæ Perihelii Cometæ, in partibus Semidiametri magni Orbis expressæ, adscribendo (præter partes à Cometa, in Perihelio versante, Diei spatio percursas, & partes areæ quas radius vector pari Tempore verrit, de quibus supra) in una columna, Tempus post superatum Perihelium quo ad æqualem cum Tellure à Sole distantiam pertingit; in altera, Tempus quo pertingit ad Distautiam prioris quadruplam aut quintuplam, illam nempe in qua à nobis videri desinit.

Tertio, commoda admodum erit Tabula per Schol. 2. Prop. XXXII. supputata, in qua, posito numero rotundo pro Distantia Perihelii Cometæ à Sole, ad variam magnitudinem areæ VAS (vid. fig. prædicti Scholii) in partibus quadrati à recta SV descripti expressam adscribitur

ſcribitur congrua quantitas anguli VSA, & congrua longitudo rectæ SA expreſſa in partibus rectæ SV. Ex hac enim, & Tabula præcedente, & nota inſuper Diſtantia Perihelii Cometæ à Sole, prompte innoteſcunt Longitudo Cometæ à Perihelio è Sole viſa, & Diſtantia Cometæ à centro Solis Tempori ante vel poſt Perihelium propoſito congrua. Nam datâ SV in partibus mediæ Diſtantiæ Terræ à Sole expreſſâ, prompté dabitur (ex Tabula prima) area, radio ad Solem ducto, Die uno unâve Horâ à Cometa deſcripta: Dabitur igitur eadem expreſſa partibus quadrati rectæ VS, & Tabulæ huic tertiæ apta; & proinde ex dato Tempore ante vel poſt Perihelium, dabitur area VAS Tempori huic proportionalis in iiſdem partibus; ideoque ex Tabula hac tertia ſtatim patebunt angulus VSA Longitudo Heliocentrica Cometæ à Perihelio propoſitæ areæ & ideo propoſito Tempori congrua, & etiam congrua rectæ SA longitudo in partibus ipſius SV, quæ per Regulam trium exprimetur in partibus Semidiametri Orbis magni.

Sed & aliæ Tabulæ, ad calculum in Cometarum Motibus ſupputandis facilitandum accommodatæ, ex præcedentibus conficientur, pro cujuſque calculi genio & natura, quas proinde Artificis induſtriæ relinquere oportet.

SCHOLIUM.

Per methodum prædictam, aut non abſimilem, D. *Halleius* determinavit Orbitam Cometæ, qui ſub finem Anni 1680 & menſibus aliquot ſequentibus illuxit, quam parabolicam aſſumit, inveniteque (ut ex ejus literis ad D. *Newtonum* conſtat) Orbitæ ejus Perihelium eſſe in ♐ $27^{gr}. 22'. 30''$; & proinde Aphelium in ♊ $27^{gr}. 22'. 30''$, Orbitæque Latus rectum principale eſſe partium 0,0243, qualium mediocris Diſtantia Telluris à Sole eſt 1. Præterea, Orbitam hanc ita reſpectu plani Eclipticæ collocatam reperit, ut ad illud inclinatum ſit ejus planum angulo $61^{gr}. 20'. 20''$, & Nodus aſcendens ſit in ♑ $1^{gr}. 53'$, & deſcendens in ♋ $1^{gr}. 53$, Cometamque ita in Orbita hac motum fuiſſe ut Perihelium tenuerit Anno 1680 *Decemb. Die* 8. *St. Jul. Hor.* 0. *minut.* 4 poſt Meridiem. Invenit etiam Orbitam Cometæ Anni 1683 ſequenti modo figuratam & poſitam; nempe ejus Perihelium eſſe in ♊ $25^{gr}. 29'. 30''$, quod tenuit *Jul. Die* 3. *St. Jul. Hor.* 2. $50'$; Orbitæ hujus Latus rectum eſſe partium 2,2408, quarum mediocris Diſtantia Terræ à Sole eſt 1, hujuſque Orbitæ planum inclinari ad planum Eclipticæ angulo $83^{gr}. 11'$, Nodumque aſcendentem in ♍ $23^{gr}. 23'$ verſari, & Nodum deſcendentem in ♓ $23^{gr}. 23'$.

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER SEXTUS

De Aſtronomia Comparativa.

IN Libris quinque præcedentibus Aſtronomiam explicuimus Terricolis congruam; hoc eſt, Phænomena Fixarum, Solis, Planetarum & Cometarum deſcripſimus qualia è Tellure ſpectantur, horumque omnium loca ſingula ad datum tempus invenire, aliaque huc ſpectantia expedire ſuo quæque loco docuimus: Libet nunc Aſtronomiam breviter pertexere, qualem reliquorum Planetarum, aliorumve ingentium corporum, quæ per Univerſum diffuſa ſunt, incolæ conderent. Non quod hujuſmodi Aſtronomos uſpiam eſſe credamus, nedum afferamus; ſed quod per fictionem ſupponendo Oculum nunc in horum uno nunc in altero collocatum, & Aſtromiam qualem pro varia ſtatione ſua Spectator conderet explicando, inde iis penitius intelligendis, quæ de hac noſtra Terreſtri diximus, lucem haud exiguam afferri poſſe ſperemus: Neque enim de ſpectaculis tam inanibus, & nulli unquam conſpectis aut conſpiciendis, niſi iſtum in finem, diſſeruiſſemus. Ideo, in decurſu, Oculum ſupponemus non tantum in Planetis circumſolaribus eorumque Comitibus, ubi aliqua poſſe exiſtere ſenſu prædita magni Viri olim & hodie veriſimillimum exiſtimarunt, ſed etiam in Cometa aliquo, in ipſo Sole & Fixis, ubi incolas ſtatuere nemo unquam eſt auſus.

Ad hanc rem illuſtrandam magni Viri quamplures operas ſuas contulerunt. Multa, quæ ad hunc ſcopum collimant, docet *Plutarchus* in Libro *de Facie in Orbe Lunæ*. *Keplerus* de *Aſtronomia Lunari* Librum conſcripſit, poſt ejus mortem ſub titulo *Somnii Aſtronomici* editum, in quo plurima tum Phyſica cum Aſtronomica (ut alibi ſemper) oſtendit. At in explicandis phænomenis è Luna ſpectandis erravit paululum, propter Lunaris corporis librationem ab illo vel neglectam, vel ad cauſas proprias non relatam: Illam igitur totam rurſus pertexere neceſſe habui. Noviſſime illuſtris Vir *Chriſtianus Hugenius Coſmotheoriam* edidit, eruditis conjecturis plenam, in qua multa Aſtronomica, plura Phyſica acumine ſuo digna protulit. Verum duo hi inſignes Viri ſerio de incolis Planetarum agebant; *Hugenius* præcipue qui Terricolis fere ſimiles, certe haud abſimiles, in Planetarum unoquoque exiſtere nullus dubitat; & hunc præcipue in finem librum compoſuit rebus Phyſicis magis

magis quam Aſtronomicis refertum. Ego, qui ſola Aſtronomica tractanda ſuſcepi, nihil de vitæ animali aut ſenſitivæ neceſſariis aut commodis, quæ in Planetarum unoquoque adſunt vel deſunt, adjeci; ſolummodo Oculum (quem ſi aliquando Incolam appellavero, dabit Lector verbo veniam) rerum in ſublimi poſitarum ſpectatorem conſtitui.

Initio autem à Sole, quippe cui Aſtronomia omnis ſimpliciſſima eſt, ſumpto, ad Mercurium reliquoſque ordine Planetas tranſeo: quæ cuique propria ſunt Phænomena maxime conſpicua ſeorſim tractantur; quæ vero pluribus communia ſunt, ad unam eandemque Propoſitionem referuntur. Deinde Oculo ad Cometam aliquem tranſlato, quæ illic ſpectanda occurrant; & Corollarii loco, qualis videretur Solaris noſtri Syſtematis è Fixa ſpectati facies, deſcriptum eſt. Poſtremo, plurima quæ Spectatori in Lunam Telluris comitem inducto ſe exhibeant Phænomena, quæque porro ex Jovis vel Saturni Satellite aliquo apparerent, enumerantur.

Qualis in ſingulis hiſce ſtationibus futura eſt Aſtronomia tum apparens tum vera, quibus etiam commodis illi fruantur, quibuſve premantur incommodis, qui per Obſervationes ibidem inſtitutas verum Syſtema Planetarum circumſolarium eruere, eorumque Diſtantias & Magnitudines metiri velint, obiter diſputo; & denique Aſtronomiæ ſedem tam inter Primarios quam Secundarios commodiſſimam definio.

Phænomena vero à Terricolis pro præcipuis habita ubique pro præcipuis habeo, *viz.* Diei & Noctis Viciſſitudinem & Menſuram, Fixarum Ordinem, Solis Magnitudinem apparentem, Luminis ejus & Caloris Intenſionem, Anni Menſiumque Quantitatem, Æſtatem & Hyemem, Lunarum Phaſes, Luminarium Defectus, Planetarum Numerum, Directiones, Stationes & Retrogradationes, Phænomenon ad verum Syſtema eruendum aptitudinem, Obſervationum ad rem Aſtronomicam colendam requiſitarum exactam accurationem & hujuſmodi alia.

PROPOSITIO I.

Phænomena præcipua Oculo in Sole poſito ſpectanda deſcribere.

Si Oculus in Solis centro ponatur undique circumſpectans, Fixæ Planetæque omnes in ſuperficie ſphærica oculo concentrica videbuntur, ſicut & nobis è Terra ſpectantibus contingit; & quidem Fixæ & Via Lactea eodem ordine diſpoſitæ, & in eoſdem Aſteriſmos diviſæ cernentur atque nobis in Terra degentibus. Nam cum nobis, una cum Terra circa Solem delatis, Fixarum ordo & Conſtellationum figuræ non mutentur, patet hæc eadem eſſe Oculo ubivis intra hunc circulum collocato, adeoque in Solis centro. Si rerum, à quibus Conſtellationibus nomina ſunt indita, facies anticæ & concavæ depingantur, fient Veterum ſchemata; ſi vero poſticæ & convexæ, prodibunt juniorum figuræ, Globis artificialibus magis congruæ quam ipſi Cœlo. Patet

Patet etiam Fixarum Ordinem eundem permanere Oculo in Solis superficie, vel in Mercurio Venereve posito, quippe intra Telluris Orbitam contentis. Sed & propter immensam Fixarum distantiam, quâ fit ut Observatoris loco moto per integram Orbis magni diametrum Fixarum Ordo ne vel minimum mutatus deprehendatur, si Oculus in Saturno, Planetarum Solaris Systematis extimo, collocetur, Ordo hic idem manebit, aut saltem quoad sensum vix mutatus. Quæ enim nobis est insensibilis, si decuplo major sit, (quod propter decuplo majorem Saturni quam Terræ à Sole distantiam contingere poterit,) non valde sensibilis evadet.

Licet Planetæ inter Fixas collocati videantur, Observator noster illos à Fixis distinguere brevi valebit, & uniuscujusque Periodum observare, ac inter se mutuo comparare, sumptâ unius Periodo tanquam mensura, ad quam reliquæ exigendæ sunt. Et quamvis Observatorem immotum (quippe in Solis centro) supponamus, adeoque stationis suæ mutationem (aut quod hujus instar est) non habere, quâ Planetarum distantias metiatur, naturâ duce concludet, in duobus Planetis invicem collatis, illum esse remotiorem qui majus tempus insumit ut ad easdem Fixas redeat; adeoque Saturnum esse remotissimum, Jovem propiorem, tum Martem, huic inferiorem Tellurem, postea Venerem, & omnium infimum Mercurium.

Neque dubitationi locus est quin primi Astronomi, in Planetarum Ordine eruendo, eandem hanc adhibuerint regulam: (Nam opiniones, quarum meminit *Plutarchus Lib.* II. *de Placit. Philos.* nempe *Xenocratis* qui una eademque in superficie stellas moveri putat, & *Metrodori Chii* & *Cratetis*, qui Solem omnium supremum constitutum crediderunt, post quem Lunam, infra hos errantes inerrantesque, vel desipientium fuere, vel, quod potius crediderim, eorum qui veritatem obvelare voluerunt:) licet multo difficilius in Terra quam in Sole adhibeatur, propter Planetarum è Terra visorum Stationes & Retrogradationes; adeoque plures observare oportuit eorum revolutiones, ut ex motu medio clare dignoscerentur Periodi. Sed & cujusque revolutio integra non tam facile innotuit, cum post integram revolutionem non ad easdem Fixas è Terra spectati redirent, propter Observatoris sedem non in eodem loco repertam. Non obstantibus hisce incommodis Saturnum remotissimum censuerunt quoniam lentissimum deprehenderunt, deinde Jovem, postea Martem, & omnium infimam Lunam. De trium vero reliquorum, Solis nimirum, Veneris & Mercurii ordine disputationi locus est relictus, cum eorum motus medios per integrum Zodiacum æquales deprehenderunt. Unde aliqui Marti proximam Venerem, huic Mercurium, ac deinde Solem statuere, ut ipse *Plato* adhuc junior; alii Marti proximum Mercurium, deinde Venerem, indeque Solem posuere, ut *Porphyrius*; *Alpetragius* sub Marte Venerem, sub qua Solem, deinde Mercurium statuebat; alii Marti proximum Solem, huic Venerem, deinde Mercurium,

ut ipse *Ptolemæus*, quomodo Sol in medio Planetarum numerabatur; (quippe cui Saturnus, Jupiter & Mars sunt superiores & Venus, Mercurius ac Luna inferiores;) quod ab antiquissimo & vero Systemate, in quo Sol in Planetarum medio versari perhibetur, etiam tum temporis (saltem verbo-tenus) vix extincto, minime abhorruit. Alii interim ex æqualitate motûs medii trium istorum Syderum, Venerem & Mercurium Solem circumire statuerunt, illorumque Orbitas à Sole quasi Epicyclos deferri, quæ sententia *Ægyptiis* Philosophis & *Ciceroni* placuit; nisi potius hunc horum trium corporum ordinem censeamus reliquias veri Systematis Mundani, apud *Ægyptiorum* Sacerdotes nondum penitus emortui.

Observatoris autem nostri Solaris rationes ab hujusmodi incommodis turbari nequeunt, sed Planetæ omnes perpetuo directi, & Periodis admodum diversis, ad easdem Fixas redire videbuntur; unde ex dicto principio illorum Ordo absque omni hæsitatione stabilietur. Quod etiam decursu temporis ulterius confirmabitur, cum (iis inter se vel magnitudine prius observatâ, vel diverso colore, satis jam ante distinctis) inferior superiorem tegere facile deprehendetur.

Brevi etiam advertet Spectator Planetarum quemlibet ad Fixas collatum nunc tardius nunc velocius ferri, & ex prædicta regula concludet illum nunc propiorem nunc remotiorem esse; quod ex observata ejus diametro apparenti mutata plenius patebit. Verum cum observaverit velocitatem non augeri in eadem ratione cum diametro apparenti, sed in ratione fere duplicata; inveniet velocitatis mutationem non esse totam opticam, sed ejus semissem Planetæ revera inesse, alteram semissem propter majorem vicinitatem apparere.

Licet Planetarum Ordinem rite stabilitum facile teneat, non erit illi adeo proclive eorum à Sole distantias inter se comparare: deest enim hic (quâ nos Terricolæ gaudemus) Observatoris translatio de loco in locum, sive stationum diversitas, quâ Planetarum distantias à se invicem cum stationum distantia conferat.

Quod si oculum è Solis centro in illius superficiem erigamus, tum ex Planetarum Parallaxi omnia patebunt: Telluris enim Parallaxis horizontalis, oculo sic constituto, est æqualis Solis semidiametro è Terra visæ, *sc.* 16', & ideo satis sensibilis; ipsiusque Saturni, decuplo magis distantis, Parallaxis horizontalis sesqui-scrupulum excedet, dum proximi Mercurii ad 50' fere ascendit. Cum igitur Parallaxes istæ satis sint sensibiles, Planetarum distantiæ cum Solis diametro conferentur, ideoque inter se mutuo. Oculo sic collocato Fixæ omnes & Planetæ revolvi videbuntur ab ortu in occasum spatio temporis viginti & quinque è nostris diebus æquali. Polus boreus revolutionis hujus erit in loco illo quem nos Terricolæ ad decimam partem Piscium referimus, cum Latitudine boreali 83 vel 84 partium; unde Stella polaris arctica erit ea ad Draconis flexuram secundam, quæque tribus gradibus ab ipso Polo non distat. Polus austrinus erit in 10 gradu Virginis, gradibus 83 vel

vel 84 latus in Auſtrum, vicinâ ſtellâ quartæ magnitudinis, quæ Cl. *Halleio* eſt in Argûs navis primo remo, inſignis.

Et licet Obſervator prædictus nullam Noctis viciſſitudinem patiatur, quippe qui in corporis lucidiſſimi, Diem facientis, ſuperficie verſatur, Fixæ tamen & Planetæ arcus ſupra infraque Horizontem inæquales ſortientur, prout ad Polum elevatum vel depreſſum ab Æquatore declinaverint, plane ut nobis Terricolis evenit.

Planetæ è Sole ſpectati diverſæ Magnitudinis videntur. Saturni quidem diameter ſubtendit angulum 18″, Jovis fere 40″, Martis tantum 8″, Veneris 28″, & Mercurii 20″. Cl. *Hugenius* remotiſſimorum, Jovis & Saturni, diametros multo majores ponit; Jovis nempe 54″ fere; & Saturni Annulo nudati, 27″. Si Telluris apparentem è Sole diametrum inter proximorum, Veneris nempe & Mercurii, diametros apparentes mediam ſtatuamus, erit hæc 24″; ſi inter quatuor Soli proximorum diametros mediam (nam ſuperiores duo, Jupiter & Saturnus, prorſus diverſæ Magnitudinis ſunt ab inferioribus) ſtatuamus, erit illa 18″ aut 19″ circiter, quantam D. *Caſſinus* illam ponit.

E Planetis hiſce ſex tres ſunt ſatellitio donati; Terra nimirum Luna unica ſtipata, quæ ab illa digredi videbitur, cum maxime, ſcrupulis primis circiter 10; Jupiter quatuor Lunis comitatus, quarum extima nunquam ad 9′ à Jove elongari videbitur; Saturnus quinque Satellitibus (præter Annulum) cinctus cernitur, quorum extimus ad parem fere à Saturno diſtantiam diſcedit. Horum Satellitum viæ è Sole viſæ, nunc magis nunc minus oblique ſpectatæ, Ellipſes nunc latiores nunc ſtrictiores videbuntur. Aliquando harum Orbitarum plana producta per Solem tranſeunt, in quo caſu in rectas abeunt Ellipſes prius admodum anguſtæ, quod bis in qualibet Orbitæ iſtius revolutione circa Solem contingit, ſiquidem ipſius planum ſibi ipſi parallelum maneat; unde Satelles nunc à Primario ſuo tegi videbitur & hunc viciſſim tegere, nunc extra ejus diſcum in Ellipſi circumagi.

Planetæ primarii eorumque Satellites ſuperficies habent non tantum non terſas & politas, ſed ne quidem adeo uniformes quin in illis reperiantur loca clariora & obſcuriora, hoc eſt, quæ Solis radios, quibus illuſtrantur, magis minuſve reflectunt. Maculæ hæ rotatione Planetæ circa proprium axem circulos deſcribunt; adeoque è Sole ſpectatæ harum viæ in plano Diſci planetarii, nunc ellipticæ videbuntur, nunc rectæ (prorſus ſicut prius Satellitum viæ) prout Sol ſupra iſtorum circulorum planum ad alterutrum latus attollitur, vel in eo reperitur, tempore *ſc.* Æquinoctii in Planeta iſto. Quod ſi macularum harum ſeries ſive faſciæ reperiantur, ut in Marte & Jove contingit, hæ ſimiliter vel in ſemi-ellipſes incurvatæ, (altera namque ſemi-ellipſis poſt Planetam latet,) vel in rectas extenſæ cernentur; quod & extremæ margini Annuli Saturnii ſimiliter convenit. Verum macularum aliquæ nunc aliquandiu latent, nunc æque diu apparent; nempe prout Planetæ Polo à Sole averſo

vel

vel eidem obverso propinquæ sunt. Hæc in Saturno & Tellure maxime conspicua sunt, in reliquis vix; quia in iis Solis illustratio ad utrumque Polum semper pertingit.

Oculus in Sole positus nullam Umbram, nullam Eclipsin cernet, utpote quæ perpetuo à Sole sunt aversæ. Aliquando Oculo, in superficie Solis constituto, cui Planeta in horizonte est, Secundarius in penumbra Primarii videbitur, vel penumbra Secundarii in Primarii discum projecta; quod ex colore aliquanto fusciori dignoscetur.

Cæterum loca Planetarum Heliocentrica (& ideo facile ex dato in Solis superficie puncto visa) facile determinantur per dicta in Libro III. Immo cujuslibet Planetæ locus Heliocentricus prius determinandus est, ut ejus locus Geocentricus definiatur.

Præter Planetas primarios sex una cum decem Satellitibus, (tot enim hucusque Terricolis videre contigit,) qui ab Observatore Solari in Zodiaco vix sedecim partes lato, & ad primi motûs circulum haud multum inclinato versari, omnesque in easdem partes, inque Orbitis circularibus Soli fere concentricis, moveri videbuntur; præter hos, inquam, sunt alterius generis corpora, quorum numerus adhuc incertus, in Orbitis valde excentricis delata (Cometæ dicti) quæ nunc ad Solem proxime accedunt, nunc ab illo in immensum recedunt. Cometæ hi non in eandem omnes plagam, sed hic in unam, ille in alteram (licet quilibet per se spectatus in eandem semper) inter Fixas ferri videbuntur; neque in Zodiaco sive Planetarum via, sed, ut plurimum, in viis ad hunc admodum notabiliter inclinatis, semper autem in circulis sphæræ maximis.

Cometæ non solum maximâ motûs diversitate à Planetis distinguuntur, sed præcipue Comâ istâ, quæ, è Sole visa, non, ut nobis plerumque, Caudæ instar protenditur, sed circumcirca capiti circumfundi perpetuo videtur, ut Cometæ in Solis opposito respectu Terræ constituto usu venit. Paulo tamen spissior est hæc Coma ad partes versus quas Cometa inter Fixas tendit, sed longius protensa in contrarias. Porro, capillitium hoc majus splendidiusque evadit dum Cometa ad Perihelium descendit; non solum propter rationes opticas, quod Oculo & Soli illustranti vicinior fit; sed maxime quod confertior multo fit vapor è quo constat, propter auctum calorem per quem attollitur. Verum ne sic quidem Cometæ circumfusa Coma speciem præbebit Solari Observatori comparandam cum illa, quam tum temporis Observatori Terreno exhibet.

Hæc disputavimus ex hypothesi quod Oculus in Sole à circumfusa huic Atmosphæra non impediatur, quo minus tam libere longeque prospiciat atque nos Terricolæ nocte illuni. Si enim visu gaudeat acutiore vel hebetiore, alia magis dissita minusve illustrata videre poterit, aut forte ne ea quidem quæ hactenus recensita sunt; quæ tamen si viderit, non aliter videbit quam superius dictum est.

Præter prædicta phænomena eminus spectata, maximas in suæ

ſedis ſuperficie mutationes cernet: Nunc enim magnis, denſis & crebris maculis ſeu inſulis obducta erit, quæ brevi figuras ſuas mutabunt, penituſque diſſipatæ evaneſcent; nunc per diutinum tempus talis nulla (ſaltem tam magna aut denſa) apparet. Verum hæc Oculo, de quo nunc agimus, pro Cœleſtibus non habebuntur; de iis igitur hoc loco plura non adjiciemus.

PROPOSITIO II.

Phænomena Oculo in Mercurio poſito viſa deſcribere.

Præter iſta de Fixarum ordine, quæ Oculo ubivis intra Saturni Orbem poſito conveniunt, de quibus in præcedente, patet Oculum in Mercurio poſitum Solem videre fere triplo latiorem quam eundem Terricolæ vident, quia (per Propp. XL, & XLII. Lib. I.) Mercurius fere triplo propior eſt Soli quam Tellus. Unde & Solaris Diſcus è Mercurio viſus ſeptuplo major eſt quam qui nobis apparet, & (per Prop. XLVIII. Lib. I.) ſeptuplo majore Luce & Calore, cæteris paribus, fruitur Mercurius quam Terra. At qualitates hæ multum intenduntur & remittuntur pro diverſa Mercurii à Sole diſtantia; nam hujus Orbita eſt omnium multo maxime excentrica.

Gravitas acceleratrix verſus Solem etiam ſeptuplo major eſt illic quam hic. Mercurii denſitas, & conſequenter corporum in ſuperficie poſitorum gravitas acceleratrix verſus ejus centrum (ex Corol. Prop. XLIX. Lib. III.) colligetur; licet minus accurate quam ſupradicta verſus Solem, quia tantum analogice. Verum de hiſce hic & in ſequentibus tacebimus, quippe quæ ad Phænomena Cœleſtia (ſola à nobis hoc in loco conſideranda) nihil attinent.

Nondum per obſervationes compertum eſt an Mercurius circa proprium Axem rotetur, & ideo certo definiri nequit num, Oculo in ejus ſuperficie poſito, omnia extra poſita motu contrario revolvi videantur, hoc eſt, num Diei & Noctis viciſſitudo illic contingat, multo minus quodnam ſit Nychthemeri ſpatium; ita autem fieri ſatis tuto conjicere licet, cum in reliquis Planetis iſtud obtineat. Mercurii vero Annus vix quadrantem Anni noſtri adæquat. An vero varias Anni tempeſtates patiatur Mercurius incertum etiam, quippe quæ pendent ab ignota inclinatione axis, ſuper quem Mercurius in ſeipſum revolvitur, ad planum Orbitæ quam circa Solem deſcribit.

Oculus in Mercurio Solem reſpiciens, Solis Maculas (ſi quæ ſint) nunc in linea recta diſcum ejus trajicientes ab ortu in occaſum, nunc earum viam Ellipticam, in has vel illas partes incurvatam cernet; ut Schol. Prop. LXX. Lib. IV. oſtenſum eſt: Atque omnis hujus Phænomeni varietas ſemel in Anno abſolvitur, in quo bis rectilinea apparebit Macularum ſemita. In hoc caſu Mercurius Maculas omnes in Solis ſuperficie exiſtentes videbit, quoniam in plano Æquatoris Solaris exiſtens utrumque ejus Polum in margine diſci

disci sistit. At cum Oculus supra Æquatoris Solaris planum versus alterutrum Polum attollitur, hoc est, cum Maculæ Ellipsin describere videntur; Polus alter & Maculæ illi vicinæ in postico Solis hemisphærio latent. In omni vero casu Macula prope Solis limbum diversam prorsus figuram induere videbitur ab illa quam in medio disco refert; quippe admodum oblique spectata.

Verum macularum, Solarium, è Mercurio spectatarum, via erit semper fere recta; quoniam Mercurius à plano Æquatoris Solaris nunquam multum declinat, & igitur vix sensibiliter à planis circulorum, quos Maculæ rotando describunt. Cumque planum Orbitæ Telluris omnium maxime ad prædictum planum Æquatoris Solaris inclinetur, Macularum via e Tellure spectata curvior apparet quam si ex alio quovis Planeta spectetur Sol. Curvatura hæc paulo minor erit ex Jove vel Marte spectata, adhuc minor ex Saturno, minor adhuc ex Venere, omniumque minima ex Mercurio, ut hactenus dictum. Mercurius videbit etiam viam tum Satellitum tum Macularum aliorum Planetarum, nunc in rectam extensam, nunc in curvam sinuatam, harumque aliquas longo nunc tempore latentes, nunc tam diu conspicuas, prout Polo latenti vel conspicuo propinquæ fuerint.

Mercurio reliqui quinque Planetæ sunt superiores: Paria igitur sunt eorum omnium Phænomena Oculo in Mercurio posito, Phænomenis Martis, Jovis & Saturni è Terra spectatorum, de quibus Propp. VII, VIII & IX. Lib. I. Adeoque Venus & Terra Soli oppositæ, pleno Orbe fulgentes radiosque Solis quam directissime repercutientes, Mercurio pernoctes sunt tenebrasque potenter dispellunt. Cum enim Venus jam in cornua abiens, & partem minimam sui hemisphærii illustrati Terricolis ostendens, tam lucida sit ut umbram projiciat, lucidissima apparebit Mercurio cui integrum sui hemisphærium illustratum obvertit. Magnæ quoque sunt Terræ vires in Solis radiis reflectendis, ut constat ex luce, qua Lunæ discum sibi obversum perfundit: Sed hæc tam à Sole illustrante quam à Mercurio illustrando longius dissita minores quam Venus vires in hoc negotio ostendet; nisi forsan potentius reflectat lumen quam Venus, quod non est verisimile. Superiorum adhuc minores sunt in illuminando Mercurio vires quam quas nobis Terricolis ostentant.

Nullum inferiorem nobis notum videt Mercurius, adeoque Stellam nullam falcatam, & in cornua extenuatam videt; argumentisque proinde caret ab hujusmodi Planetarum phasibus petitis, quibus verum Mundi Systema stabiliat: Inferiorum enim Phases primo clare evicerunt eorum motus circa Solem ordinari; unde proclive fuit idem colligere de aliorum motibus. Exinde vero quod nos Terricolæ Planetas Mercurio inferiores non cernamus, nequaquam sequitur nullos tales dari: ipse enim Mercurius in Sphæra nostra obliqua raro cernitur, & illo multum inferior nunquam, propter Solis viciniam, cerneretur.

Digitized by Google

Observatori huic Mercuriali, sicut & nobis Terricolis, desunt media, quibus corporum Cœlestium distantias & diametros cum domicilii sui diametro, suisve mensuris, comparare potest, si quidem accuratiora instrumenta non adhibeat. Nam Parallaxis Solis ex Mercurio visi (quantum ex analogia conjicere licet) minor est ejusdem Parallaxi è Terra; diameter utique apparens Mercurii è Sole minor diametro Telluris apparente ex eodem: Et Venus Soli opposita, Mercurioque proinde proxima, tantundem fere distat à Mercurio atque ipse Sol; Venerisque adeo Parallaxis (etiam cum Mercurius in Aphelio illam Soli oppositam, & consequenter sibi omnium proximam, cernit) Parallaxi Solis è Terra visi non est major. Atque hæc duo sunt magna Mundi corpora, Mercurio proxima, Parallaxin maxime sensibilem habentia.

Quoniam autem ipse Mercurius locum mutat, per Observationes in diversis stationibus factas colliget Mercurii incola rationem inter distantiam Mercurii à Sole & alterius cujusvis Planetæ distantiam ab eodem, simili modo atque nos Terricolæ ex magni Orbis Parallaxi. Verum quidem est illam non tam tuto colligi, quia distantia Mercurii à Sole tam magna non est respectu distantiæ aliorum Planetarum atque Terræ nostræ distantia à Sole: At cum sit earum respectu adhuc sensibilis satis, nimirum distantiæ Saturni à Sole pars circiter vigesima quinta; omnium istarum distantiarum ratio, per Observationes in Mercurio factas, satis commode definientur, modo Observator domicilii sui motum circa Solem agnoscat. Sin, sensibus fidens, Mercurium suum pro immobili certo habeat, ne istud quidem præstare poterit, sicut nec Astronomi Telluris incolæ, quamdiu Tellurem immotam habuere; quod ex Orbium Planetariorum distantiis à *Ptolemaicis* assignatis, inter se tam immane diversis, phænomenis tamen satis consentientibus, abunde constat. In Systemate enim immoti loci Observatoris, si cuilibet superiorum aptetur Epicyclus in una revolutione ad Solem percurrendus, & observatæ ejus distantiæ maximæ à loco in suo excentrico prope quadratum Solis contingenti explicandæ sufficiens, poterit (salvis phænomenis) Excentrici deferentis Epicyclum semidiameter assumi cujusvis magnitudinis, modo talis ut Planeta, quando proximus, longius à Terra absit quam ut illius distantia ex parallaxi definiri queat: Immo nihil obstat quin Martem supra Jovem, aut Saturnum infra Martem, collocet, nisi regula Prop. præc. tradita, & hæc quidem sagacitati non demonstrationi innixa.

Loca Solis omniumque Planetarum, è Mercurio visa, eodem modo investigantur, quo ex Tellure visa, & Tabularum Lib. III. descriptarum ope definiuntur: Quum enim ex illis loca Heliocentrica cum Mercurii tum alterius cujusvis prompte definita habeantur, alterius istius locus Hermocentricus definietur per praxin praxi Prop. XI. Lib. III. similem; quod & de alio quovis similiter est verum, quod semel monuisse sufficiat, ne idem in Propositionibus singulis identidem repetendum sit.

Come-

Cometarum Phænomena ex Mercurio, aliove quovis è Planetis, visa eadem fere sunt cum illorum Phænomenis ex Tellure visis, de quibus Lib. præced. dictum est; neque aliter quam in mensuris differunt.

PROPOSITIO III.

P*Hænomena Oculo in Venere constituto visa describere.*

In Venere Sol duplo fere minore diametro apparet quam in Mercurio, & sescuplo majore quam è Terra. Unde Solis discus Veneri plus duplo major quam nobis, simulque Lux, Calor Gravitasque acceleratrix ad Solem in eadem ratione augentur.

Qui Veneri Annus est (ejus nempe circa Solem periodus) nostrorum mensium septem cum dimidio æqualis est: Dies vero in Venere die nostro minor est unâ fere Horâ.

Venus quatuor cernit Planetas superiores, quorum proinde phænomena similia sunt illis Martis, Jovis & Saturni è Terra, omniumve è Mercurio visis. Tellus autem nostra in Solis opposito visa, & pernox, cum (per Prop. IX. Lib. I.) pleno Orbe fulgeat, lucidissima apparebit; atque lux hæc à Luna nostra, etiam pleno Orbe fulgente, augebitur. Luna Tellurem perpetuo comitari videbitur, ut revera fit, & ultra gradûs semissem quandoque à Tellure digredi.

Venus unicum obtinet Planetam se inferiorem, Mercurium *sc.* qui nunquam longius à Sole evagatur quam 38 circiter partibus, quique similia præbebit spectacula Veneri atque Venus & Mercurius Terricolis, de quibus Prop. IV, V & VI. Lib. I.

Observatori in Venere constituto non prorsus desunt media, quibus Cœlestium distantias cum suis mensuris conferat; nam Veneris suæ diametrum cum mensuris sibi familiaribus comparabit, sicut nos Terræ nostræ cum nostris, per Schol. Prop. XVII. Lib. II. & Parallaxis Terræ, Soli oppositæ, quadruplo major est Parallaxi Solis è Terra spectati, & ideo non prorsus insensibilis: Innotescit igitur ratio diametri suæ Veneris ad distantiam Terræ Soli oppositæ & retrogradæ à Venere; hoc est, differentiam distantiarum Veneris & Terræ à Sole; hæc vero Parallaxis in reliquis Planetis (etiam cum sunt Veneri proximi) insensibilis fere est. Quod si Venus motum suum circa Solem agnoscat, exinde colliget rationem inter distantias Planetarum à Sole, sicut Terricolæ colligunt: Ex datis autem ratione inter binas quantitates, & differentia inter illas, dantur ipsæ quantitates, & consequenter aliæ istæ datas ad harum alterutram rationes habentes. Sin motum domicilii sui non agnoscat Oculus in Venere positus, ordinem quidem superiorum (ex regula Prop. I. tradita) conjecturis stabiliet, distantias vero minime, ut de Mercuriali Astronomo in præcedente dictum est. De Mercurii Solisque ordine eædem ambigendi rationes quæ veteribus Astronomis, Telluris incolis, de Mercurii, Veneris Solisque ordine; aliis contendentibus Mercurium esse supra Solem respectu Veneris in centro quiescentis; aliis illum esse infra eundem; aliis de-

Google

nique Mercurii motum circa Solem ceu centrum ordinari volentibus. Mercurium vero Solem ambire tandem constabit, cum visûs adminicula eousque promoveantur, ut diversæ Mercurii phases oculis subjiciantur. Nam antequam hoc contingat, licebit (salvis Phænomenis) eousque in Planetarum distantiis æstimandis errare, ut si Mercurio concedatur Epicyclus, cujus diameter è Venere visa circiter duo signa cum dimidio adæquat, & hujus centrum rectæ Solem Veneremque jungenti, ultrave Solem productæ, alligetur, Epicyclum Deferens vel ultra Solis Orbitam, vel utcunque citra (modo extra Parallaxis diurnæ limites) collocari possit. Quod palam est exinde, quod Deferentes Epicyclos Mercurii Venerisque in Systemate Terræ immotæ (salvis Phænomenis tunc manifestis) collocati sunt longe citra Solem à *Ptolemæi* sectatoribus, Astronomis fere ad unum omnibus; licet nemo sit qui nunc Planetas hosce Solem circumire non ultro agnoscat.

Determinatis semel Orbium Planetariorum distantiis à Sole, in Systemate vero Veneris circa Solem motæ, si alteri Astronomo constitutum sit Venerem (suam sedem) in Mundi centrum reponere & pro immota habere, illud rite, & secundum Opticæ leges, duobus modis efficere poterit. Primo, Venere in centrum promotâ, Solem simulque Planetas omnes & eorum Orbitas, quas circa Solem describunt, versus eandem plagam in rectis parallelis tantundem promovebit; & fiet apud Venerem Systema Mundi *Tychonicum*, in quo nempe Sol circa Venerem defertur in Orbita æquali, simili & contrarie posita ei in qua Venus circa Solem revera movetur, & Planetæ omnes eorumque Satellites (præterquam quod à Sole deferantur circa Venerem) eosdem circa Solem peragunt motus, quos in vero Systemate peragebant, Primarii quidem quasi in Epicyclis, Satellites vero in Epicyclo-Epicyclis; & Telluris Orbita Solis Cœlum intersecabit similiter atque Martis Orbita illud intersecat in Systemate *Tychonico* apud Terram condito. At Jovis Orbita Solis Orbitam non intersecat, sed continet, in simili Systemate apud Martem. Secundo, Systema Veneris in centro immotæ legitime condet Astronomus, Venerem suam in centrum promovendo, simulque Solem & omnes Planetas tantundem versus eandem plagam in rectis parallelis ut prius extrudendo, sed non Planetarum Orbitas, quas immotas conservat, easdemque quas circa Solem (dum hic in centro maneret) describebant, quippe in quibus Planetas etiamnum circumagere Astronomo nostro est constitutum; & fiet apud Venerem Systema *Ptolemaicum*, in quo nempe Sol circa Venerem defertur ut in modo explicato Systemate *Tychonico*, & Planeta quivis in Epicyclo movetur æquali, simili & contrarie posito veræ Orbitæ Veneris circa Solem, Epicycli autem centrum in eadem Orbita & eodem prorsus modo atque ipse Planeta ante Solis extrusionem de centro Venerisque inibi collocationem, & Telluris Epicyclus in Cœlum Solis descendit similiter atque Martis Epicyclus in simili Systemate apud Terram condito,

dito; quod & apud alium quemvis Planetam obtinebit præter Martem. Hoc modo effictum Systema *Ptolemaicum* sibi prorsus consisteret, & motus centri Epicycli esset à Sole solutus, motus vero Planetæ in Epicyclo eidem alligatus, tam in inferioribus quam in superioribus; &, universaliter, Phænomenis omnibus pariter per hoc Systema satis fieret atque per *Verum* aut *Tychonicum*. Duo hæc Systemata (*Ptolemaicum* & *Tychonicum*) permutant Deferentes & Epicyclos: Namque *Tychonicum* eundem Planetis omnibus statuit Deferentem æqualem, similem & contrarie positum Orbitæ spectatoris Planetæ circa Solem, diversos vero Epicyclos similes & similiter positos veris respectivorum Planetarum Orbitis circa Solem; nam Solis in hoc Systemate nullus est Epicyclus, sicuti in vero nullus est Deferens, sed & ibi Epicyclus & hic Deferens puncta habentur, quæ figuræ sunt similes & similiter positæ. At Systema *Ptolemaicum* Planetis omnibus Epicyclos statuit prædictæ spectatoris Planetæ Orbitæ circa Solem æquales, similes & contrarie positos, diversos vero Deferentes, eosdem *sc.* cum respectivis eorum Orbitis circa Solem in Systemate vero; namque via Solis in hoc Systemate est Epicyclus cujus Deferens est immotum punctum, idem *sc.* cum Orbita Solis in vero Systemate. At cum Systema à *Ptolemaicis* assertum non sit ex vero Systemate formatum, sed pedetentim ex Phænomenis extructum absque ope veri; ideo Orbium deferentium proportio in illo (prout ab ejus cultoribus traditur) est ignorata, & tantum ratio inter Planetæ cujusque Deferentem & Epicyclum ex ejus motibus stabilita; unde fit ut in Saturno, Jove & Marte semidiameter Deferentis (ex ipsius *Ptolemæi* numeris) sit ad Epicycli Semidiametrum ut Distantia Planetæ à Sole ad Telluris distantiam ab eodem. At cum in Systemate *Tychonico* idem sit omnium Planetarum Deferens, si ex cujusque motibus inveniatur vera ratio inter ejus Epicyclum & Deferentem, ex æquo inventa eo ipso habetur ratio inter omnium Epicyclos, hoc est, inter Planetarum omnium Orbitas; atque nihil amplius est factum per Systema verum. Systema *Ptolemaicum* legitimum (hoc est, prædicto modo genitum) ponit Planetarum inferiorum Epicyclos Solis Orbitæ æquales: At cum monstrosum visum sit Epicyclum ponere Deferente majorem, ideo *Ptolemaici* utriusque Inferioris Deferentem mutarunt in Epicyclum, ita tamen ut quisque naturam suam (quod impedire haud poterant) conservaret; nempe ut motus centri Epicycli in Deferente sit Soli alligatus, & ut Planetæ motus in Epicyclo sit à Sole solutus. Hâc permutatione Systema suum genuinum supra descriptum reliquerunt, & quasi *Tychonicum* sunt amplexi; & in hoc solo Inferiorum Systema *Ptolemaicum* differt à *Tychonico*, quod, verâ semidiametro Deferentis ignoratâ, ponat veram tantum rationem inter semidiametrum Deferentis & semidiametrum Epicycli, nempe hæc apud *Ptolemæum* eadem est cum ratione Distantiæ Terræ à Sole ad distantiam dicti Inferioris ab eodem in Systemate vero. Atque prædicta duo Systemata

mata fiunt retentis Orbitis Planetariis, Systematis veri; mutatis vero illis, numero infinita fabricari poterunt Systemata, quorum quodlibet Phænomenis satisfaciat, immo quod cujusvis Planetæ locum respectu Terræ eundem (hoc est, in eadem positione & magnitudine recta è Terra educta) faciat cum ejus loco in Systemate vero, quorumque nullum, aliter quam ex Physica, redargui potest.

Venerem Comite gaudere plusquam suspicio est ex oculatissimi D. *Cassini* observationibus binis Annis 1672 & 1686 casu factis, in quarum ultima, die 28 *August.* hor. 4. scrup. 15 mane, Telescopio 34 pedes longo, per horæ quadrantem vidit quasi Veneris Comitem ⅗ diametri Veneris à Venere distantem, ejusdem cum illa Phasis, (ut oportuit, cum illorum situs, respectu Solis illustrantis Terræque videntis, idem fuerit,) sed informem, & diametro quæ Veneris diametri quadrantem non excederet. Quod Comitem hunc non alias viderit D. *Cassinus*, licet summopere anniteretur, exinde forte fit, quod Satellitis hujus superficies minus apta fit ad Solis lumen reflectendum, quod de Lunæ nostræ maculis verum deprehendimus. Si enim integra nostra Luna tam debiliter lumen reflecteret, atque ejus maculæ quædam obscuriores, ægre & figuræ male terminatæ apud Venerem videretur: Fatendum tamen hunc Veneris Satellitem (si talis detur) diversæ admodum esse naturæ à suo Primario, qui Solis lumen potenter adeo fortiterque remittit, ut tubo 60 pedes longo vix aliquid maculæ simile potuerit *Hugenius* in eo animadvertere; quod etiam in causa est cur positio axis, circa quem motu diurno convertitur, non sit definita. Verum diversitas hæc inter Venerem ejusque Comitem exhinc forte provenit, quod non solidus Veneris globus, sed illi circumfusa Atmosphæra densior vaporibusque referta, lumen Solis ad nos repercutiat, qualis tamen Comiti ejus non circumfunditur, sicut nec Lunæ nostræ, densa licet satis Atmosphæra, & nebulas vehens, Terræ circumfundatur, quæ hanc è Venere aspicienti ægre permitteret Terrarum Mariumque distinctionem percipere, sed æquabilem fere ejus superficiem, & luce æqualiter perfusam repræsentaret, qualem nos Venerem videmus. Si Venerem Luna comitetur sua, in omnibus fere Planeta iste Telluri nostræ assimilatur, à qua & Anni & Diei quantitate, & Caloris gradu minus differt quam alter quivis Planeta.

PROPOSITIO IV.

P*Hænomena Oculo in Marte posito visa describere.*

Sol è Marte sesquplo minore diametro apparet quam è Terra; & proinde duplo minorem in Martis regione impertit lucem & calorem quam nobis Terricolis. Sed hæc, propter magnam Orbitæ Martis Excentricitatem, mutantur sensibiliter, licet non tantum atque in Mercurio.

Martis

Martis Annus binis fere è noſtris eſt æqualis; Dies vero naturalis noſtro paululum major: Artificialis vero dies, quo Sol ſupra Horizontem lucet, (præter Crepuſcula ante Solis ortum, & poſt ejus occaſum pro altitudine atmoſphæræ diuturna,) nocti perpetuo eſt & ubique fere æqualis, & ideo parva æſtatis hyemiſque diſcrimina in eodem loco ſentiuntur; & hæc quidem quia Axis diurnæ revolutionis ad planum Orbis Martis normalis fere eſt. Interim loca, in diverſis diſtantiis à medio inter Polos circulo, diverſos admodum habent Caloris gradus, propter diverſam radiorum Solarium inclinationem ad Horizontem, ſicut in Terra Æquinoctii tempore fit: Atque hinc ortas eſſe Faſcias ſuſpicor, dicto circulo inter Polos medio parallelas. Cum enim idem Caloris gradus in eodem Climate ſemper maneat, veriſimile eſt Maculas in Marte (ſicut in Terra nubes & nivem) calori frigorique ortum ſuum debentes ſecundum dicta Climata extendi, faſciaſque efficere circulis revolutionis diurnæ Martis parallelas; quod etiam de Jove verum eſt, cum ille æque ac Mars perpetuo gaudeat Æquinoctio.

Martis incola duos cernit Planetas ſuperiores, Jovem & Saturnum, duoſque inferiores, Terram Veneremque; quorum phænomena ſimilia ſunt phænomenis ſuperiorum & inferiorum ſupra deſcriptis. Mercurium nunquam videbit (quippe nunquam longe ultra Signi ſemiſſem à Sole elongatum) niſi forte, maculæ inſtar, Solis diſcum tranſeuntem; ſaltem ſi Marti circumfuſa ſit atmoſphæra Terreſtri noſtræ æquicraſſa & ampla, qualem arguunt obſervationes Fixarum obſcuratarum & prope extinctarum antequam Martis globum attingere videntur. Venerem à Sole elongatam videbit quantum nos Mercurium, Terramque quantum Terra Venerem: Cumque Tellus, è Marte viſa, Soli fere conjuncta & proxima apparet, illud in Terra videbit quod Cl. D. *Caſſinus* ſemel biſve in Venere; nempe Planetam inferiorem falcatum, Comitemque ejuſdem phaſis juxta poſitum, quem, cum maxime, non ad gradus quadrantem ab illo elongatum videbit.

Aſtronomus in Marte poſitus mediis penitus eſt deſtitutus, quibus Cœleſtia corpora Marti ſuo conferat, eorumque diſtantias menſuris ſibi notis; propter Planetarum proximorum Jovis & Terræ diſtantiam, & domicilii ſui parvitatem. Telluris enim, etiam cum ſibi proximæ omniumque Cœleſtium infimæ, parallaxis non erit ſenſibilis, quippe non ultra 12 ſcrupula ſecunda aſcendens, quanta fere eſt Solis parallaxis nobis Terricolis. At ſi Martis ſui motum circa Solem agnoſcat, Cœleſtium diſtantias inter ſe comparare poteſt; ſi non, ne hoc quidem; ut fuſe in duabus præcedentibus Propoſitionibus oſtenſum eſt.

Digitized by Google

PROPOSITIO V.

P*hænomena Cœlestia Oculo in Jove collocato spectanda describere.*

Sol è Jove paulo plus quam quintuplo minore diametro apparet quam è Tellure; & ejus proinde Lux & Calor vigesies & septies in Jove quam apud nos minor. Jovis Annus duodecim fere è nostris æqualis est: Dies vero naturalis nostro vicissim minor; utpote qui ad decem ex horis nostris vix ascendit: (Atque motus Jovis circa proprium axem periodo absolvitur omnium minimâ earum, quas in Cœlo hactenus observarunt Astronomi:) Unde apud Jovem ultra decem mille dies in Anno numerantur. Dies Jovialis æqualiter fere in diem artificialem & noctem dividitur, per universam Jovis superficiem; cum Axis, circa quem Jupiter revolvitur, sit fere normalis ad planum Orbitæ, quam ille circa Solem describit: Unde similia obtinebunt atque in Marte, de quibus in præcedente dictum est.

Quatuor licet sint Planetæ primarii Jove inferiores, illorum nullum cernet Oculus in Jove positus; si hunc ponamus acutiore visu non pollere quam nos, & atmosphærâ involutum esse qualis Telluri circundatur: Nam ipse Mars, qui omnium longissime à Sole digreditur, non ultra 18gr elongari videtur; cum autem Mars & parvus sit, & Solis lumen debiliter remittat, hic in ea à Sole distantia vix videbitur. Verum quidem est Solis lumen apud Jovem non esse tam splendidum atque apud nos, ideoque vicinas Stellas ab illo non tantum offuscari; sed & Martis, Terræ, Venerisve lumen in eadem ratione, propter distantiam Oculi auctam, minuitur: Unde, in elongatione pari à Sole, è Jove visi etiam pariter extinguuntur à lumine Solis. Poterunt autem Jove inferiores è Jove in Solis disco macularum instar spectari; sed istud casu tantum fiet: Nam Jovialis Astronomus de illorum existentia non magis certus quam nos de existentia Planetarum Mercurio inferiorum illorum motus non tenebit, ut ad spectaculum debito tempore attendat; unicum igitur Saturnum, eumque superiorem, videbit Oculus in Jove positus.

At interim quatuor Comites suos, in vicinia positos & Solis lumen fortiter reflectentes, cernet in circulo medio inter Polos motûs primi delatos, nisi quatenus per parallaxin, ab Oculo versus alterutrum Jovis Polum posito, inde in alterum declinare videantur; adeo ut Planetarum numerus, Oculo in Jove posito, ad senarium ascendat. Quippe nullum est dubium quin domicilium suum, Jovis globum, pro immoto habens (quod ob magnitudinem immensam supra sibi satis compertos Planetas propiores potiore jure fiet quam à Terricolis Terra) quatuor suos comites Planetas statuat, quibus Solem Saturnumque annumerat, plane sicut nos Lunam reliquis sex annumeramus: Et quidem in eorum ordine vix aberrabit, si illum remotiorem habeat, qui longiore tempore Cœli circuitum circa Jovem absolvit.

Porro,

Porro, quatuor Inferiorum distantias cum mensuris suis comparabit facile; hasce nimirum cum Jovis diametro, sicut nos nostras cum diametro Terræ; & Planetarum quatuor proximorum distantias cum diametro Jovis facilius quam nos Lunæ distantiam cum diametro Terræ: Nam remotissimi illorum è Jove spectati Parallaxis horizontalis est plusquam duplo major Parallaxi horizontali Lunæ è Terra visæ, adeoque valde sensibilis. At licet Jovis globus sit immense magnus respectu Terræ nostræ, Parallaxis Solis è Jove visi vix erit sensibilis, quippe ad 20″ non ascendens; neque Saturni (etiam Soli oppositi & Jovi proximi) multo major erit Parallaxis: Jovis igitur incola Solis & Saturni distantias cum mensuris suis ægre comparabit. Si sui Jovis motum circa Solem agnoscat, rationem inter distantias Jovis & Saturni à Sole facile definiet, aliàs non; ut Prop. III. explicatum est.

Duo igitur Planetarum genera distinguet Observator Jovialis sensibus innixus; proximos nempe quatuor, & remotissimos duos Solem & Saturnum, hos diametro minore, illos multo majore apparentes. Nam è remotioribus Sol videtur circiter 6′ latus, cum Saturni etiam proximi diameter vix ad scrupuli bessem ascendat. Reliquorum à Jove quartus eâ fere magnitudine videtur quâ Terricolis Luna, quinquies nempe majori diametro, & vigesies ac quinquies majore disco quam Sol ex eodem Jove; & si Satellites reliqui non sint extimo multo minores, hi è Jove visi adhuc majores apparent, si quidem singuli sint Tellure nostrâ haud minores, ut perspicacissimo Cosmographo D. *Hugenio* videntur. Distinguentur præterea quatuor propiores & apparenter majores à remotioribus & minoribus, quod in Planetis propioribus quadrata temporum periodicorum sint ut cubi distantiarum eorundem à centro sui Jovis; hoc vero minime obtineat, si majorum quivis cum minorum aliquo comparetur. Quamvis propiores appareant majores, ipse Sol illis immense magis lucidus videbitur: Immo ex eorum phasibus, ab ipsorum ad Solem aspectu pendentibus, totidem Lunæ videbuntur. Unde quatuor Mensium genera agnoscet Jovis incola à totidem Lunis denominata. Minimorum Mensium ultra 2407 in Anno continentur; Mensium proxime majorum numerus in Anno quasi duplo minor; ordine tertiorum numerus in Anno Joviali secundorum quasi subduplus, sive minimorum fere subquadruplus; maximorum vero Mensium sunt in Anno fere 254. Et ideo licet Temporis Notatio sit apud Jovem intricatior, quia Annus magnum Dierum numerum continet, per quatuor hæcce Mensium genera illa expedita satis redditur: in Mense enim minimo quatuor tantum erunt Dies cum quadrante; in maximo vero paulo plus quam Dies quadraginta.

Præterea, Lunæ hæ, Soli è Jove oppositæ, in Jovis umbram incurrentes deficiunt, & vicissim Soli conjunctæ, umbras suas in Jovem projicientes, speciem Solis deficientis Oculo in regione per umbram occupata (quæ parva satis est superficiei Jovis portio) po-

Google

fito præbent, plane ut Luna noſtra. Quoniam vero Lunarum iſtarum Orbitæ circa Jovem ſunt in plano (omnes quidem in eodem quamproxime, niſi quod à Jove ſecundus inde paululum deflectat) ad planum itineris Jovis circa Solem inclinato, Eclipſes iſtarum Lunarum centrales ſunt & maxime diuturnæ, cum Sol in Nodo Lunarum alterutro verſatur. Sole extra hunc ſitum verſante, Eclipſes etiamnum totales eſſe poterunt, licet non centrales; quia umbra Jovis decuplo fere latior eſt quam Satellitum quivis, & Lunæ cujuſvis diameter apparens quintuplo major Solis diametro apparente. Atque inſignis hæc diametrorum inæqualitas, & parva plani Orbitarum Satellitum inclinatio ad planum Orbitæ Jovis circa Solem, in cauſa eſt cur Eclipſes, tam Lunarum quam Solis, ſingulis revolutionibus contingant, licet Sol longe à Nodis diſtet. Et quidem inferiores, licet Sol è Jove viſus omnium maxime à Lunarum Nodis diſtet, etiamnum in Jovis umbram incurrunt, & eorum umbræ Jovem viciſſim attingunt; remotiſſimus vero in hoc caſu, per Jovialis Anni ſextantem, umbram in Solis oppoſito effugit, & viciſſim Jupiter illius cum Sole conjuncti umbram: Sed & Eclipſium partialium phænomena temporibus locisque intermediis cernet Oculus in Jove poſitus. Porro Eclipſis Lunæ per Lunam hic contingit, cujus phaſis aliquando plane diverſa eſt, immo contraria prius deſcriptæ Eclipſi Lunæ in Jovis umbram incurrentis: in hac enim, primo deficit Lunæ limbus orientalis, & occidentalis ultimo ex umbra emergit; in illarum vero aliis, primo deficit occidentalis limbus, & orientalis ultimo lumen ſuum recuperat, in aliis è contra. Jovis umbra, licet longe ultra ſuos Satellites porrecta, ad alium Planetam non porrigitur, quod in omnibus aliis Primariis etiam obtinet. Nam ſolus Saturnus in illam, ſi vel infinita eſſet, immergi poteſt; umbra vero Jovis ad Orbem Saturni porrigi nequit, niſi Jovis diameter ſit quaſi ſemiſſis diametri Solis, & ad partem nonam vix aſcendit.

Si Jovis ſuperficies fluido magna ex parte tegatur, & Maria iſta navigari fingamus; Navigatio percommoda erit, cum propter Noctes breviſſimas, easque ex Lunarum multitudine vix unquam illunes, plerumque per illarum plures admodum claras, tum quod illarum auxilio curſus ſuos regere poſſint. Sed & ex tam multiplicibus Eclipſibus loci Longitudo facillime definietur, & Hydrographicæ Tabulæ accuratæ conſtruentur; quod in tam vaſto globo percommodum eſt, cujus nempe ſuperficies centuplo (immo ex D. *Hugenii* ſententia quadringenties) major ſuperficie Telluris ejus menſuram laborioſiſſimam redderet. At Æſtus Maris reciprocus ex quatuor Lunis (Solis enim illic ad hanc rem exiguæ ſunt vires) oriundus varius eſt, & præterquam calculis ſubducendis aſſueto incertus.

PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO VI.

Phænomena Cœlestia præcipua, quæ Oculo in Saturno posito occurrunt, describere.

Sol è Saturno fere decuplo minore diametro apparet quam è Terra, & ejus Discus, unaque Lux & Calor, nonaginta saltem vicibus minor quam hìc. Saturni Annus triginta fere è nostris æqualis est: quam autem rationem Dies Saturnia ad nostram habeat, incertum est; nam periodus revolutionis Saturni circa proprium Axem nondum constat. *Hugenius* quidem ex intimi Comitis distantia ac periodo, horumque comparatione cum distantia & periodo intimi Jovialium, verisimile censet non esse longiores Dies illic quam in Jove. In hanc sententiam abit, quoniam pro indubitato habet Solis & Primarii rotationem circa axem causam esse rotationis Primariorum & Secundariorum, (quam in easdem quidem partes fieri certum est,) aut saltem rotationem corporis centralis & Planetarum illud comitantium ab eadem causa pendere; adeoque è converso, cum Satellites circa Saturnum rotatos observaverit, & hunc circa Axem suum revolvi nullus dubitavit, & pari fere quo Jupiter tempore, ob Satellitum periodos haud impares. At si consideretur causam rotationis Primariorum circa Solem, Satellitumve circa Primarium, non esse vorticem ullum, aut quod hujus instar est, (cui opinioni prædictum argumentum innititur,) sed Planetas motu composito ex projectili prorsum in recta, & ex gravitate versus corpus centrale (circa quod in spatio libero & tantum non vacuo moventur) deferri, & Satellites Saturnios eodem modo in Saturnum gravitare, sive is circa Axem revolvatur sive quiescat; patet, ex rotatione Satellitum ipsius Saturni rotationem circa proprium Axem non recte colligi, nedum hujus periodum. Verum quidem est admodum esse probabile Saturnum circa Axem revolvi, ut *sc.* nunc hanc nunc illam sui faciem Soli, lucis & caloris in suo Systemate fonti, obvertat: At rotationis periodum exhinc colligere impossibile videtur, cum hæc ad rerum Saturno contentarum naturam (nobis certe prorsus ignotam) à sapientissimo & omnipotente Deo Creatore accommodata sint. Si Saturni Axis sit plano Annuli Saturni Orbitarumque Satellitum perpendicularis, (ut vult *Hugenius*,) tum Polorum & Æquatoris idem est inter Fixas situs in Saturno atque in Terra; eadem igitur Polaris Stella, eodemque modo, in similibus latitudinibus, oriuntur & occidunt Constellationes. Atque hæc obtinent, si is sit situs Annuli quem *Hugenius* in *Systemate Saturnio* posuit, quem & nos supposuimus Lib. IV. cum de ejus phænomenis ageremus: At si per observationes magis accuratas diversus deprehensus fuerit, (ut in Cosmotheoria innuit,) prædictorum phænomenon mensuras diversas ex superioribus colliget quivis. Dies apud Saturnum sunt admodum inæquales, magnaque Æstatis & Hyemis discrimina; hæc enim à quantitate inclinationis plani Æquatoris ad planum Orbitæ Saturni circa So-

lem pendent, quam *Hugenius* postea 31gr posuit, triente fere majorem quam quæ in Tellure obtinet, ubi discrimina ista sunt valde sensibilia. Apud Saturnum in Latitudine 59gr Dies longissima nullâ Nocte interrumpitur, nec Nox longissima ullâ Die. Et Zonæ duæ frigidæ circa Polos extensæ (quarum quælibet 62gr lata) plusquam decuplo majores sunt quam integra Telluris nostræ superficies.

Oculus in Saturno positus è Primariis solum Jovem videre poterit, Solem perpetuò comitantem, nec ab illo nisi 37gr circiter quandoque elongatum. Hosce duos propriis suis quinque Comitibus annumerans, septenarium Planetarum numerum Saturno visorum complet, quos in quinas Lunas duosque alios distinguit, (ut in Prop. præc. Jupiter;) cum ob easdem rationes, tum ob hanc etiam, quod quinque proximi moveantur in eodem plano ad planum itineris Solis circa Saturnum 31gr inclinato; adeo ut Zodiacus Saturno sit plusquam tertiâ parte Cœli latus, si hunc omnium Planetarum evagationes à Solis via complecti velit. Phases similes harum Lunarum atque Lunarum Jovialium, nisi quod æstate hyemeve, cum Sol multum ab Æquatore declinat, Luna quævis Soli opposita pleno orbe non fulgeat, nec eidem conjuncta penitus sileat. Nam mediâ æstate hyemeve Luna Soli conjuncta tantum à Sole distat quantum Luna nostra biduo & ultra ante vel post Novilunium, & Soli opposita tantum ab oppositione illa directa, quæ plenum Orbem facit, quantum nostra Luna biduo & amplius ante vel post Plenilunium: ideoque similes tum erunt earum Phases atque Lunæ nostræ duobus diebus & semisse ante vel post syzygiam. Unde istis Anni Saturnii tempestatibus nullæ contingent Luminarium Eclipses. Hæ autem tempore Æquinoctii nunquam deerunt, omniumque etiam generum quorum in præcedente mentio facta est.

Cum Annus Saturnius diuturnior sit Joviali, plura etiam sunt Mensium genera ad illum in partes distinguendum. In Anno sunt ultra 5700 Menses minimi, & circiter 3932 magnitudine proximorum, ultra 2352 Mensium tertiorum, ultraque 674 quartorum, & Mensium maximorum 135.

Saturnicola Lunarum suarum distantias cum mensuris suis comparabit facile; quippe quintæ & extimæ Parallaxis major est Parallaxi Lunæ nostræ. At Solis Parallaxis 9″ non excedit; ideoque insensibilis est, instar Parallaxis Solis è Terra visi.

Oculo in Saturno posito maxime mirandus est Annulus iste Saturnum cingens, de quo Lib. IV. dictum: est quippe eminus visus spectaculum sui generis unicum, quodque Philosophorum omnium Oculos jamdudum in se convertit. Annulus hic acutiss. D. *Halleio*, Variationis declinantis Acûs magneticæ causas inquirenti, animos addidit ut Telluris globum in Crustas Nucleosque concentricos divisum supponeret *Transact. Philos.* N° 195. post *Keplerum* qui idem fecit *Lib.* IV. *pag.* 586. *Epit. Astron. Copern.* cum, ex directione magnetica, causas inæqualitatis Planetarum in altum investigaret. Quid enim si Annulus hic sit pars reliqua exte-

rioris

rioris Crustæ in Nucleum interiorem jam collapsæ, ejusque quasi ruinæ adhuc spectandæ? Nam si Saturnus olim ejus fuerat diametri, cujus est in hunc diem Annulus, illa è Sole visa ejusdem erat magnitudinis atque est nunc Jovis diameter apparens ex eodem.

Cum Annuli extimus margo supra Saturni superficiem exstet ad altitudinem, quæ est sesquiquarta semidiametri Saturni, hunc ad distantiam ab Æquatore Saturnio (in cujus plano totus est positus) majorem quam 64^{gr} videre non licebit: Spectator igitur majorem latitudinem habens Annulum nunquam cernet; Zonaque est circa utrumque Polum, 53^{gr} fere lata, Annuli spectaculo penitus privata. Et accedente Oculo propius ad Saturni Polum primus Satelles obtectus manet, deinde secundus, atque ita porro, donec Oculo tandem promoto ad distantiam unius gradûs à Polo, ne vel quintum amplius videt, nisi per refractionem illud fiat; nec, tempore hyemis, Solem, Lunam quamvis, nec quemvis Planetam, nec Cœleste corpus quodvis Terricolis notum præter Fixas, & forte Cometam aliquem videbit.

Oculus in ipso Saturni Æquatore, aut Zona prope illum, constitutus Stellas nullas in Æquatore aut valde prope Æquatorem positas videt; & ideo nunquam Lunarum aliquam, obstante *sc.* Annulo: Ideoque tempore Æquinoctii in Æquatore degens Solem non videbit, neque alibi degens Annulum, quippe cujus neutra facies in hoc casu illustratur. Quam lata autem sit Zona ista, per observationes in Tellure factas difficile est determinare, cum Annuli crassities exigua sit; illam *Hugenius* sexcenta milliaria *Germanica* efficere putat. Hanc ex Saturni superficie accurate determinare facile erit, cum paulo plus quam semidiametro supra eandem elevetur. Si Oculus extra Æquatorem positus intelligatur, spatium Cœli continens Stellas ab Annulo tectas diversæ erit magnitudinis & figuræ, pro diverso Oculi situ.

Per Anni Saturnii semissem, altera Annuli facies à Sole illustratur; unde qui istud hemisphærium incolunt cui hæc obvertitur, hoc est, qui æstatem habent, Annuli portionem, quæ supra Horizontem exstat, illustratam de die cernunt tenuiter lucentem (sicut nos Lunam præsente Sole) si atmosphæra Saturno circumfundatur, & ad plagam versus quam est Polus depressus positam; de nocte vero ejus lumen fortius est, sicut & nostræ Lunæ absente Sole: Et ex maculis, ejus vel quies vel motus, hujusque velocitas definietur. Post Solis occasum Arcûs hujus lucidi pars orientalis umbrâ (nempe ipsius Saturni) inficitur, quæ, procedente nocte, paulatim ascendit, donec nocte mediâ ejus partem summam sive verticem occupat, unde paulatim versus occidentalem ejus partem movetur, prout Sol ad ortum vergit. Arcus hic lineam meridianam semper ostendet; planum enim ad Horizontem erectum, per Arcûs verticem transiens, est in Meridiano. Si Oculi distantia ab Æquatore minor sit 52^{gr}, Annuli Arcum concavum æque ac convexum cernet, instar fornicis, hinc inde ab Horizonte assurgentem; infra quem, nempe

inter

inter Arcum lucidum & Horizontem, Cœlum cernet Stellasque in regione ista. Si vero Oculus magis quam 52gr, minus vero quam 64gr, ab Æquatore distet; partem cavam minime cernet, sed lucidum corpus quasi è solo assurgens, & Horizonti, instar auroræ, contiguum.

Per alteram Anni Saturnii semissem, cum nempe Sol ab Æquatore versus Polum inconspicuum declinat, hoc est, tempore hyemis, Oculus Annulum minime videbit, quippe non illustratum eâ facie quæ Oculo obvertitur; sed hic partem Cœli, syderaque hâc contenta, ab Oculo tegit, ut superius dictum, seque hoc modo sensibilem reddet. Annuli autem umbra magis magisque versus Polum proximum protenditur, adeo ut Oculo ubivis intra spatium prædictum posito Sol, cum certam declinationem attingit, tegi videatur & Eclipsin pati ipso meridie, iterumque statim retegi. Postero die simile rursus contingit, sed Eclipsis paulo citius incipit & serius desinit; & Tenebræ hæ meridianæ quotidie diuturniores fiunt, (vel forsan integro die durant) ad usque mediam hyemem, unde rursus decrescere incipiunt donec tandem nullæ fiant, cum Sol eandem rursus declinationem à Tropico rediens attingit, quam, illis primo ingruentibus, habuit. Atque hoc obtinebit si Oculus sit in latitudine majore quam 25gr vel 26gr: Si vero in minore latitudine collocatus fuerit Oculus spectator, cum Tenebræ meridianæ sunt maxime diuturnæ, subito sub ipsum meridiem Sol apparet rursusque statim absconditur, & postridie similis rursus Lux, sed paulo diuturnior, fiet; atque sic porro magis magisque diuturna erit Lux meridiana usque ad mediam hyemem: Et hinc rursus perpetuo brevior evadet donec penitus evanescat, Sole à Tropico hyemali reduce & declinationem attingente æqualem illi, quam habuerat cum primum Lux affulsit, quo tempore subito Tenebræ meridianæ longissimæ rursus incipient, ut hactenus dictum minuendæ, Sole ad Æquatorem properante. Atque exhinc patet multo maximum esse Æstatis Hyemisque in Saturni globo discrimen, tum propter utriusque diuturnitatem, magnamque Solis declinationem ab Æquatore, tum propter Tenebras meridianas hyemales ab Annulo Solem tegente profectas.

PROPOSITIO VII.

Phænomena Oculo in Cometa aliquo posito visa describere.

Cometas ad Planetas primarios referimus, quippe qui in Orbium excentricitate ab illis præcipue differunt. Oculus in Cometa collocatus atmosphærâ maximâ & densissimâ sese involutum sentit, quæ in descensu ab Aphelio, præcipue postquam in minorum Planetarum regionem immergitur, crescit. Atmosphæra hæc tam densa est & turbida, ut chaos versus sui imum referat fere. Incertum est an Cometa in seipsum revolvatur; verisimile tamen est illum, aliorum magnorum Mundi corporum ritu, omnes sui facies versus Solem convertere, ut vapor copiosior inde elevetur. An vero

conversio

conversio hæc sit super datum axem, difficile esset determinare. Si Nucleus convertitur, omnis atmosphæra, præcipue pars illa altior quæ in partes à Sole aversas protenditur, non una revolvitur ut in Telluris atmosphæra fit: Verum vapor iste, è Cometa exiens & caudam constituens, non tam Cometæ atmosphæra ipsi Cometæ conjuncta (ut Telluris atmosphæra crassior Telluri) ejusque partem constituens, censenda est, quam corpus separatum, cujus particulæ singulæ seorsim, in spatio libero, motus suos (ipsius Cometæ instar) excercent.

Cum cujusvis Cometæ iter circa Solem sit Ellipsis admodum excentrica, non est verisimile illorum similem esse in Universo usum atque ipsorum Planetarum, qui in Orbibus Soli proxime concentricis feruntur, quique rebus in eodem fere statu mansuris producendis & alendis destinati videntur; cui usui Cometæ neutiquam accommodati sunt, propter diversissimos caloris gradus quos subeunt. Si igitur conjecturæ locus sit, arbitramur Cometas restaurando Solis & Planetarum fluido inservire: Cum enim Sol immensam fluidi massam sub lucis forma exeuntem continuo deperdat, & Planetarum fluidum, perpetuâ serie, in solidum (vix in fluidum denuo rediens) mutetur, ut in Tellure nostra quotannis fieri deprehendimus; patet, aut Solis vires paulatim deperditum iri, Planetarumque fluidum defecturum, quod minime est verisimile, aut hæc statis vicibus esse reficienda. Nullum vero tam aptum modum comminisci est proclive, quam si Cometæ, ingentia spatia æetherea pervagantes, ponantur corpuscula lucem olim constituentia in ista spatia projecta, & quasi ibidem sparsa & deperdita, & vapores humidos pariter per attractionem (qualitatem corporibus omnibus ingenitam & connatam) ad se allicere, & quasi recolligere; ut hos in caudas sursum elevatos (quæ & *Hippocratis Chii* fuit opinio ab *Aristotele Lib.* 1. *Cap.* 6. *Meteor.* consignata) Planetarum atmosphæris immisceant, illa verò Soli, lucis fonti, restituant. Hinc primarii Planetæ augebuntur; unde Satellitis, si quis est, Orbita & Periodus contrahuntur (de quo phænomeno supra suo loco dictum) aliaque fiunt, quæ superius explicuimus cum Cometas in præcedente Libro tractaremus.

Alius etiam erit quandoque Cometæ sive effectus sive usus. Si nempe Cometa prope Planetam transeat (ita ferentibus eorum Orbibus & motibus) hunc ita attrahet ut ejus Orbita immutetur, (mutatâ etiam, ex mutua actione, Cometæ Orbitâ;) unde Planetæ Periodus etiam mutabitur. Sed & Satellitem ita per attractionem deturbare poterit Cometa, ut, relicto suo Primario, ipse evadat Primarius circa Solem deinceps rotatus. Præterea mutationes multo maximas in ipso Planetæ globo producere poterit, non solum prolectando fluidum si quod sit, sed per alias etiam qualitates, si v. g. corpus tam vastum &c, si ex Solis vicinia prodeat, ignitum Tellurem nostram è propinquo prætervehatur. Verum de hisce satis, præsertim cum ad nostrum institutum directe non spectent.

Cometarum Anni diversi sunt, pro magnitudine Axium majorum Orbitarum, quas circa Solem describunt; est nimirum (per Propp. XI. & XLII. Lib. I.) cujusvis Cometæ Annus ad Annum nostrum in sesquiplicata ratione Axis majoris Orbitæ Cometicæ ad duplam distantiam mediocrem Solis à Terra. Solis diameter apparens, ejus discus, simulque Calor & Lux, in Cometa immense mutata deprehendentur, ut & Planetarum magnitudo apparens. Cæterum Cometæ incola Planetarum motus diversissimos experietur, prout, in illorum regionem immersus, nunc omnes se superiores habet, nunc hos inferiores illos superiores; vel, extra hanc elatus, omnes inferiores cernit; quæ omnia in Cometa, cujus data est Orbita, ex præcedentibus definire licebit. Si *ex. gr.* Cometa in Aphelio ascendat ad distantiam à Sole sextuplo majorem quam est Saturni distantia, quod fiet si Cometæ Periodus sit circiter 150 nostrorum Annorum (posito illum in Perihelio ad Solem admodum appropinquare, ut in quibusdam fit,) Planetæ omnes propter Solis viciniam, Oculo in Cometa posito, tum fiunt inconspicui; ipse quippe Saturnus vix ultra 10^{gr} à Sole digredietur, & Solis diameter semissem scrupuli primi adæquabit. Oculo autem in Cometa, cujus Periodus est longe major, Planetæ inconspicui fiunt dum in altiore Orbitæ suæ parte versatur, quod per magnam Anni sui partem durat; nam Cometæ velocitas versus Aphelium parva admodum est respectu illius, quâ fertur cum circa Perihelium versatur. Si Cometæ Periodus sit nimis magna, id est si Cometæ distantia à Sole in Aphelio distantiam Saturni sæpius contineat, forte Fixarum Ordo è Cometa spectatus notabiliter diversus erit, in diversis itineris sui punctis: Vix tamen crediderim diversitatem hanc esse valde sensibilem; sed potius Cometarum etiam extimorum Orbes, ad Fixarum à Sole distantiam comparatos, parvos satis esse.

COROLLARIUM.

Hinc patet Systema Planetarum circumsolarium, è Fixa spectatum, visum prorsus fugere, & in idem punctum lucidum confundi cum Sole, cujus diameter insensibilis fiet, si distincte spectetur & orbatus capillitio, quali Fixæ Terricolis cinctæ videntur. Nam cum Planetæ omnes è Cometa in Aphelio posito propter Solis viciniam videri nequeant; quanto magis ex tam immensa distantia, qualis est ea Fixarum, invisibiles redderentur? Posito enim Parallaxin magni Orbis (sive è Fixa visam semidiametrum magni Orbis) æqualem esse Parallaxi Solis è Terra visi (neque ullæ sunt observationes quæ majorem esse evincant) Solis diameter angulum, ad Fixam, quinque scrup. tertiorum vix subtendit, & Saturnus à Sole per bina scrupula prima nunquam elongabitur. Præterea Planetarum mutuatitium lumen à radiorum Solarium reflectione oriundum visui, nostro simili, in tam immensa distantia, movendo prorsus erit impar; & licet sensum moveret, Solis species in semidiametrum huic æqualem videretur se extendere, sicut corporibus

quibusvis

quibusvis lucidis contingit & speciatim Fixis è Terra spectatis; unde in idem lucidum corpus coalescerent quasi: Ideoque vicissim Planetæ circa Soles istos rotati observationem nostram effugiunt penitus. Dubium non est quin, Oculo in Fixa aliqua (aut Planeta circa illam revoluto) posito, reliquarum circumcirca Fixarum Ordo & Constellationum Figuræ diversa sint prorsus ab illis, quæ nos spectamus; quippe cui Sol noster Stella Fixa videtur.

Immensa autem ista sive Fixarum sive Solium distantia à se mutuo impedit quo minus immania hæc corpora in se invicem, Planetasque (si cum illis conferantur parvos) circa hosce Soles rotatos, vires suas attractrices notabiliter exerceant, eorumque motus perturbent. Horum Systematum, nullo spatio conclusorum, numerus indefinitus in causa est cur non in unum coeant, sed à se mutuo discreta Dei Creatoris Omnipotentiam & Sapientiam Universo in perpetuum ostendant.

PROPOSITIO VIII.

Præcipua Phænomena Fixarum, Solis, & Planetarum omnium, præter Terram, Oculo in Luna posito visa describere.

Cum Luna (ut Prop. LVI. Lib. IV. dictum est) in se ipsam volvatur, ab occasu in ortum, circa Axem plano Eclipticæ proxime normalem sibique perpetuo parallelum, æquabiliter parique tempore quo Luna circa Terram, Mense *sc.* periodico; patet, Oculo in ejus superficie posito, Solem, Fixas, reliquaque omnia Lunæ haud conjuncta (hoc est Planetas omnes præter Tellurem) ab ortu in occasum videri rotari super Polos Eclipticæ quamproxime. Suntque Poli isti Fixis insignes; boreus quidem Stellâ quartæ magnitudinis post Draconis flexuram tertiam, tribus circiter gradibus à Polo distante; australis vero Stellis quatuor Xiphiæ piscis, quarum una est Polo vicinior quam nostra polaris arctica, sed adhuc insignior vicinâ Nubeculâ majore. Et quidem, sicut apud nos, motu hoc communi feruntur Stellæ omnes eodem tempore, nisi quatenus harum motus proprii, aut veri aut apparentes, illud paululum immutant. Et primo, Solis revolutio apparens, circa quiescentem ad sensum Lunam, longiore tempore peragitur, propter Lunam interim una cum Terra circa Solem in consequentia delatam; adeo ut Dies naturalis apud Lunam ejusdem sit durationis cum Mense nostro synodico, qui prius descriptam ejusdem Meridiani Lunaris revolutionem ad eandem Fixam diebus fere duobus è nostris excedit. Unde apud Lunam in integro Anno Sol duodecies tantum oritur, Fixæ vero decies & ter; sive accuratius, in novemdecim Annis Sol oritur ducenties tricies quinquies, Fixæ vero ducenties quinquagies & quater: & oriens Sol integro fere Signo promotior est quam pridie.

Dies hic naturalis Lunicolarum, æqualiter in lucem & tenebras dividitur, quia Axis, circa quem Luna revolvitur, est ad planum itineris Lunæ circa Solem normalis fere; & præterea nullum est apud Lunam Crepusculum ante Solis ortum vel post ejus occasum;

 nempe

nempe quod fieri non poteſt (ut Prop. VIII. Lib. II. oſtenſum eſt) abſque circumfuſa Lunæ Atmoſphæra, qualis nulla datur. Unde Sol Lunicolis per medium fere inter Polos motûs primi circulum perpetuo incedere videtur.

Quamvis Solis via, è Luna inter Fixas viſa, ſit eadem proxime cum ejuſdem via è Tellure viſa, & omnium Planetarum eadem proxime loca è Luna atque è Terra; è Luna tamen, extra Nodos poſita, accuratiori Obſervatori videbitur Sol ab Ecliptica ad latus oppoſitum deviare, & lumen ſuum ultra Polum ſubjectum Cœleſti illi, verſus quem declinat, protendet, Polumque alterum in tenebris relinquet. Sed reſtituuntur hæc omnia intra Diei Lunaris ſemiſſem, cum Luna ad Nodum ſuum ſimulque Eclipticæ planum redit, poſtea ad alteras Eclipticæ partes excurſura, ſimiliaque Phænomena ad alterum Polum per reliquam Diei ſemiſſem habitura.

Præter inæqualitates omnes in Planetarum motibus è Terra viſas, quas in Luna ſimul cum Tellure delata etiam obtinere neceſſe eſt, ſunt & aliæ Lunæ peculiares, quarum præcipuæ ſunt hæ. Quando incolis in meditullio hemiſphærii Lunæ à Terra averſi dies eſt, Sol tarde ſub Fixis progredi videtur; tardiſſime vero ipſo meridie: nocte vero celeriter ſub Fixis progreſſum fuiſſe poſtero die deprehenditur. Et è contra, degenti in meditullio hemiſphærii Lunaris Terræ ſubjacentis, Sol de die celeriter ſub Fixis in ortum promoveri videbitur; celerrime ipſo meridie: nocte vero Sol tarde progreditur ſub Fixis; tardiſſime mediâ nocte. Eademque vera ſunt de Venere & Mercurio, quippe prope Solem perpetuo hærentibus, & etiam de Marte Soli conjuncto, licet ob nimiam ejus tum temporis à Luna diſtantiam minus ſint notabilia; inſenſibilia vero prorſus ſunt in Jove & Saturno ad partes verſus Solem poſitis. Quod ſi ſuperiorum aliquis è Luna viſus Soli opponatur, quo caſu retrogradus eſt, degenti in meditullio hemiſphærii à Terra averſi, ſolito magis retrogradus nocte videbitur, die ſolito minus; atque omnium minime vel maxime ipſo meridie, mediâve nocte. Similiterque degenti in Lunæ regione, cui Tellus imminere cernitur, Planeta Soli oppoſitus omnium minime retrogradus videbitur nocte mediâ, omniumque maxime meridie. Atque hæc in Marte duplo ſunt ſenſibiliora quam in Sole: In Jove autem aut Saturno evaneſcunt fere hæ differentiæ. Similiter Planeta aliquis, qui è Terra ſtationarius apparet, ſi è Luna Telluri ſit oppoſitus, retrogradus videbitur; Telluri vero conjunctus è contra directus apparebit, quod in Venere maxime erit ſenſibile.

Aſtronomus in Luna conſtitutus, & motûs domicilii ſui circa Terram, Terræque circa Solem ignarus, in cujuſvis Planetæ Theoria condenda, Epicyclis omnibus ab Aſtronomo Terreſtri excogitatis Epicyclum novum, vel Epicyclo-Epicyclum, ſuperaddet, quo inæqualitates ſupra memoratas explicet. *Ex. gr.* Excentrico Solis circa Terram deſcripto à Terricola adhibito (etenim Terricola, admiſſo circulo Excentrico, Epicyclo non indiget ad Solis

lis motum explicandum) superinducet Epicyclum, Solemque in hoc ponet diei suæ spatio circumrotari, dum interim Epicycli centrum in Excentrico motu annuo defertur: Sic enim fiet ut Solis inæqualitas diurna ab Astronomo Lunari observata explicetur, si, dum incolæ Lunari qui Terræ directe subjicitur nox est, Solem in inferiori Epicycli parte, & dum eidem dies est, in superiori versari ponat. Sic Excentrico Martis circa Terram disposito ejusque Epicyclo à Terricola excogitatis, quibus Martis motus è quiescente Tellure apparens explicatur, superinducet Lunaris noster alterum Epicyclum in prioris Epicycli circumferentia delatum, spatio Nychthemeri à Marte percurrendum. Estque hic modus unicus, quo Astronomiam suam condere possit motûs suæ sedis ignarus & illius quietis vindex: nempe circulum à se suoque domicilio revera percursum in Cœlum, inverso situ, transferendo, motumque in eo pari tempore factum supponendo; & quidem verâ ejus magnitudine retentâ, si distantia vera innotescat; si autem hæc lateat (& nulla supersunt media, quibus in hac quiescentis Lunæ hypothesi dignosci possit) tantæ saltem magnitudinis ponitur Epicyclus, ut ex Observatoris loco æqualis magnitudinis videatur, ac ex eadem distantia videretur ejusdem loci vera Orbita. Sin Incola hemisphærii Lunæ, cui Terra imminet, motûs sui domicilii circa Terram Terræque circa Solem gnarus ponatur, & observationes instituere possit æque accuratas ac quæ à Terricolis fiunt; poterit hic Solis, Planetarumque Systematis Solaris, Magnitudines & Distantias mutuas cum suarum rerum magnitudinibus & distantiis exacte satis comparare. Nam suæ sedis Diametrum metiri poterit, similiter atque nos Telluris nostræ. Porro, Telluris Distantiam facile cum Lunæ Diametro comparabit; nam Lunæ Diameter subtendit angulum satis sensibilem ad Tellurem, nempe gradûs semisse expressum: Atque Diametrum Orbis sui circa Terram tanquam scalam adhibebit, quâ reliquorum corporum mundanorum Distantias exquirat. Hæc enim subtendit angulum ad Solem gradûs triente expressum, positâ parallaxi Solis è Terra visi 10″ tantum; qui vero ad Martem Soli oppositum ad gradûs fere bessem ascendit, & ad Venerem Soli conjunctam & retrogradam sesquiquintum gradum excedit. Porro, Lunicola iisdem modis exquiret rationes inter Planetarum primariorum Distantias à Sole, quibus Terricola; notis vero Distantiis, ex Planetarum Diametris apparentibus illorum Magnitudines eruet.

PROPOSITIO IX.

P*Ræcipua Telluris Phænomena Oculo in Luna collocato visa describere.*

In Luna duo sunt Hemisphæria omnino diversa, immo contraria, respectu Phænomenon, de quibus Propositione hac agitur. In altero enim Lunæ Hemisphærio Terram perpetuo vident, in altero nunquam; nisi quod prope horum limites tractus sit, cujus incolis

Terra nunc paululum supra Horizontem assurgat, nunc, retrogressa quasi, sub eundem rursus subsidat. In Hemisphærio unde Tellus videtur, hæc in eodem Cœli puncto quasi clavo affixa cernitur, (præterquam quod inde paululum in hanc vel illam partem moveri, & ad locum priorem motu libratorio redire cernatur,) dum interim spatio Nychthemeri Sol & reliqua Sydera ad illam ab oriente appellunt, inde postea ad occidentem transferenda. Et appellens Sydus prope Telluris in æthere pendentis marginem non extinguitur subito, sed paulatim caligine quasi offuscatur, & tandem post Terram se recipiens Lunicolæ videri desinit; quod ab Atmosphæra Terræ circumfusa procedit, per quam *sc.* Syderis radii ad Oculum propagati suffocantur fere. Porro, dicti Hemisphærii Lunaris incolarum quibusdam Terra perpetuo supra caput defixa videbitur; atque hi sunt qui dicti Hemisphærii meditullium occupant: quibusdam vero ad septentrionem, aliis ad austrum, quibusdam ad orientem, aliis ad occidentem videbitur declinare, minus aut magis prout habitatio à meditullio in hanc vel illam plagam minus aut magis distat; donec tandem limitis prædicti, bina Lunæ Hemisphæria dirimentis, incolis Tellus in Horizonte appareat, alterâ ejus medietate montis igniti instar exstante: Qui vero in Lunæ circulo habitant, qui per Polos dictique Hemisphærii meditullium transit, Tellurem in Meridiano semper habent.

Cernunt & Geoscopi hi Tellurem quindecuplo majore Orbe quam nos Lunam, in loco suo quiescentem, sed circa Axem suum interea rotatam, & maculas (quas rudite in quasdam figuras distribuent, ut vulgus faciem hominis in Orbe Lunæ imaginatur) ab ortu in occasum ferri videbunt, inque situm redire priorem, parte circiter vigesimâ nonâ Nychthemeri. *Keplerus* ex ista revolutione *Volvæ* nomen Telluri ab illis inditum fingit in *Astronomia Lunari*; cum illi proculdubio sedem suam *Vestam* habeant loco non movendam, & globum nostrum in æthere pendulum inter Astra numerent, quem proinde alio nomine quam Telluris insigniunt: istius igitur Hemisphærii, Volvæ subjecti, incolas appellat *Subvolvas* & *Subvolvanos*, alterius vero, qui ejus spectaculo privantur, *Privolvas*; quæ nomina & nos etiam in posterum usurpabimus. Præter prædictam Volvæ revolutionem, est & altera quasi ejusdem nutatio, quâ nunc sui Polum borealem Lunicolis ostendit, nunc australem, idque unius Diei spatio. Nam cum arcus Sagittarii ad Volvam per motum primum appellit, videbunt Lunicolæ (ii præsertim qui ad boream sunt) Volvæ Polum septentrionalem, & maculas partesque lucidiores circa hanc positas, quæ per aliquot Volvæ revolutiones post Volvam se non recipient, dum interim quæ ad ejus Polum australem positæ sunt notæ in conspectum non veniunt: Post elapsam Nychthemeri semissem, Castore ad Volvam revoluto, latebunt septentrionales Volvæ notæ & australes in conspectum prodibunt.

Volva

Volva hæc Lunicolis similiter crescit decrescitque, similibusque Phasibus, & propter easdem rationes, atque nobis Luna; sed & eadem Phasium periodus, quam nos Mensem, illi Diem naturalem appellant. Illis quibus Volva in Meridiano videtur Novivolvium est ipso Meridie, prima Quadra vespere, Plenivolvium mediâ Nocte, & ultima Quadra mane. Qui sub altero quovis Meridiano degunt à Meridiano prædicto (qui præcipuus est, & propter situm *Circulus Medivolvanus* Lunicolis post *Keplerum* nominandus) in ortum vel occasum distante, idem habent cujusque Phaseos momentum diverso Horarum numero insignitum, secundum Meridiani sui distantiam à Medivolvano circulo, & Horarum numerum in quas Diem dispescunt; ideoque Phases Volvæ Horas notant, cui proposito distantia Solis à Volva, de Die observata, etiam inservit. Unde Volva hæc Horologii omnibus Subvolvanis expositi vices gerit: Etenim ex Phasium suarum diversitate, ex Solis Fixarumque ad illam appulsu, ex Poli quem ostendit nomine, ex Macularum denique suarum celeri motu; (nam Volvæ partes notabiles, Montes nostri, Lacus, Insulæ, Maria &c. etiam citra illustrationem immediatam à Sole, in conspectum veniunt, præsertim paulo ante vel post Novivolvium, sicut nobis Lunæ partes ante & post Novilunium, licet cæteris paribus non tam clare, propter minorem illustrationem per reflectionem à minore Luna factam, quam à majore Terra;) Diem Noctemque (longissimas quidem eas) in partes satis multas commode dividit. Sed & hæc eadem Volva Anni partes ostendit satis luculenter modo sequenti: Cum tempore Æstatis Europæ incolis, Polus Telluris arcticus annuat ad Solem, & integra Zona frigida arctica à Sole per plures dies illustrata maneat, sitque Tellus nostra Lunicolarum Volva cujus Polus iste, magnaque circumcirca regio, aliquâ cujusvis Nychthemeri parte videtur; patet, cum maxima regio Volvæ circa ejus Polum arcticum jacens illustrata Lunicolæ videtur, tunc Solem è Luna visum iri ad constellationem Geminorum, eamque esse Anni tempestatem quam borealis hemisphærii Terræ incolæ Æstatem dicunt, & in hoc casu Lunicolæ nostræ Telluris aridam, & circumfluum mare, circum Polum boreum jacentia clare videbunt, quæ nos adhuc ignoramus. Post Anni quadrantem Solis illustrationem ad utrumque Volvæ Polum terminatam cernet; elapso alio Anni quadrante, regiones Volvæ antarctico Polo subjectas, nobis penitus ignotas, à Sole illustratas videbit; & post alterum quadrantem, illustratio ad utrumque polum iterum pertinget. Anni tempestates etiam distinguet pro diversa claritate qua *Scania* & *Scythia*, *e. g.* apparent; quippe quæ proculdubio, cæteris paribus, major erit hyeme, cum nive obducitur, quam æstate: Atque hæc claritatis differentia magis erit conspicua in mari, quod Volvæ Polo vicinum est; quippe quod æstate nostrâ maculam refert, hyeme partes lucidissimas claritate adæquat.

Lunicolis contingunt Solis & Volvæ Eclipses, sicut Terricolis Solis & Lunæ, & iisdem temporibus, non fine aliquo tamen discrimine.

mine. Nam ſicut nobis Lunæ Eclipſis contingit tempore Plenilunii, ita illis Volvæ Eclipſis tempore Plenivolvii; & ſicut nobis Sol videtur deficere tempore Novilunii, ita illis tempore Novivolvii: Sed licet Terricolis Luna tota deficere videatur, Lunicolis Volva Defectum totalem nunquam patitur; tranſit etenim, ipſis ſpectantibus, per Volvæ diſcum ab ortu ad occaſum macula quædam parva & rubicunda ipſas Volvæ nativas maculas velocitate præveniens; quandoque per diſci centrum, quando quatuor ex horis noſtris in tranſitu inſumit; ſæpius præter illud, quando ſpectaculum minus eſt diuturnum.

Solaris Deliquii cauſa eſt ipſis Volva, plane ut nobis noſtra Luna; & quando nobis deficit Luna, Lunicolis partis deficientis incolis deficit totus Sol: ſæpius vero fit ut Lunicola (præſertim prope limites Subvolvarum & Privolvarum degens) partialem Solis Defectum videat, cum nobis Luna pleno orbe apparet, Telluris penumbrâ Lunæ lumen ſenſibiliter non extinguente. Similiterque fit ut cuidam Terræ tractui Sol ex parte deficere videatur, cum interim Lunicola Volvam nihil pati cernat: Quando vero nobis eſt Lunæ Defectus totalis, Sol omnibus Lunicolis plane deficit. Cum Volvæ diameter quadruplo major ſit Solis diametro, Sol plene à Volva tegetur & diu, quod nobis per Lunam fieri nequit; immo totalis erit & etiam diuturnus Solis Defectus, quando non eſt centralis. Incolæ hemiſphærii Lunæ, cui Volva imminet, crebriores Luminarium Eclipſes vident quam incolæ dati hemiſphærii Telluris noſtræ; Subvolvani enim ſoli omnes Eclipſes vident, Privolvæ nullas, cum magna pars Eclipſium Terricolis viſarum ad oppoſitum hemiſphærium tranſeat. Eclipſis Solis totalis prius deſcripta Lunicolis licet frequens, non poteſt non eſſe admodum notabilis; hoc namque ſolo tempore lumine penitus deſtituuntur Subvolvani: Superius enim oſtenſum eſt Medivolvanis primam eſſe quadram ad Solis occaſum, ultimamque ad Solis ortum; unde totâ nocte fulgens Volva, quindecies illis major quam nobis noſtra Luna, tenebras potenter diſcutit. In Solis autem Defectu totali Sol ſimul & Volva extinguuntur, & meræ ſunt tenebræ. At huic incommodo ſua ſunt remedia; nam Solis radii, in circumfuſa Volvæ atmoſphæra refracti, efficiunt ut ipſum corpus Solis ampliatum, & quaſi majore diametro, colore tamen ad oras (quæ ſolæ videntur) ferrugineo, cernatur à Lunicolis radios hoſce refractos excipientibus; unde tenebræ totales vix ingruunt, niſi cum Solis Eclipſis proxime centralis contingit, idque non niſi parvo tempore circa Eclipſeos medium. Si vero contingat montem altiſſimum, extra Volvæ atmoſphæram fere exſtantem, in margine Volvæ reperiri; ille, in quem montis iſtius umbra incidit, Solis lumen penitus amittet, nec refractionis radiorum Solarium, ad Volvæ atmoſphæram factæ, beneficio fruitur: quique eminus Volvæ umbram in Lunæ diſcum exceptam cernit, maculam nigerrimam iſto in loco videbit. Ex altera parte, nulla eſt hic tenebrarum in Solis

Digitized by Google

lis Eclipsi imminutio propter illustratam Spectatoris atmosphæram, quippe nullam.

Porro, tempore Defectûs Solis, Lumen utrinque acuminatum ab utroque Solis latere secundum Eclipticam protensum (de quo Schol. Prop. VIII. Lib. II. dictum est) clare à Lunicola videbitur, si corpusculorum congeries lentiformis illud producens tum existat: immo Lumen hocce etiam extra Eclipsin cernetur, si Sol ab Oculo arceatur per interpositum aliquod corpus opacum; Oculus namque in Luna positus non afficitur radiis ab ambiente illustrata atmosphæra reflexis, cum nulla Lunam ambiat, quod exinde verisimile est, quod illa tam præcise circumscripta videatur, nec ad extremas oras evanida ac velut lanugine finita; quodque Stellæ margini ejus propinquæ minime sint offuscatæ, sed, donec penitus tegantur, vividæ & fulgentes. Propter ipsam hanc atmosphæræ absentiam, nullum erit Lunicolis Crepusculum, ante Solis (saltem splendentis atmosphæræ Solaris) ortum, aut post ejus occasum; cessante nimirum causâ, quæ illud apud Terram producit: porro nulla Syderibus Refractio continget, neque hinc orta locorum mutatio.

Hactenus supposuimus Volvam Lunicolis immotam in Cœlo stare, quia revera fere sic fit: At motum quendam habet libratorium, quo cuilibet Lunicolæ nunc nonnihil in hanc partem, nunc, in locum priorem reversa, in oppositam postea moveri videtur. Motus autem hic Volvæ libratorius in duos commode dividitur: Vel enim Volva in austrum & boream super eodem latitudinis circulo librari videtur; vel in ortum & occasum super Eclipticam. Supponamus Solem & Volvam Lunicolis centraliter conjungi cum Sol in ipsa Ecliptica videtur, sive rectam, Solis & Volvæ centra jungentem, productam per Lunæ centrum transire, hoc est, Terricolis Lunam Soli opponi cum in Nodorum altero, puta descendente, versatur; in quo casu Sol centraliter deficit Lunicolis, ut superius explicatum. Post Defectum, Sol motu communi in occasum fertur, dum interim Volva in boream declinare videbitur, & Declinatio hæc erit maxima elapso nychthemeri Lunaris fere quadrante, *sc.* 5^{gr} circiter, quando regio polaris Privolvarum 5^{gr} ultra Polum boreum in Volvæ conspectum veniet, & æqualis regio Subvolvarum ad Polum australem in Privolvarum statum reducetur, ex quo tempore Volva in suos passus regressa ad Eclipticam revertetur, temporis spatio aliquantum minore quam est nychthemeri Lunaris semissis. Postea versus austrum tantundem excurret, & australis Poli incolas ex Privolvis Subvolvanos efficiet, & è contra ad boream; & ante nychthemeron absolutum ad Eclipticam secundo revertetur. Integra hæc Volvæ Libratio in boream & austrum perficitur spatio temporis, non tantum nychthemero minore, sed etiam minore illo, quo Fixæ à Meridiano aliquo Lunari digressæ ad eundem, per motum primum, revolvuntur; atque Volva, ad Eclipticam secundo regressa, conjuncta deprehendetur cum Fixis magis oc-

cidentalibus quam sunt illæ cum quibus conjungebatur tempore Defectûs Solaris, à quo computationem inchoavimus. Post aliam integram hujusmodi Librationem perfectam, cum Fixis adhuc occidentalioribus conjungetur, atque sic porro, ita ut, non nisi post novemdecim fere annos, Volva in Ecliptica & ad boream librando declinatura cum iisdem rursus Fixis deprehendatur. Ex diversa magnitudine periodi Librationis Volvæ in latitudinem & nychthemeri fit, quod elapso nychthemeri semisse post Eclipsin Solis centralem, nulla Lunicolis eveniat Volvæ Eclipsis. Nam promoto Sole ad oppositionem cum Volva (hoc est, in Plenivolvio, in quo solo dicta Eclipsis contingere potest) Volva modo Eclipticam transgressa (nam aliquanto prius illam attigerat quam Sol Volvæ opponeretur) in austrum eousque librando processit, ut Lunæ umbram effugiat. Volvæ quidem incola Solis Eclipsin tum videbit, si versus Polum ejus boreum degat; at non totalem, in quo solo casu Volva Lunicolæ apparet deficere. Similiter in Novivolvio insequente Plenivolvium centraliter Eclipticum, Luna Volvæ umbram effugiet.

Volva, Lunicolis minutiora observantibus, nunc major videtur nunc minor, atque tota hæc varietas spatio fere nychthemeri Lunaris absolvitur; accuratius vero spatio quo Fixæ ad eundem Meridianum revertuntur. Ponamus Lunicolæ Volvam diametro minimâ apparere quando in prædicto latitudinis circulo, supra quem in boream & austrum libratur, apparet. Auctâ paulatim Volvæ diametro, ipsa Volva ad occasum à prædicto circulo deviabit per nychthemeri quadrantem fere, per sequentem quadrantem ad eundem reversura, ubi Volvæ diameter videbitur maxima; unde rursus in ortum deviabit, ejusque diameter apparens minuetur, integramque Librationem revertendo ad Eclipticam (quando rursus minima videbitur) perficiet in una Fixarum revolutione. Deviatio hæc, cum maxima, erit circiter 5^{gr}; tantundemque circulus limitum, dividens Subvolvanos à Privolvis, nunc in occidentem promovebitur relicto oriente, nunc in orientem relicto occidente, sicut per priorem in boream & austrum. Atque Volva, post perfectam integram Librationem hanc in longitudinem, ad primum istum suum latitudinis circulum, medium nempe inter extremos quos librando attingit, reversa (quo temporis spatio ex minima fit maxima, & rursus ad priorem speciem minimam redit) conjuncta videbitur cum Fixis magis orientalibus, quam sunt illæ quibuscum jungi videbatur cum prius in eodem appareret: atque rursus post sequentem ad orientaliores; & ita porro, donec post novem fere annos Volva & minima & iisdem Fixis conjuncta videatur, & in proprio circulo latitudinis, inde ad occasum mox librando digressura. Verum neutra harum Librationum sibi ipsi perpetuo æqualis deprehenditur, sed Libratio in latitudinem maxima est diebus, qui alterutrius Luminaris Eclipsin proxime circumstant; minima in diebus, qui ab Eclipsibus remotissimi sunt:

sunt: & Libratio in longitudinem maxima est, cum Volva in syzygia Solis maxima apparet vel minima; minima vero, cum Volva maxima vel minima est in Solis quadrato.

PROPOSITIO X.

Phænomena præcipua Oculo in Jovis aut Saturni Satellitum aliquo posito visa describere.

Phænomena Solis aliorumque Planetarum primariorum, præter suum, ex Jovis aut Saturni Satellite aliquo visa, similia erunt eorundem phænomenis ex Luna nostra visis, si Satellites isti, hujus instar, rotantur circa proprios Axes; nimirum quisque super Axem ad planum Orbis Primarii circa Solem proxime perpendicularem, & periodo æquali periodo dicti Satellitis circa suum Primarium, ut verisimile est. Advertendum interim, quod licet ex Jove nullus cernatur primarius Planeta præter Saturnum, & ex Saturno nullus præter Jovem, tamen ex Jovis Saturnive Satellitum aliquo omnes conspici poterunt. Ideo namque Martem, Marteque inferiores è Jove conspici posse negavimus, quod Jovi circumfusam supponamus atmosphæram nostræ atmosphæræ similem, ex cujus illustratione per Solem fiat, quod Planetæ Soli propiores quam 20^{gr} visum non afficiant. At si istorum Primariorum Satellites Telluris Satelliti similes ponamus, carebunt & illi atmosphærâ, quâ nostram Lunam destitui diximus: igitur & Soli satis propinquos Planetas cernet Oculus in eorum aliquo positus, nisi impediat Solis atmosphæra splendens; ipse vero Mercurius è Saturno visus ad distantiam 3^{gr} à Sole elongatus quandoque videbitur. Cumque Solis semidiameter apparens è Saturno sit circiter 90″, patet Mercurium extra atmosphæræ istius limites à Sole evagari; & proinde tum videri posse Oculo, cui non obstat atmosphæra sibi circumfusa, hoc est, ab Oculo in Satellite Saturni posito, cui Mercurius magis adhuc (licet admodum parum) à Sole elongatus videbitur quam ipsi Saturno. Phænomena porro Jovis ex Jovis Satellite, Saturnive ex ejus Comite, visa similia erunt nostræ Terræ phænomenis è Luna visis, nec nisi in Digressionum & Librationum mensuris differunt: *ex. gr.* Subvolvanis cujusvis è Jovis Satellitibus Volva non videtur librare in austrum vel boream ab Ecliptica per 3^{gr}; cum tamen Libratio Volvæ in latitudinem è Saturni Satellite visa, ad plusquam 30^{gr} extendatur. Sed tam in hisce quam in illis, Libratio in longitudinem aut nulla est aut insensibilis, si quidem Orbitæ Satellitum Jovis & Saturni sint proxime circulares.

Quæ incolæ alicujus è dictis Satellitibus apparent phænomena, à phænomenis in nostra Luna apparentibus maxime diversa, ea sunt quæ reliqui sui Primarii Comites ostendunt. Nam si quis sit Comes Volvæ propior quam est is in quo Oculus collocatur, hic nunquam Volvæ oppositus cernetur; sed prope illam perpetuo hærens, Penduli instar libratus, nunc in occidentem, nunc in orientem digreditur à Volva, describens maximi circuli arcum, quem Volva bise-

cat; & si plures tales fuerint, hic in minorem arcum hinc inde excurrit, ille in majorem, atque hi mediis Subvolvanis nunquam occidunt, mediis Privolvis nunquam oriuntur. Quibus vero Volva est paulo infra Horizontem ortivum aut occiduum, isti in ortu vel occasu assurgentes versus Meridianum rursus in suos passus regressi in eodem loco occidunt. Si quis sit Volvæ Comes, ab ipsa remotior eo in quo ponitur Oculus, hic Privolvis semel in nychthemero videtur, mediis Privolvis & Subvolvanis oritur occiditque lentissime, & ad Meridianum perveniens, his celerius in occasum vergere videtur, illis tardius; unde judicium fiet de incolis interjectis. Interim horum Volvæ Comitum quivis Solem deficere facit; & ipse vicissim deficit, vel dum in Volvæ umbram incurrit, vel dum in Satellitis Oculi sedis umbram, vel dum in alterius è Comitibus umbram incidit: Verum Defectuum istorum variorum symptomata & tempora, aliaque quam plurima quæ huc congeri poterunt, cuivis proclive erit invenire.

COROLLARIUM.

Ex præcedentibus decem Propositionibus sequitur Astronomiam esse omnium simplicissimam Oculo in Sole constituto. Si enim in centro locatur, Systema verum ab apparente non differt; si in superficiem elevetur, etiam Planetarum sex primariorum Distantias à suo domicilio cum mensuris suis comparare valebit, & inde eorum pariter ac Comitum Magnitudines definire. Falsò quidem omnia ab ortu in occasum ferri censebit; at si domicilium suum, circa eundem axem, in plagam oppositam rotatum supponat, eum unicus hic & simplex motus ab apparente ad verum Systeam reducet.

Oculo in aliquo sex Primariorum constituto Astronomia magis est composita difficiliusque condenda; duplex quippe motus domicilio suo (refragantibus sensibus) est tribuendus, ut verum Systema eruatur, utque proportio Orbium Planetariorum inter se innotescat. Ad hoc omnium ineptissimus est Mercurius, cum nullum Comitem habeat unde cujusvis Cœlestis corporis opacitatem certo concludat; nullum se inferiorem Primarium, quo alicujus saltem revolutionem circa Solem ex ejus Phasibus percipiat. Mars & Venus comitibus carent, inferiores obtinent; & ideo minus inepti quam Mercurius; minus etiam apti quam Tellus, quæ utroque commodo gaudet. Jupiter Comitibus licet abundet, inferiorem non cernit, nisi viciniorem Soli distinguere valeat quam Terricola: Saturnus è contra nullum superiorem, unicum inferiorem agnoscit. Ideoque nullus è Planetis primariis tot, à varietate casuum, subsidia habet ad genuinum Systema Solare detegendum, indeque proportionem Orbium Planetariorum inveniendam, atque Tellus.

At detecto Systemate, Planetarum Magnitudines Distantiæque ægre admodum parumque accurate cum mensuris sibi notis à cujusvis Primarii incolis comparabuntur. Ad hoc opus omnium aptissimus videtur Jupiter, tum Venus, Saturnus, Mercurius, & omnium ineptissi-

ineptissimus Mars: Quis locus autem in hoc negotio Telluri sit tribuendus incertum est, cum angulus ad Solem, quem Telluris diameter subtendit, hactenus ex analogia potius quam ex observatione æstimatus sit. Magnitudo Systematis Solaris olim forsan ex Cometarum observationibus primo patebit: Si enim, per aliquam ex methodis Lib. II vel III. traditis, innotescat distantia Cometæ prope Terram trajicientis, cujus Orbita positione & magnitudine ex Lib. V. datur, invenietur magnitudo Orbitæ cujusvis Planetæ aut Cometæ, cujus nota est Periodus.

Oculo in secundariorum Planetarum aliquo collocato Astronomia intricatior est & difficilior. Ad hanc enim secundum apparentias condendam opus erit primo Mobili Cœlestia omnia spatio nychthemeri ab ortu in occasum rapiente: Sed nec hoc satis erit; nam Volva isti primo Mobili non obtemperat, Cœlestis licet sit; & in Jovis vel Saturni Satellite, Cœlestium (Volvâ inferiorum) aliqua per primum Mobile circumaguntur, aliqua non item. Porro, ad secundos motus demonstrandos adhibere oportet Deferentes, Epicyclos & Epicyclo-Epicyclos, & hos omnes mutare sæpius necesse habebit Astronomus; unde illi Systema maxime compositum erit, & calculus intricatissimus. At Geographiam & Navigationem feliciter excercebit: præterquam enim quod omnia ex Geometria petita subsidia adhibere, quodque Latitudinem loci cujusvis similiter exquirere possit atque nos nostrorum, Longitudinem à Meridiano immotæ Volvæ subjecto computabit, & Distantiam Meridiani cujusvis loci, in Subvolvarum hemisphærio, à primo Meridiano immediate observabit; quod in Planeta primario æque bene non procedit, nempe cui nihil immotum in Cœlis est præter Polos primi motûs. Hæc omnium accuratissime in Jovis Satellitum aliquo fiunt, cui *sc.* Volva fere immota manet; minime accurate in Luna nostra, cui Volva non tantum in latitudinem libratur (ut incolis Lunarum Saturniarum contingit) sed etiam in longitudinem; adeo ut ad Longitudinem loci Lunaris ex Volvæ observatione deducendam opus sit theoriâ Librationis Volvæ. Porro, per observationes in diversis domicilii sui locis eodem momento factas, Volvæ aliorumque Volvæ Comitum Distantiæ elicientur, quæ ægre aliter (nisi forte ex valde diversa Magnitudine apparente horum Comitum) constarent, unde Comitum motus circa Volvam elucescet; eritque hic primus gradus ad veri Systematis cognitionem. Nam Phasium varietas, quæ hujusmodi motum Veneris & Mercurii circa Solem Terricolis detexit, locum hic non habet.

Si tandem Satellitis alicujus incola domicilii sui circa Volvam, & Volvæ circa Solem motum agnoscat, sedem obtinet Astronomiæ colendæ accommodatissimam: Nam, præter Geographiam accuratissimam Astronomiæ admodum necessariam, propter atmosphæræ absentiam nubes aut nebulæ observationes nunquam impediunt, Sydera interdiu æque ac noctu, Planetasque omnes etiam Soli propinquos observare poterit; ideoque, si qui sint, Mercurio inferiores

 nobis

nobis invisos videbit, & Astronomiam in tantum augebit. Præterea Sydera absque Refractione (quippe facta in atmosphæra Observatori circundata) observabit; hæc vero sola Terricolarum observationes adeo turbat, ut de minutioribus angulis capiendis pene desperatum sit. Porro, Volva in loco suo rotata Horologii omnibus Subvolvanis spectandi vices gerit, & hujus ope observationum momenta commode notantur. Omnium Satellitum maxime commoda in hunc usum videtur Luna Telluris comes: Nam ejus Astronomia apparens (qualem esse nascentem omnem Astronomiam necesse est, nisi verum Systema divinitus innotuerit) minime composita aut perturbata erit, quia alius nullus Comes Tellurem ambit; unde facilius ad verum Systema perveniet. Et licet diameter Orbitæ extimi Satellitis Jovis aut Saturni subtendat angulum ad Solem fere æqualem illi, quem subtendit diameter Orbitæ Lunaris, adeoque Distantia Solis à Jove aut Saturno, per observationes in horum Satellitibus extimis institutas, fere tam exacte definiri queat, atque ejus Distantia à Tellure per observationes in Luna factas; tamen cum Solis Distantia innotescat ex nota cujusvis Planetæ primarii Distantia, Satellitis Jovis incola sibi proximum Primarium, nempe Martem Soli junctum & retrogradum, ad dictam inquisitionem eliget, sicut nos Venerem similiter positam: Angulus autem, quem diameter Orbitæ Lunaris subtendit ad Venerem Telluri proximam, fere triplo major est angulo, quem diameter Orbitæ extimi Satellitum Jovis subtendit ad Martem Jovi proximum.

FINIS.

Digitized by Google

Index Sectionum.

LIBER PRIMUS.
De Mundi Systemate.

LIBER SECUNDUS.
De Primo Motu.

LIBER TERTIUS.
De Theoria Planetarum Primariorum.

LIBER QUARTUS.
De Theoria Planetarum Secundariorum.

4 De

LIBER QUINTUS.

De Cometis.

LIBER SEXTUS.

De Astronomia Comparativa.

Errata sic emendanda.

PAG. 3. *lin.* 37. *lege* per ♏. *p.* 17. *lin.* 29. & ♈. *p.* 18. *l.* 4. in S. *p.* 34. *l.* 23. XXVII. *p.* 36. *l.* 2. 83⅓. *p.* 44. *l.* 36. XXXIV. *p.* 51. *l.* 6. focum S. *ib. l.* 9. $\frac{BDq}{RB}$ *p.* 52. *l.* 4. Cubi fuerint æquales. *ib. l.* 5. Quadrata. *p.* 57. *l.* 24. 39343. *ib. l.* 29. Semidiameter. *p.* 79. *l.* 33. *Epis.* *p.* 85. *l.* 13. totam. *p.* 93. *l.* 26. quadratorum suarum. *p.* 104. *l.* 34. ab occidente in orientem. *p.* 106. *l.* 10. XLVII. *p.* 134. *l.* 43. 30 & 29. *p.* 136. *l.* 1. spectarent. *ib. l.* 35. deficit. *p.* 147. *l.* 40. datam. *p.* 158. *l.* 25. ab E. *p.* 181. *l.* 41. circuli crepusculorum. *p.* 193. *l.* 12. LHG. *p.* 196. *l.* 21. Aβα. *p.* 215. *l.* 12. explicare. *p.* 218. *l.* 22. *dele* quod. *p.* 219. *l.* 5. QX. *p.* 222. *l.* 32. angulo. *p.* 230. *l.* 45. XVI. *p.* 232. *l.* 40. priori. *p.* 234. *l.* 28. XLIII. *p.* 238. *l.* 42. S/λ. *p.* 249. *l.* 12. angulus major. *p.* 267. *l.* 16. inventos. *ib. l.* 28. *dele* esse. *p.* 278. *l.* 18. sphæram. *p.* 288. *l.* 2. Te in e. *p.* 298. *l.* 15. bis progreditur & bis regreditur. *p.* 308. *l.* 20. producta. *p.* 317. *l.* 41. moto. *p.* 319. *l.* 19. II & III. *p.* 322. *l.* 14. sunt eadem. *p.* 329. *l.* 37. XXVI. *p.* 341. *l.* 6. Semidiameter. *p.* 343. *l.* 12. C☊. *p.* 347. *l.* 39. & magnitudo. *p.* 361. *l.* 40. puncti C. *p.* 363. *l.* 15. XLIV. *p.* 370. *l.* 5 & 6. Excentricitas minor est ejusque Inclinatio ad Eclipticam major. *p.* 382. *l.* 3. XLII. *p.* 386. *l.* 28. B. *p.* 393. *l.* 31. nondum est. *p.* 402. *l.* 6. spatium ξD. *p.* 412. *l.* 25. in D. *p.* 426. *l.* 5. MVFD. *p.* 432. *l.* 1. XXVI. *p.* 447. *l.* 20. area ξ☊S. *ib. l.* 21. ξ☊S & ωξS. *ib. l.* 30. OS♈. *ib. l.* 42. XXIV. *p.* 448. *l.* 13. in ξ. *ib. l.* 14. ξπS. *ib. l.* 35. Trajectoria. *p.* 450. *l.* 19. sive $K + \frac{G - C}{C - g} \times P$. *pag.* 452. *l.* 15. est $I + nQ$. *p.* 454. *l.* 42. VSA. *p.* 455. *l.* 5. Sit ☊. *p.* 471. *l.* 13. nulla est Orbita, sed & ibi Epicyclus & hic Orbita. *p.* 473. *l.* 33. trientem. *p.* 492. *l.* 26. Systema.

A01 1473599

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google